

**UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS
UNIDADE ACADÊMICA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**ANÁLISE FATORIAL DE FLUIDO VISCOPLÁSTICO DEPENDENTE DA
TEMPERATURA ATRAVÉS DE UM MÉTODO ESTABILIZADO
DE ELEMENTOS FINITOS**

MÁRCIO LEMBI TELES

Dissertação de Mestrado

**São Leopoldo
2016**

ANÁLISE FATORIAL DE FLUIDO VISCOPLÁSTICO DEPENDENTE DA
TEMPERATURA ATRAVÉS DE UM MÉTODO ESTABILIZADO
DE ELEMENTOS FINITOS

MÁRCIO LEMBI TELES

Engenheiro Mecânico

Trabalho submetido ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade do Vale do Rio dos Sinos - UNISINOS como pré-requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador: Dra. Flávia Schwarz Franceschini Zinani, UNISINOS.

Co-orientador: Dr. Cleiton Elsner da Fonseca, URI.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Conrad Yuan Yuen Lee, UNISINOS.

Prof. Dra. Jacqueline Biancon Copetti, UNISINOS.

Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha, PROMEC / UFRGS.

T269a	<p>Teles, Márcio Lembi</p> <p>Análise fatorial de fluido viscoplástico dependente da temperatura através de um método estabilizado de elementos finitos / por Márcio Lembi Teles. – 2016.</p> <p>84 f.: il. ; 30 cm.</p> <p>Dissertação (mestrado) — Universidade do Vale do Rio dos Sinos, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, São Leopoldo, RS, 2016.</p> <p>Orientadora: Dra. Flávia Schwarz Franceschini Zinani. Co-orientador: Dr. Cleiton Elsner da Fonseca.</p> <p>1. Fluidos não newtonianos. 2. Reologia. 3. Planejamento fatorial. 4. Propriedades reológicas. 5. Termodependentes. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 531.82</p>
-------	---

Catalogação na Publicação:
Bibliotecário Alessandro Dietrich - CRB 10/2338

RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise fatorial, através de fluidodinâmica computacional, do escoamento e transferência de calor para fluidos viscoplásticos a partir de um cilindro confinado entre paredes paralelas. Considera-se que as propriedades reológicas sensíveis à temperatura, o que acopla os problemas térmico e fluidodinâmico de forma bilateral. Foi desenvolvida uma formulação baseada no método estabilizado de elementos finitos Galerkin Mínimos Quadrados (*GLS – Galerkin Least-Squares*) para a aproximação de escoamentos não newtonianos com transferência de calor e propriedades reológicas termodependentes. Esta formulação foi implementada em um código computacional próprio. Para a modelagem das tensões viscosa, foi utilizado um modelo de líquido newtoniano generalizado, com função viscosidade dada pelo modelo de *Herschel-Bulkley* regularizado conforme *Papanastasiou* e propriedades termodependentes – a tensão inicial de escoamento e o índice de consistência. Os resultados numéricos foram investigados utilizando os adimensionais: número de Reynolds (*Re*), número de Herschel-Bulkley (*Hb*), número de Prandtl (*Pr*), índice de potência (*n*) e coeficientes de dependência térmica (*a** e *b**). Foi realizado um planejamento experimental fatorial completo 2^K , com objetivo de avaliar a influência destes parâmetros na taxa de transferência de calor, através do número de Nusselt (*Nu*), e na perda de carga localizada devido à obstrução do canal pelo cilindro.

Palavras-chave: fluidos não newtonianos, reologia, planejamento fatorial, propriedades reológicas, termodependentes.

ABSTRACT

This paper presents a factor analysis using computational fluid dynamics, flow and heat transfer for viscoplastic fluids from a cylinder confined between parallel walls. It is considered that the rheological properties sensitive to temperature, which couples the thermal and fluid dynamic problems bilaterally. It was developed a formulation based on stabilized finite element method Galerkin Least Squares (*GLS - Galerkin Least-Squares*) for approaching non-Newtonian flow with heat transfer and rheological properties dependent terms. This formulation has been implemented in a proper computer code. For the modeling of viscous stresses, a generalized Newtonian fluid model was used, with viscosity function given by the *Herschel-Bulkley* regularized model as *Papanastasiou* and properties dependent terms – the initial yield stress and consistency index. The numerical results were investigated using the dimensionless: Reynolds number (*Re*), Herschel-Bulkley number (*Hb*), Prandtl number (*Pr*), potency index (*n*) and temperature dependence coefficients (*a** and *b**). It conducted a full factorial experimental design 2^K , with objective to evaluate the influence of these parameters on the heat transfer rate, through the Nusselt number (*Nu*), and localized head loss due to the cylinder by duct obstruction.

Key-words: non newtonian fluids, rheology, factorial design, rheological properties, dependent terms.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Representação esquemática sobre tipos de fluidos.	18
Figura 2.2 – Representação esquemática do escoamento entre duas paredes paralelas.	20
Figura 2.3 – Tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação por cisalhamento para alguns fluidos newtonianos.	21
Figura 2.4 – Curva de Escoamento: (a) Newtoniano, (b) Plástico de Bingham, (c) Pseudoplástico, (d) Dilatante, (e) Viscoplastico.	24
Figura 4.1 – Fluxograma do algoritmo empregado.	39
Figura 4.2 – Problema em Estudo (Cilindro Confinado Entre Duas Paredes Paralelas).	40
Figura 4.3 – Malha 1 - Zoom na região onde está localizado o cilindro da Figura 4.2.	42
Figura 4.4 – Malha 2 - Zoom na região onde está localizado o cilindro da Figura 4.2.	42
Figura 4.5 – Malha 3 - Zoom na região onde está localizado o cilindro da Figura 4.2.	43
Figura 4.6 – Malha 4 - Zoom na região onde está localizado o cilindro da Figura 4.2.	43
Figura 4.7 – Malhas x número de Nusselt.	44
Figura 4.8 – Perfil de Velocidades – Teórico x Simulado – Experimento 1.	45
Figura 4.9 – Perfil de Velocidades – Teórico x Simulado – Experimento 64.	46
Figura 4.10 – Ilustração do método de cálculo para diferença de pressão.	50
Figura 5.1 – Gráfico de Pareto dos Efeitos para Nusselt.	51
Figura 5.2 – Gráfico de Pareto dos Efeitos para Diferença de Pressão.	52
Figura 5.3 – Comparativo do número de Nusselt (Nu) x coeficiente a para $H_b=0,1$ e $H_b=10$ tendo: $Re=20$; $Pr=10$; $n=1$ e $b=3$ como parâmetros fixos.	53
Figura 5.4 – Campo de Temperatura – $H_b=10$: $a=0$ (a) e $a=3$ (b).	54
Figura 5.5 – Comparativo da Diferença de Pressão (Δp) x coeficiente a para $H_b=0,1$ e $H_b=10$ tendo: $Re=20$; $Pr=10$; $n=1$ e $b=3$ como parâmetros fixos.	55
Figura 5.6 – Diferença de Pressão – $H_b=10$: $a=0$ (a) e $a=3$ (b).	56
Figura 5.7 – Linhas de Corrente do Escoamento – $H_b=10$: $a=0$ (a) e $a=3$ (b).	57
Figura 5.8 – Comparativo do número de Nusselt (Nu) x coeficiente b para $H_b=0,1$ e $H_b=10$ tendo: $Re=20$; $Pr=10$; $n=1$ e $a=3$ como parâmetros fixos.	57
Figura 5.9 – Campo de Temperatura – $H_b=10$: $b=0$ (a) e $b=3$ (b).	58
Figura 5.10 – Comparativo da Diferença de Pressão (Δp) x coeficiente b para $H_b=0,1$ e $H_b=10$ tendo: $Re=20$; $Pr=10$; $n=1$ e $a=3$ como parâmetros fixos.	59
Figura 5.11 – Diferença de Pressão – $H_b=10$: $b=0$ (a) e $b=3$ (b).	60
Figura 5.12 – Linhas de Corrente do Escoamento – $H_b=10$: $b=0$ (a) e $b=3$ (b).	61

Figura 5.13 – Comparativo do número de Nusselt (Nu) x Índice de Potência (n) para Hb=0,1 e Hb=10 tendo: Re=20; Pr=10; a=3 e b=3 como parâmetros fixos.....	61
Figura 5.14 – Campo de Temperatura – Hb=10: n=0,4 (a) e n=1 (b).	62
Figura 5.15 – Comparativo da Diferença de Pressão (Δp) x Índice de Potência (n) para Hb=0,1 e Hb=10 tendo: Re=20; Pr=10; a=3 e b=3 como parâmetros fixos.....	63
Figura 5.16 – Diferença de Pressão – Hb=10: n=0,4 (a) e n=1 (b).	64
Figura 5.17 – Linhas de Corrente do Escoamento – Hb=10: n=0,4 (a) e n=1 (b).....	64
Figura 5.18 – Comparativo do número de Nusselt (Nu) x número de Reynolds (Re) para Hb=0,1 e Hb=10 tendo: Pr=10; n=1; a=3 e b=3 como parâmetros fixos.	65
Figura 5.19 – Campo de Temperatura – Hb=10: Re=1 (a) e Re=20 (b).	66
Figura 5.20 – Comparativo da Diferença de Pressão (Δp) x número de Reynolds (Re) para Hb=0,1 e Hb=10 tendo: Pr=10; n=1; a=3 e b=3 como parâmetros fixos.	67
Figura 5.21 – Diferença de Pressão – Hb=10: Re=1 (a) e Re=20 (b).	67
Figura 5.22 – Linhas de Corrente do Escoamento – Hb=10: Re=1 (a) e Re=20 (b).....	68
Figura 5.23 – Comparativo do número de Nusselt (Nu) x número de Herschel-Bulkley (Hb) para Re=1 e Re=20 tendo: Pr=10; n=1; a=3 e b=3 como parâmetros fixos.....	69
Figura 5.24 – Campo de Temperatura – Re=20: Hb=0,1 (a) e Hb=10 (b).....	69
Figura 5.25 – Comparativo da Diferença de Pressão (Δp) x número de Reynolds (Re) para Hb=0,1 e Hb=10 tendo: Pr=10; n=1; a=3 e b=3 como parâmetros fixos.	70
Figura 5.26 – Diferença de Pressão – Hb=10: Re=1 (a) e Re=20 (b).	71
Figura 5.27 – Linhas de Corrente do Escoamento – Hb=10: Re=1 (a) e Re=20 (b).....	72
Figura 5.28 – Comparativo do número de Nusselt (Nu) x número de Prandtl (Pr) para Hb=0,1 e Hb=10 tendo: Re=20; n=1; a=3 e b=3 como parâmetros fixos.	72
Figura 5.29 – Campo de Temperatura – Hb=10: Pr=1 (a) e Pr=10 (b).	73
Figura 5.30 – Comparativo da Diferença de Pressão (Δp) x número de Prandtl (Pr) para Hb=0,1 e Hb=10 tendo: Re=20; n=1; a=3 e b=3 como parâmetros fixos.	74
Figura 5.31 – Diferença de Pressão – Hb=10: Pr=1 (a) e Pr=10 (b).	74
Figura 5.32 – Linhas de Corrente do Escoamento – Hb=10: Pr=1 (a) e Pr=10 (b).....	75

LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1 - Resultados do número de Nusselt e da diferença de pressão para o coeficiente a.	83
Tabela 6.2 - Resultados do número de Nusselt e da diferença de pressão para o coeficiente b.	83
Tabela 6.3 - Resultados do número de Nusselt e da diferença de pressão para o Índice de Potência (n).	83
Tabela 6.4 - Resultados do número de Nusselt e da diferença de pressão para o número de Reynolds (Re).	84
Tabela 6.5 - Resultados do número de Nusselt e da diferença de pressão para o número de Herschel-Bulkley (Hb).	84
Tabela 6.6 - Resultados do número de Nusselt e da diferença de pressão para o número de Prandtl (Pr).	84

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<i>CFD</i>	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
<i>DOE</i>	<i>Design of Experiments</i>
<i>GLS</i>	<i>Galerkin Mínimos-Quadrados (Galerkin Least-Squares)</i>
<i>GNL</i>	<i>Líquido Newtoniano Generalizado (Generalized Newtonian Liquid)</i>
<i>MDF</i>	<i>Método das Diferenças Finitas</i>
<i>MVF</i>	<i>Método dos Volumes Finitos</i>
<i>SMD</i>	<i>Souza Mendes e Dutra</i>
<i>SUPG</i>	<i>Streamline-upwind / Petrov-Galerkin</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

- a – coeficiente de variação de K em função de T [K^{-1}]
- A – área [m^2]
- A_s – área da superfície [m^2]
- b – coeficiente de variação de τ_0 em função de T [K^{-1}]
- b_i – forças de corpo [-]
- c_p – calor específico [$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$]
- D – diâmetro [m]
- D_{ij} – tensor taxa de deformação [s^{-1}]
- dU_x/dy – taxa de deformação por cisalhamento [-]
- f – vetor de força de corpo [-]
- F – força aplicada [N]
- h – coeficiente de transferência de calor por convecção [$W\ m^{-2}\ K^{-1}$]
- Hb – número de Herschel-Bulkley [-]
- I_{ij} – tensor unitário [-]
- k – condutividade térmica do material [$W\ m^{-1}\ K^{-1}$]
- k^* – representa o número de fatores envolvidos no projeto [-]
- K – índice de consistência [-]
- K_{ref} – índice de consistência a temperatura de referência [-]
- L – comprimento [m]
- n – índice de potência [-]
- η – viscosidade não newtoniana [$kg\ s^{-1}\ m^{-1}$]
- η_p – viscosidade plástica [$kg\ s^{-1}\ m^{-1}$]
- $\eta_{p,ref}$ – viscosidade plástica na temperatura de referência [$kg\ s^{-1}\ m^{-1}$]
- p – pressão [Pa]
- p_1 – pressão sem considerar o cilindro entre as placas [Pa]
- p_2 – pressão considerando o cilindro entre as placas [Pa]
- Pr – número de Prandtl [-]
- q – taxa de transferência de calor por convecção [W]
- Re – número de Reynolds [-]
- S^T – termo fonte de calor [-]
- t – tempo [s]

T – temperatura [$^{\circ}\text{C}$]
 T_s – temperatura da superfície [$^{\circ}\text{C}$]
 T_{∞} – temperatura de corrente [$^{\circ}\text{C}$]
 T_{ref} – temperatura de referência [$^{\circ}\text{C}$]
 T_w – temperatura da parede do cilindro [$^{\circ}\text{C}$]
 T_0 – temperatura na entrada do sistema [$^{\circ}\text{C}$]
 $T_{m_{entra}}$ – temperatura média na entrada do sistema [$^{\circ}\text{C}$]
 $T_{m_{sai}}$ – temperatura média na saída do sistema [$^{\circ}\text{C}$]
 u – vetor campo de velocidade [m s^{-1}]
 u_0 – velocidade do escoamento [m s^{-1}]
 x – vetor campo de posição [m]
 ρ – massa específica [kg m^{-3}]
 μ – viscosidade dinâmica do fluido [$\text{kg s}^{-1} \text{m}^{-1}$]
 γ – peso específico [N m^{-3}]
 τ – tensor extra de tensão [N m^{-2}]
 τ – tensão de cisalhamento [N m^{-2}]
 τ_0 – tensão de escoamento [N m^{-2}]
 $\tau_{0,ref}$ – tensão de escoamento na temperatura de referência [N m^{-2}]
 τ_y – tensão mínima de cisalhamento [N m^{-2}]
 $\tau_{y,x}$ – tensão de cisalhamento [N m^{-2}]
 α – difusividade térmica [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]
 β – coeficiente de expansão térmica [K^{-1}]
 $\dot{\gamma}$ – taxa de deformação [s^{-1}]
 Δp – diferença de pressão [Pa]

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	13
1.1 OBJETIVOS.....	14
1.1.1 Objetivo Geral	14
1.1.2 Objetivos Específicos.....	15
1.2 JUSTIFICATIVA	15
1.3 ESTRUTURA DA PESQUISA.....	17
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	18
2.1 VISCOSIDADE	18
2.1.1 Fluidos Não-Viscosos (Invíscidos).....	19
2.1.2 Fluidos Viscosos.....	19
2.2 FLUIDOS NEWTONIANOS.....	19
2.3 FLUIDOS NÃO NEWTONIANOS	21
2.3.1 Fluidos Dependentes do Tempo	22
2.3.1.1 Fluidos Tixotrópicos	22
2.3.1.2 Fluidos Reopéticos.....	22
2.3.2 Fluidos Independentes do Tempo	22
2.3.2.1 Fluidos Pseudoplásticos (Shear Thinning)	22
2.3.2.2 Fluidos Dilatantes (Shear Thickening)	23
2.3.2.3 Fluidos Viscoplasticos	23
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	25
3.1 ESTADO DA ARTE	25
3.2 MODELO MATEMÁTICO	29
3.2.1 Balanço de Massa	30
3.2.2 Balanço de Quantidade de Movimento	30
3.2.3 Balanço de Energia.....	31
3.3 ELEMENTOS FINITOS EM FLUIDOS	32
4 MATERIAIS E MÉTODOS	35
4.1 EQUAÇÕES GOVERNANTES	35
4.2 APROXIMAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS.....	36
4.2.1 Estratégia de Solução	39
4.3 DOMÍNIO DO PROBLEMA E CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	40
4.4 INDEPENDÊNCIA DE MALHA.....	42

4.4.1 Verificação do Código Computacional / Programa	45
4.5 PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL.....	47
4.5.1 Planejamento Experimental Fatorial 2^k*	47
4.6 PARÂMETROS ANALISADOS.....	48
4.6.1 Número de Nusselt	48
4.6.2 Diferença de Pressão	49
5 RESULTADOS	51
5.1 RESULTADOS EM RELAÇÃO AO NÚMERO DE NUSSOLT	51
5.2 RESULTADOS EM RELAÇÃO À DIFERENÇA DE PRESSÃO	52
5.2.1 Coeficiente a.....	53
5.2.1.1 Campo de Temperatura – Hb=10: a=0 (a) e a=3 (b)	54
5.2.1.2 Diferença de Pressão – Hb=10: a=0 (a) e a=3 (b)	55
5.2.1.3 Linhas de Corrente do Escoamento – Hb=10: a=0 (a) e a=3 (b).....	56
5.2.2 Coeficiente b.....	57
5.2.2.1 Campo de Temperatura – Hb=10: b=0 (a) e b=3 (b).....	58
5.2.2.2 Diferença de Pressão – Hb=10: b=0 (a) e b=3 (b).....	59
5.2.2.3 Linhas de Corrente do Escoamento – Hb=10: b=0 (a) e b=3 (b).....	60
5.2.3 Índice de Potência (n).....	61
5.2.3.1 Campo de Temperatura – Hb=10: n=0,4 (a) e n=1 (b).....	62
5.2.3.2 Diferença de Pressão – Hb=10: n=0,4 (a) e n=1 (b).....	62
5.2.3.3 Linhas de Corrente do Escoamento – Hb=10: n=0,4 (a) e n=1 (b).....	64
5.2.4 Número de Reynolds (Re).....	65
5.2.4.1 Campo de Temperatura – Hb=10: Re=1 (a) e Re=20 (b)	66
5.2.4.2 Diferença de Pressão – Hb=10: Re=1 (a) e Re=20 (b)	66
5.2.4.3 Linhas de Corrente do Escoamento – Hb=10: Re=1 (a) e Re=20 (b).....	68
5.2.5 Número de Herschel-Bulkley (Hb)	68
5.2.5.1 Campo de Temperatura – Re=20: Hb=0,1 (a) e Hb=10 (b).....	69
5.2.5.2 Diferença de Pressão – Re=20: Hb=0,1 (a) e Hb=10 (b).....	70
5.2.5.3 Linhas de Corrente do Escoamento – Re=20: Hb=0,1 (a) e Hb=10 (b)	71
5.2.6 Número de Prandtl (Pr).....	72
5.2.6.1 Campo de Temperatura – Hb=10: Pr=1 (a) e Pr=10 (b).....	73
5.2.6.2 Diferença de Pressão – Hb=10: Pr=1 (a) e Pr=10 (b).....	73
5.2.6.3 Linhas de Corrente do Escoamento – Hb=10: Pr=1 (a) e Pr=10 (b)	75
6 CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	75

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	77
REFERÊNCIAS	78
APÊNDICE A – PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL	82
APÊNDICE B – TABELAS	83

1 INTRODUÇÃO

Os fluidos não newtonianos são comuns na natureza e na indústria. Alguns exemplos destes fluidos são tintas, cosméticos, vários alimentos e aditivos para alimentos, lodos, lamas de perfuração de poços de petróleo, suspensões (como a suspensão de carvão em água, utilizada como combustível), soluções de polímeros e polímeros fundidos.

Os fluidos não newtonianos geralmente são constituídos de soluções ou misturas de compostos formados por macromoléculas, o que lhes confere uma complexa estrutura microscópica que influencia seu comportamento macroscópico na resposta à aplicação de tensões. (ASTARITA e MARRUCI, 1974).

No Brasil, existe um grande interesse pelo estudo da fluidodinâmica de escoamentos de fluidos não newtonianos devido à sua direta aplicação em engenharia de petróleo. Um grande desafio, atualmente, consiste na produção de petróleo oriundo de poços muito profundos, que geralmente apresentam altos coeficientes de viscosidade, podendo também apresentar comportamento reológico não newtoniano. Fluidos não newtonianos também fazem parte de diversos processos da indústria de petróleo, como as dispersões de argila em água, as emulsões concentradas de óleo em água e água em óleo, as soluções de polímeros, os fluidos gelificados usados nas operações de perfuração de poços, as pastas de cimento, os asfaltos e as misturas asfálticas.

No estado do Rio Grande do Sul, são inúmeras as indústrias que utilizam processos de extrusão e injeção de polímeros que, quando no estado líquido (fundidos), são materiais não newtonianos. Nos referidos processos, estão presentes fenômenos de convecção de calor com altas taxas de dissipação viscosa. Nas indústrias de alimentos, em abundância na região, também são encontradas várias aplicações para escoamentos não newtonianos, visto que fluidos alimentícios são geralmente compostos por macromoléculas, e os mesmos passam por processos que envolvem transferência de calor como extrusão, pasteurização, esterilização, concentração, refrigeração e congelamento.

A busca do entendimento do comportamento de fluidos não newtonianos em processos de transferência de calor, bem como a necessidade de dados para o projeto de equipamentos, tem originado um número significativo de trabalhos na área (AVANÇO, 2010; PINTO, 2016), sendo facilmente encontrados na literatura, atrelados a trocadores de calor de bancos de tubos. Nestes estudos, o uso da dinâmica dos fluidos computacional (*CFD*) vem sendo cada vez mais empregada, uma vez que esta permite agilidade na aquisição de dados quando comparada aos

experimentos práticos. A simulação numérica pode fornecer um nível de detalhamento muito superior em relação aos dados experimentais.

No entanto, a modelagem dos escoamentos de fluidos não newtonianos resulta em equações que se tornam complexas à medida que se incluem na modelagem os diferentes efeitos observados na prática. Viscoelasticidade, gelificação, variação das propriedades com a temperatura, turbulência, são alguns dos efeitos que, conforme o tipo de aplicação, podem ou não ser considerados. No caso de escoamentos em linhas de processo, nos quais as deformações por cisalhamento são dominantes, o principal efeito não newtoniano é a variação da viscosidade. Nesses casos, os modelos puramente viscosos podem prever os fenômenos de pseudoplasticidade (redução da viscosidade com o aumento da taxa de deformação), dilatância (aumento da viscosidade com o aumento da taxa de deformação) e viscoplasticidade. Esta última é considerada como a característica de fluidos que, quando submetidos a tensões de cisalhamento menores que uma tensão limite de escoamento, comportam-se como um sólido. Alguns modelos constitutivos clássicos, como o modelo de Bingham e o de Herschel-Bulkley (BIRD et al., 1987), e outros modelos mais modernos, que na verdade descrevem o comportamento do material como altamente viscoso quando submetido a baixas tensões de cisalhamento, como o *SMD* (MENDES e DUTRA, 2004) e os modelos de Papanastasiou (MITSOULIS, 2007), são utilizados para prever o comportamento de fluidos viscoplásticos.

Na maioria dos trabalhos nos quais são estudados processos de transferência de calor (NIRMALKAR, 2013, CHHABRA e RICHARDSON, 2008), considera-se a variação da viscosidade com as taxas de deformação, porém as propriedades são consideradas invariantes com a temperatura. No presente trabalho, buscou-se avaliar, além dos efeitos da variação da viscosidade com taxas de deformação, o efeito da temperatura nas propriedades e, conseqüentemente, na fluidodinâmica dos processos. Para isso, utilizou-se um código próprio de elementos finitos baseado no método estabilizado de *GLS* (*Galerkin Mínimos Quadrados*) que consiste em aproximar os espaços de dimensões infinitas por subespaços de dimensão finita apropriados de modo a gerar aproximações estáveis nas simulações numéricas realizadas.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Este trabalho possui dois objetivos principais.

O primeiro é propor uma formulação de elementos finitos baseada no método *GLS* para a aproximação de escoamentos de fluidos não newtonianos dependentes da temperatura.

O segundo é realizar o estudo numérico, utilizando uma metodologia estatística de planejamento experimental fatorial 2^k , da transferência de calor a partir de um cilindro confinado para fluidos Herschel-Bulkley dependentes da temperatura.

1.1.2 Objetivos Específicos

- a) Caracterizar a transferência de calor em escoamentos de fluidos não newtonianos através do modelo viscoplástico de Herschel-Bulkley.
- b) Avaliar os efeitos dos parâmetros de dependência térmica do modelo de Herschel-Bulkley para o problema do escoamento sobre o cilindro confinado.
- c) Analisar o parâmetro adimensional número de Nusselt e a diferença de pressão sobre o cilindro para diferentes combinações e variações para os seguintes fatores: coeficiente a , coeficiente b , índice de potência (n), número de Reynolds (Re), número de Herschel-Bulkley (Hb) e o número de Prandtl (Pr).

1.2 JUSTIFICATIVA

A modelagem mecânica de escoamentos não newtonianos envolve as equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia, e também o modelo constitutivo do material. O comportamento reológico é descrito por equações que descrevem forças de contato no interior do corpo, relacionando-as com deformações experimentadas pelo corpo. Os modelos constitutivos puramente viscosos são os modelos mais simples para o tensor tensão. Eles são utilizados em problemas de engenharia, encontrando uma gama de aplicações, pois, apesar de suas limitações, são capazes de representar importantes variações na viscosidade durante processos de escoamentos em dutos e geometrias onde a deformação se dá principalmente por cisalhamento.

No caso de escoamentos não isotérmicos, as propriedades termofísicas envolvidas nos processos de transferência de calor e quantidade de movimento são a condutividade térmica (k), a massa específica (ρ), o calor específico (c_p) e o coeficiente de expansão térmica (β). Além destas propriedades, o comportamento reológico do fluido assume suma importância, visto que, além de estar envolvido em processos de transferência de quantidade de movimento, este é altamente dependente da temperatura. Em muitas aplicações, por exemplo, a lubrificação de

motores automotivos, a redução ou aumento da viscosidade podem prejudicar o processo ou causar danos aos equipamentos.

Quanto ao método numérico, a modelagem dos fenômenos de transporte recai em problemas de razoável complexidade matemática. Os fenômenos considerados são governados por sistemas de equações parciais não lineares, evolutivas e, nos regimes de escoamento de interesse, com características hiperbólicas. (LANDAU e LIFCHITZ, 1971).

No caso de escoamentos com transferência de calor, o método clássico de elementos finitos, o método de Galerkin para fluidos, apresenta tanto a necessidade de satisfazer a condição de Babuška-Brezzi quanto a instabilidade inerente a esquemas de diferenças centrais na aproximação de equações advectivo-dominadas (altos números de Reynolds e Péclet). Os métodos estabilizados são capazes de gerar aproximações estáveis para escoamentos advectivo-dominados para quaisquer combinações de subespaços pressão-velocidade, preservando a precisão desejada através da adição de residuais da formulação clássica de Galerkin, sem, contudo, prejudicar sua consistência.

Atualmente, o interesse nas aplicações de *CFD* (*Computational Fluid Dynamics*) em fluidos não newtonianos tem gerado uma alta produtividade científica, abrangendo os mais diversos enfoques que envolvem o tema, dentro dos quais ainda são muitos os problemas que permanecem em aberto. (OWENS e PHILLIPIS, 2002; OFEI et al., 2015).

Alguns destes estudos concentraram-se no desenvolvimento de correlações para o coeficiente de arrasto e o número de Nusselt, bem como para a compreensão de como a transferência de calor são influenciados por parâmetros reológicos (CHHABRA e RICHARDSON, 1999).

No entanto, propriedades reológicas dependentes da temperatura e os efeitos de tal fenômeno sobre o coeficiente de arrasto e a transferência de calor tem sido o foco de apenas algumas poucas obras (SOARES et al., 2003), que concluíram a importância de assumir a dependência da temperatura a fim de prever corretamente o escoamento.

Diante disso, esta é a razão de desenvolver esse trabalho com abordagem na simulação numérica, através de um programa desenvolvido em linguagem de programação, para entendimento dos parâmetros reológicos com a dependência da temperatura usando um conceito estatístico, na qual, possibilita alto grau de confiabilidade para conclusão dos resultados obtidos.

1.3 ESTRUTURA DA PESQUISA

O estudo desenvolvido será apresentado na forma de capítulos, sendo que:

- a) No Capítulo 1 é apresentada a introdução sobre o assunto, bem como os objetivos (gerais e específicos), juntamente com a justificativa.
- b) No Capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica de livros, artigos e trabalhos relacionados ao assunto.
- c) No Capítulo 3 é apresentado o método utilizado para a realização do estudo, bem como os materiais utilizados.
- d) No Capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos através da simulação numérica realizada e a aplicação do conceito estatístico.
- e) No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões dos resultados obtidos juntamente com sugestões para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 VISCOSIDADE

“A viscosidade pode ser imaginada como sendo a “aderência” interna de um fluido”. Assim, a taxa de deformação de um fluido é diretamente ligada à viscosidade do fluido. Para uma determinada tensão, um fluido altamente viscoso deforma-se numa taxa menor do que um fluido com baixa viscosidade. (POTTER, 2004).

Segundo Fox, McDonald e Pritchard (2006, p.23) “Para um sólido, as tensões são desenvolvidas quando um material é deformado ou cisalhado elasticamente; para um fluido, as tensões de cisalhamento aparecem devido ao escoamento viscoso. Desse modo, dizemos que os sólidos são *elásticos* e os fluidos são *viscosos* (e é interessante notar que muitos tecidos biológicos são *viscoelásticos*, significando que eles combinam características de um sólido e de um fluido) ”.

De todas as propriedades dos fluidos, a viscosidade requer a maior consideração no estudo dos escoamentos. A natureza e as características da viscosidade são tratadas neste item. Viscosidade é a propriedade pela qual um fluido oferece resistência ao cisalhamento. A lei de Newton da viscosidade estabelece que, para uma dada velocidade de deformação angular de um fluido, a tensão de cisalhamento é diretamente proporcional à viscosidade. (STREETER e WYLIE, 1982).

A principal subdivisão indicada é entre escoamentos não-viscosos e viscosos. A Figura 2.1 mostra uma representação esquemática da classificação dos fluidos.

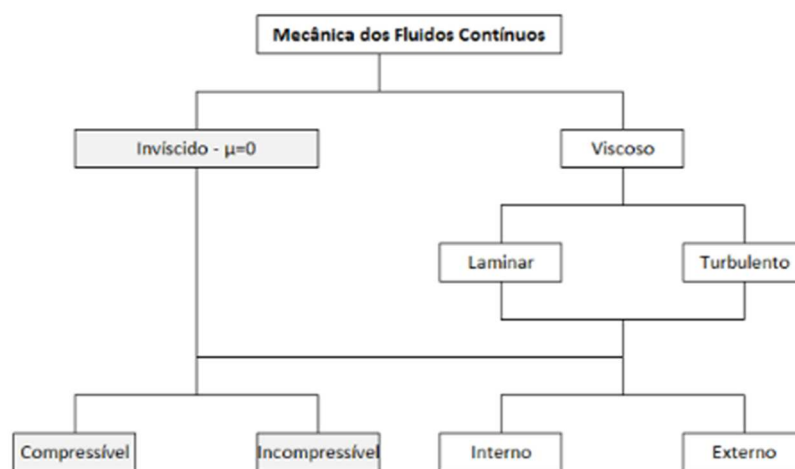


Figura 2.1 – Representação esquemática sobre tipos de fluidos.

Fonte: Fox e McDonald (2001).

2.1.1 Fluidos Não-Viscosos (Invíscidos)

Os escoamentos onde se desprezam os efeitos da viscosidade são denominados escoamentos invíscidos. Neles, a viscosidade do fluido, μ , é considerada igual a zero. Os fluidos com viscosidade nula não existem; entretanto, há muitos problemas nas quais a hipótese de inexistência das forças viscosas simplifica a análise e, ao mesmo tempo, leva a resultados significativos. A simplificação da análise é sempre desejável; os resultados, porém, devem ser razoavelmente precisos para que a solução seja de valor. (FOX e MCDONALD, 2001).

2.1.2 Fluidos Viscosos

Segundo Fox e McDonald (2001, p.20) “Todos os fluidos possuem viscosidade, e, em consequência, os escoamentos viscosos são da maior importância no estudo da mecânica dos fluidos”.

Os modelos constitutivos puramente viscosos, também conhecidos por modelos newtonianos generalizados, são os modelos mais simples para o tensor tensão, que o relacionam à taxa de deformação. Tais modelos são bastante utilizados em problemas de engenharia, encontrando uma gama grande de aplicações. Isso se deve a que estes modelos, apesar de suas limitações, são capazes de representar importantes variações na viscosidade durante processos de escoamentos em dutos e geometrias onde a deformação se dá principalmente por cisalhamento. (ZINANI, 2006).

2.2 FLUIDOS NEWTONIANOS

A massa específica (ρ) e o peso específico (γ) são propriedades que indicam o “peso” de um fluido. Estas propriedades não são suficientes para caracterizar o comportamento dos fluidos porque dois fluidos (como a água e o óleo) podem apresentar massas específicas aproximadamente iguais, mas se comportar muito distintamente quando escoam. Assim, torna-se aparente que é necessária alguma propriedade adicional para descrever a “fluidez” das substâncias. (MUNSON; YOUNG e OKIISHI, 2005).

Desse modo, Chhabra e Richardson (2008, p.1), definem fluido newtoniano como: “Considere uma fina camada de um fluido contido entre dois planos paralelos separados pela

distância (dy), conforme mostrado na Figura 2.2. Agora, se em condições de estado estacionário, o fluido é submetido ao cisalhamento através da aplicação de uma força F , como se mostra, esta terá sua força equilibrada de maneira igual devido à força de atrito oposta do fluido. Para um fluido newtoniano incompressível em escoamento laminar, a tensão de cisalhamento resultante é igual ao produto da taxa de cisalhamento e a viscosidade dinâmica do fluido. Neste caso simples, a taxa de cisalhamento pode ser expressa como a gradiente de velocidade na direção perpendicular à do esforço transversal, isto é: ”

$$\frac{F}{A} = \tau_{y,x} = \mu \left(-\frac{dU_x}{dy} \right) = \mu \dot{\gamma}_{y,x} \quad (2.1)$$

sendo, F a força aplicada, A é a área da superfície, $\tau_{y,x}$ a tensão de cisalhamento, μ a viscosidade dinâmica do fluido e $\frac{dU_x}{dy}$ a taxa de deformação – gradiente de velocidade.

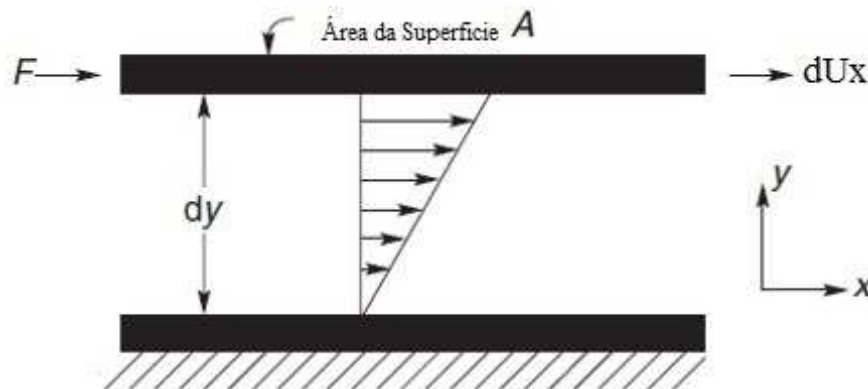


Figura 2.2 – Representação esquemática do escoamento entre duas paredes paralelas.

Fonte: Chhabra e Richardson (2008).

A constante de proporcionalidade, μ (ou razão entre a tensão de cisalhamento à velocidade de cisalhamento), a qual é chamada a viscosidade Newtoniana é, por definição: independente da taxa de deformação ($\dot{\gamma}_{y,x}$), ou tensão de cisalhamento ($\tau_{y,x}$), depende apenas do material e da sua temperatura e pressão. (CHHABRA e RICHARDSON, 2008).

Assim, “os fluidos nos quais a tensão de cisalhamento é diretamente proporcional à taxa de deformação são chamados *fluidos newtonianos*.” (MUNSON; YOUNG e OKIISHI, 2005).

A Figura 2.3 apresenta alguns exemplos desses fluidos.

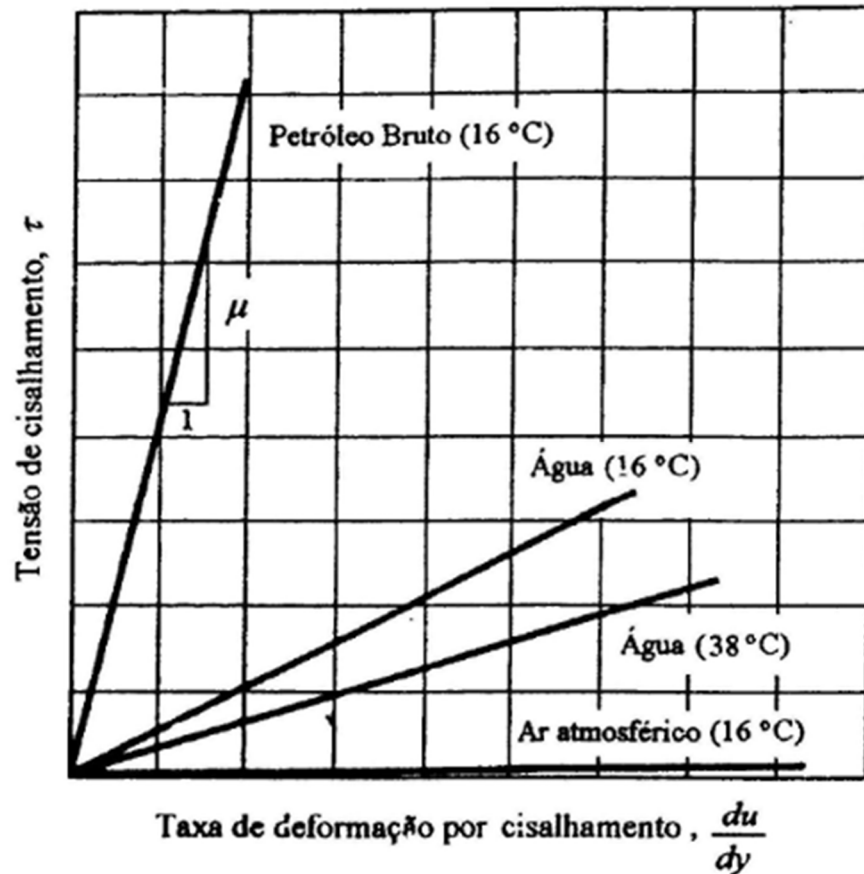


Figura 2.3 – Tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação por cisalhamento para alguns fluidos newtonianos.

Fonte: Munson; Young e Okiishi (2004).

Observa-se na Figura 2.3 que a viscosidade de fluidos como petróleo bruto, água e ar atmosférico se mantém constante para qualquer valor de tensão de cisalhamento, ou seja, apresentando um comportamento de fluido newtoniano.

2.3 FLUIDOS NÃO NEWTONIANOS

De acordo com Munson; Young e Okiishi (2004, p.14), “Os fluidos que apresentam relação não linear entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação por cisalhamento são denominados fluidos não newtonianos”. Para Chhabra e Richardson (2008, p.5), “Um fluido não newtoniano é aquele cuja curva de escoamento (tensão de cisalhamento em função da taxa de cisalhamento) não é linear ou não passa através da origem, ou seja, onde a viscosidade aparente, tensão de cisalhamento dividido pela velocidade de cisalhamento, não é constante a uma dada temperatura e pressão, mas é dependente de condições de escoamento, tais como a geometria do escoamento, a taxa de cisalhamento, etc.”.

2.3.1 Fluidos Dependentes do Tempo

Para Chhabra e Richardson (2008, p.18), “Na prática, as viscosidades aparentes podem depender não apenas da taxa de cisalhamento, mas também do tempo a que o fluido tenha sido submetido a cisalhamento”. Dessa maneira os fluidos dependentes do tempo são divididos da seguinte forma:

2.3.1.1 Fluidos Tixotrópicos

Certos pseudoplásticos, quando submetidos a uma taxa de cisalhamento constante, sua viscosidade aparente diminui ao longo do tempo de duração da tensão de cisalhamento. Em outras palavras, quando a taxa de cisalhamento sofre um incremento, e é mantida constante em um novo patamar, a viscosidade do material diminui sistematicamente com o tempo até atingir um valor de equilíbrio. Exemplos: fluidos do corpo humano, certas argilas, lama proveniente da atividade vulcânica, plastisol, etc.

2.3.1.2 Fluidos Reopéticos

É a denominação que se dá a um fluido que submetido a uma taxa de cisalhamento constante, sua viscosidade aumenta progressivamente com o tempo até atingir um valor de equilíbrio. Exemplos: gesso ($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$), certas pastas e tintas.

2.3.2 Fluidos Independentes do Tempo

2.3.2.1 Fluidos Pseudoplásticos (*Shear Thinning*)

Segundo Chhabra e Richardson (2008, p.7): “O tipo mais comum do comportamento de um fluido não newtoniano, independente do tempo, é a pseudoplasticidade, caracterizada por uma viscosidade aparente que diminui com o aumento da taxa de cisalhamento”.

De acordo com Munson; Young e Okiishi (2004, p.15), “a viscosidade dinâmica aparente diminui com o aumento da taxa de cisalhamento, ou seja, a viscosidade aparente se torna menor quanto maior for a tensão de cisalhamento imposta no fluido”. Como exemplo cita-se: materiais industriais (colas, tintas, vernizes), etc.

2.3.2.2 Fluidos Dilatantes (*Shear Thickening*)

Para os fluidos do tipo dilatante, a viscosidade dinâmica aparente aumenta com o aumento da taxa de cisalhamento, ou seja, ela se torna cada vez mais alta quanto maior for a tensão de cisalhamento imposta ao fluido. (MUNSON; YOUNG e OKIISHI, 2005). Como exemplo cita-se: mistura de água e mel e a mistura de água (2 partes) com maizena (de 3 a 4 partes).

Alguns modelos são bastante utilizados para as funções viscosidade, como o **modelo Ostwald-de-Waele**, ou índice de potência. Neste modelo, a viscosidade é dada por:

$$\eta = K\dot{\gamma}^{n-1} \quad (2.2)$$

onde η é a viscosidade não newtoniana, K é o índice de consistência, $\dot{\gamma}$ é a taxa de deformação, n é o índice de potência. Se $n < 1$, a função prevê comportamento pseudoplástico; se $n > 1$, a função prevê comportamento dilatante, conforme ilustrado na Figura 2.4 (c, d).

2.3.2.3 Fluidos Viscopoplásticos

A viscoplasticidade é caracterizada por materiais com alta viscosidade a baixas tensões e, a altas tensões uma viscosidade variando com a taxa de deformação. Materiais com viscoplasticidade requerem a aplicação de uma tensão mínima, τ_y , denominada de limite de escoamento, para que haja alguma deformação cisalhante. Como exemplo cita-se: cosméticos (cremes, pomadas), condimentos (ketchup, molhos), fluidos biológicos (sangue), etc.

Quando o escoamento é submetido a uma tensão menor que, τ_y , o material teoricamente comporta-se como um sólido, ou seja, material com uma viscosidade altíssima. Assim, o fluido apresentaria regiões onde escoaria com um movimento de corpo rígido e regiões estagnadas. Esse tipo de fluido, frequentemente, também apresenta comportamento pseudoplástico (*shear thinning*) ou dilatante (*shear thickening*), como mostra a Figura 2.4. (FONSECA et al., 2013).

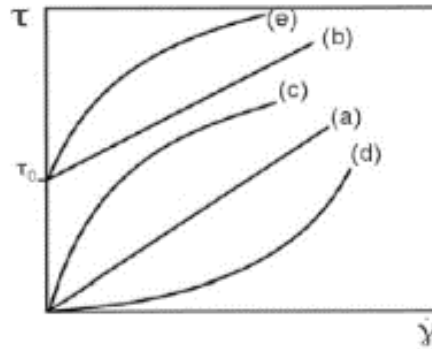


Figura 2.4 – Curva de Escoamento: (a) Newtoniano, (b) Plástico de Bingham, (c) Pseudoplástico, (d) Dilatante, (e) Viscoplastico.

Fonte: Chhabra e Richardson (2008).

O modelo mais tradicional a descrever o comportamento viscoplastico é o **Plástico de Bingham**. Segundo Munson; Young e Okiishi (2004, p.16), “Outro tipo de comportamento indicado é o Plástico de Bingham (que não é um fluido nem um sólido). Este tipo de material pode resistir a uma tensão de cisalhamento finita sem se mover (assim, ele não é um fluido), mas uma vez excedida a tensão de escoamento, o material se comporta como um fluido (assim, ele não é um sólido)”. Dois exemplos deste tipo de material são a pasta de dente e a maionese. Matematicamente, o Plástico de Bingham pode ser escrito como:

$$\tau = \tau_y + \mu\dot{\gamma} \quad , \text{ se } \tau > \tau_y \quad (2.3)$$

$$\dot{\gamma} = 0 \quad , \text{ se } \tau < \tau_y \quad (2.4)$$

onde τ é a tensão de cisalhamento, τ_y é a tensão mínima de cisalhamento, μ é a viscosidade plástica e $\dot{\gamma}$ é a taxa de deformação. Esse modelo prediz uma viscosidade infinita no limite em que a taxa de deformação vai a zero. Com a adição de um novo parâmetro a equação de Bingham, o modelo de **Herschel-Bulkley** consegue prever o comportamento *shear thinning* do material mostrado na Figura 2.4 (e), expresso matematicamente como:

$$\tau = \tau_y + K\dot{\gamma}^n \quad , \text{ se } \tau > \tau_y \quad (2.5)$$

$$\dot{\gamma} = 0 \quad , \text{ se } \tau < \tau_y \quad (2.6)$$

onde τ é a tensão de cisalhamento, τ_y é a tensão mínima de cisalhamento, K é o índice de consistência, $\dot{\gamma}$ é a taxa de deformação e n o índice de potência.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 ESTADO DA ARTE

O comportamento reológico é descrito por equações que descrevem forças de contato no interior do corpo, relacionando-as com deformações experimentadas pelo corpo. A formulação matemática destas equações deve atender aos pressupostos de invariância ao sistema de coordenadas, objetividade material, invariância dimensional, determinismo, ação local e memória efêmera (*fading memory*), além de garantir a não violação da Segunda Lei da Termodinâmica. (GURTIN, 1981). Estes princípios são empregados na construção de equações constitutivas particulares para o tensor tensão.

Os modelos constitutivos puramente viscosos são os modelos mais simples para o tensor tensão. Eles são utilizados em problemas de engenharia, encontrando uma gama de aplicações, pois, apesar de suas limitações, são capazes de representar importantes variações na viscosidade durante processos de escoamentos em dutos e geometrias onde a deformação se dá principalmente por cisalhamento.

Como os modelos puramente viscosos são derivados da forma mais geral da equação de Reiner e Prager (1945 apud GURTIN, 1981), eles descrevem os aspectos inelásticos do comportamento não newtoniano, não prevendo os fenômenos de diferenças de tensões normais e memória. As equações constitutivas construídas de forma a prever estes efeitos caracterizam os chamados fluidos viscoelásticos. Os efeitos de memória constituem na recuperação parcial do trabalho realizado durante a deformação de um corpo. Classicamente, as equações para fluidos viscoelásticos estão divididas em três tipos básicos (BIRD et al., 1987): expansões de Rivlin-Ericksen, modelos diferenciais e modelos integrais, sendo os modelos diferenciais os mais conhecidos.

Os modelos diferenciais são aqueles apresentados sob a forma de uma equação diferencial do tensor extra de tensão, na qual é empregada geralmente uma derivada associada objetiva. Estes modelos são largamente utilizados na solução numérica de escoamentos de fluidos viscoelásticos. Os modelos não lineares são construídos de modo a gerar equações constitutivas com menos limitações de aplicabilidade e capazes de descrever o máximo possível o comportamento não linear caracterizado pelas funções materiais viscoelásticas.

Dois modelos diferenciais são classicamente utilizados em simulações computacionais, Maxwell-B e Oldroyd-B. Vários modelos diferenciais têm sido propostos a fim de descrever o complexo comportamento dos fluidos viscoelásticos em diferentes situações. Alguns modelos

mais célebres são os modelos White-Metzner, Pan-Thien-Tanner, Giesekus e FENE-P. Entre os modelos baseados no comportamento de polímeros fundidos, estão os sofisticados modelos de Doi-Edwards e Pom-pom, desenvolvidos para descrever o comportamento de polímeros lineares e ramificados. (OWENS e PHILLIPS, 2002).

O método de elementos finitos mais usual é o conhecido método de Galerkin, o qual tem sido aplicado nas últimas décadas a uma vasta classe de problemas de engenharia (HUGHES et al., 1986). Infelizmente, a aproximação de Galerkin em fenômenos de transporte requer cuidados especiais. Nos escoamentos viscosos incompressíveis surge a necessidade de computar a pressão como multiplicador de Lagrange do campo de velocidade, gerando assim os chamados problemas mistos.

Além disso, mantendo o termo inercial da equação de movimento, detém-se diante da assimetria de seu operador advectivo (FRANCA et al., 1992). Estes fatores fazem com que o método de Galerkin tenha um comportamento patológico nestes problemas, originando oscilações espúrias na aproximação do campo de pressão e de velocidade.

Nos anos 70, os resultados teóricos de Babuška-Brezzi (HUGHES et al., 1986) vieram elucidar a aproximação destes problemas. Ficou provado que os subespaços de velocidade e pressão não poderiam ser escolhidos arbitrariamente, sob pena de serem geradas aproximações irreais, deveriam ser empregados elementos finitos que satisfizessem a chamada condição de Babuška-Brezzi.

Esta condição restringe a escolha de elementos a um número bastante limitado, criando assim dificuldades computacionais, já que combinações computacionalmente desejáveis como elementos de igual ordem ficam de antemão descartadas. A fim de contornar estas dificuldades, foram propostas várias estratégias, dentre as quais se destacam os chamados métodos estabilizados. (HUGHES et al., 1986).

Esta metodologia, introduzida por Brooks e Hughes (1982), para o modelo da advecção-difusão e Hughes et al. (1986) para o problema de Stokes, baseia-se na adição à formulação de Galerkin termos dependentes da malha e resíduos das equações de Euler-Lagrange. Esta ideia foi estendida às equações de Navier-Stokes, empregando parâmetros de estabilidade projetados para otimizar tanto a estabilidade quanto a convergência da aproximação numérica. (FRANCA e FREY, 1992).

O emprego de modelos constitutivos diferenciais também acrescenta dificuldades à modelagem numérica. Como estes modelos são equações transcendentais para o tensor tensão, eles adicionam ao problema a necessidade de aproximar numericamente uma equação diferencial a mais, em que a variável é o próprio tensor tensão. Este tipo de formulação é

conhecido como formulação em três campos, em que as variáveis primárias são a velocidade, a pressão e o tensor extra de tensão. (BEHR et al., 1993).

Com o campo de tensão a ser resolvido, recai-se no problema da compatibilização dos subespaços de tensão e velocidade, que pode ser contornado com o uso de métodos estabilizados. (ZINANI e FREY, 2008).

A segunda, e mais crítica dificuldade para modelos viscoelásticos, é o crescimento exponencial do tensor tensão em regiões de singularidade, o que acarreta o colapso dos métodos numéricos. (OWENS e PHILLIPS, 2002). Esta dificuldade vem sendo contornada através da aproximação da matriz logarítmica do tensor conformação (FATTAL e KUPFERMAN, 2005), empregando como equação constitutiva uma modificação dos modelos usuais em função do tensor tensão.

No que diz respeito à pseudoplasticidade dos fluidos viscoplásticos, em geral, vários autores têm abordado os efeitos da dependência da temperatura das propriedades reológicas de transferência de calor e escoamento. Um trabalho importante nessa área foi o de Nouar (2005), que contestou as conclusões anteriores de Naimi et al. (1990), que tinham subestimado a importância da dependência da temperatura das propriedades reológicas de transferência de calor e no escoamento.

Naimi et al. (1990), realizaram um trabalho experimental investigando o escoamento de uma solução aquosa de Carbopol 940 (modelada utilizando um modelo Herschel-Bulkley com índice de consistência dependentes da temperatura) através de um canal anular com um cilindro interno em rotação. Naimi et al. (1990) concluíram que o efeito da dependência da temperatura sobre a dinâmica de escoamento foi reduzido, principalmente devido à existência da região de zona rígida. No entanto, Nouar (2005), tanto em experiências como em simulações numéricas, detectou que a variação de consistência com a temperatura conduz a uma reorganização do escoamento, que afeta fortemente a transferência de calor entre o cilindro externo e o fluido.

Nouar (2005) também apresentou uma expressão assintótica da modificação do gradiente de velocidade axial da parede pela dependência da temperatura do índice de consistência. É importante notar que Nouar et al. (1998) realizaram algumas medições reológicas para um Carbopol 940 solução aquosa a 0,2%, o que corrobora que o limite de elasticidade aparente é pouco dependente da temperatura, enquanto o índice de consistência, K , tem uma dependência da temperatura pelo modelo:

$$K = K_{ref} e^{[-b(T-T_{ref})]} \quad (3.1)$$

onde K é o índice de consistência, K_{ref} é o índice de consistência medido a uma temperatura de referência T_{ref} , b é o parâmetro dependente da temperatura, T e T_{ref} as respectivas temperaturas.

Outro trabalho desse grupo, Nouar et al. (1998), foi o estudo da convecção laminar de fluidos dependentes da temperatura através de um duto anular. Neste caso, foram realizados tanto experimentais como análise numérica. Para soluções aquosas de carboxymethylcellulose, usando o modelo de *Power-Law*, somente foi detectada a dependência do índice de consistência com a temperatura e, não o índice de potência. O índice de consistência foi modelado conforme a Eq. (3.1). Nouar (2005) também concluiu que a dependência térmica afeta mais a transferência de calor quando a tensão de cisalhamento aumenta.

Num outro trabalho, Nouar et al. (1998) estudaram o efeito da dependência térmica de um fluido de Herschel-Bulkley na convecção num duto assimétrico horizontal, considerando-se mais uma vez que, apenas o índice de consistência varia com a temperatura, não o limite de elasticidade aparente. Ait-Messaoudene (2011) também empregou a modelagem da Eq. (3.1) para avaliar o comportamento térmico de um fluido *Power-Law* que flui em um duto anular excêntrico. O autor aponta que a dependência da temperatura faz com que algumas características de transferência de calor e do escoamento não podem ser previstas por modelos de consistência independentes térmicas.

Além das soluções Carbopol, outras evidências experimentais da dependência da temperatura podem ser encontradas na literatura. Por exemplo, Fontes e Gasparetto (2001) testaram soluções de *xantano* em várias concentrações e descobriram que o comportamento reológico destas gomas foi bem ajustado pelo modelo de *Power-Law* com consistência em função da temperatura sob a forma de Eq. (3.1).

Soares et al. (2010) investigaram as regiões de entrada de escoamento de fluidos viscoplásticos, a fim de caracterizar o coeficiente de transferência de calor durante o desenvolvimento das camadas-limite fluidodinâmica e térmica. Eles assumiram que, para um fluido Herschel-Bulkley, tanto índice de consistência como a tensão de escoamento dependem da temperatura. Esta hipótese baseava-se em medições relativas à maionese, e tal dependência foi apresentada sob a forma:

$$\tau_0 = \tau_{0,ref} e^{[-a(T-T_{ref})]} \quad (3.2)$$

para a tensão de escoamento, τ_0 , com $\tau_{0,ref}$, a tensão de escoamento em T_{ref} , a o parâmetro dependente da temperatura. A dependência do índice de consistência da temperatura foi modelada como na Eq. (3.1). Uma das principais conclusões deste trabalho foi que, negligenciar a dependência das propriedades dos materiais com a temperatura pode introduzir erros importantes nas previsões do coeficiente de transferência de calor.

Ditchfield et al. (2004), realizaram a modelagem num trocador e calor tubular com o objetivo de demonstrar a dependência da temperatura de um fluido Herschel-Bulkley. Neste caso, a tensão de escoamento, o índice de consistência e o índice de potência foram modelados como dependentes da temperatura após medições realizadas em um reômetro controlado. Os autores encontraram uma boa concordância entre os resultados experimentais com resultados previstos usando este modelo.

Peixinho et al. (2008) mostraram que, para Carbopol modelado como um fluido de Herschel-Bulkley, o índice de consistência mostra a maior dependência de temperatura. Para uma solução aquosa de Carbopol a 0,2%, empregaram o valor de $0,011^\circ\text{C}^{-1}$ para o parâmetro dependente da temperatura, b na Eq. (3.1).

Nouar et al. (1998), no estudo de fluidos Rayleigh-Benard Poiseuille, usaram uma expressão semelhante a Eq. (3.1) para modelar a viscosidade plástica de um fluido de Bingham dependente da temperatura, com base em medições de Carbopol 940 soluções:

$$\eta_p = \eta_{p,ref} e^{[-b(T-T_{ref})]} \quad (3.3)$$

onde b é o parâmetro usado para quantificar a dependência da temperatura. Um dos resultados mais importantes desse trabalho foi que a assimetria do escoamento só foi prevista quando se utiliza um modelo reológico dependente da temperatura.

3.2 MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático utilizado nas simulações é caracterizado por duas dimensões, dado pelas equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia para um fluido incompressível, puramente viscoso, em regime permanente, supondo ρ , k , c_p constantes.

3.2.1 Balanço de Massa

É chamado de balanço integral de massa, e diz que, em um dado instante, se há variação temporal de massa dentro de um volume de controle, esta deve ser balanceada pelo fluxo de massa através da superfície de controle (GOBBI et al., 2003).

Aplicando o balanço de massa a um volume de controle infinitesimal e assumindo um escoamento permanente e incompressível, chegamos a forma diferencial Euleriana da equação da continuidade (ASTARITA e MARRUCI, 1974) dada por:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \text{ sendo } i=1,2,3 \quad (3.4)$$

onde (u_i) e (x_i) são, respectivamente, a componente do vetor velocidade e o vetor posição no plano cartesiano, na direção do índice i .

3.2.2 Balanço de Quantidade de Movimento

Suponha que não se conheça o campo de velocidade ou o campo de pressão em um escoamento incompressível de interesse e, se quer resolver as equações diferenciais para que nos forneçam essa informação. A equação diferencial da continuidade é uma equação que pode nos ajudar a esse fim, porém, ela apresenta três incógnitas (as três componentes da velocidade) e é insuficiente para resolver o sistema de equações. Desta forma é interessante se obter uma equação que descreva a quantidade de movimento aplicada a um volume de controle infinitesimal.

De acordo com Astarita e Marruci, (1974), o princípio da conservação da quantidade de movimento diz que: “a taxa de aumento de quantidade de movimento total do fluido no interior do volume de controle é igual ao escoamento líquido da quantidade de movimento através de suas superfícies mais à ação das resultantes das forças de contato e corpo atuando no fluido”. Aplicando novamente as hipóteses de um escoamento permanente, regime laminar e incompressível a equação do balanço de quantidade de movimento linear é dada por:

$$\rho \left(u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \left(\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right) + b_i, \text{ sendo } i,j=1,2,3 \quad (3.5)$$

onde ρ é a massa específica, $(u_i$ e $u_j)$ são componentes do vetor velocidade na direção do índice i e j , $(x_i$ e $x_j)$ são componentes do vetor posição no plano cartesiano na direção do índice i e j , b_i são as forças de corpo e, τ_{ij} são os componentes do tensor tensão que representam as forças superficiais aplicadas ao volume de controle infinitesimal.

Assim, precisa-se definir uma equação constitutiva para descrever o comportamento das tensões sobre o volume de controle. Decompondo o tensor tensão,

$$T_{ij} = pI_{ij} + \tau_{ij}, \text{ sendo } i,j=1,2,3 \quad (3.6)$$

onde p é a pressão termodinâmica, I_{ij} o tensor unitário, τ_{ij} é o tensor extra de tensão, e aplicando uma relação constitutiva para um fluido newtoniano generalizado, tem-se:

$$\tau_{ij} = 2\eta(\dot{\gamma}, T)D_{ij}, \text{ sendo } i,j=1,2,3 \quad (3.7)$$

em que τ_{ij} é o tensor extra de tensão, $\eta(\dot{\gamma}, T)$ é a viscosidade não newtoniana dependente da taxa de deformação ($\dot{\gamma}$) e da temperatura (T) e D_{ij} , são as componentes do tensor taxa de deformação definido como a parte simétrica do tensor gradiente de velocidades:

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\partial_{x_j} u_i + \partial_{x_i} u_j \right), \text{ sendo } i,j=1,2,3 \quad (3.8)$$

Substituindo na Eq. (3.8) chegamos à equação do balanço de quantidade de movimento linear na sua forma Euleriana dada por:

$$\rho \left(u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + 2\eta(\dot{\gamma}, T) \left(\frac{\partial D_{ij}}{\partial x_j} \right) + b_i, \text{ sendo } i,j=1,2,3 \quad (3.9)$$

3.2.3 Balanço de Energia

Aplicando a Primeira Lei da Termodinâmica a um volume de controle infinitesimal temos o princípio da conservação de energia que diz: “a taxa de energia acumulada no interior do volume de controle é igual a transferência líquida de energia pelo escoamento de fluido,

mais a transferência líquida de calor por condução, mais a taxa de geração de calor interno menos a transferência líquida de trabalho do volume de controle para o meio”. (BEJAN, 1996).

Através do princípio da conservação de energia e, aplicando as hipóteses de um escoamento permanente e de um fluido incompressível com a condutividade térmica uniforme e constante em todas as direções, a equação de balanço de energia é dada por:

$$\rho c_p \left(u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) = -k \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} + S, \text{ sendo } i,j=1,2,3 \quad (3.10)$$

onde ρ é a massa específica, c_p é o calor específico, u_i é o componente do vetor velocidade na direção do índice i , x_i o componente do vetor posição no plano cartesiano na direção do índice i , T é a temperatura, k é a condutividade térmica do material e S o termo fonte de calor.

3.3 ELEMENTOS FINITOS EM FLUIDOS

O método de elementos finitos consiste em uma aproximação numérica de equações diferenciais, baseado no conceito de que a solução de uma equação diferencial pode ser representada como a combinação linear de graus de liberdade incógnitos e funções de aproximação selecionadas ao longo de todo o domínio do problema. (FONSECA, 2013).

As equações que regem os problemas de escoamento de fluidos são as de continuidade, de Navier-Stokes e da energia. Assim, Potter (2004, p.596), “A dinâmica dos fluidos computacional, ou simplesmente *CFD*, enfoca a obtenção de soluções numéricas para os problemas de escoamento de fluidos utilizando o computador. O advento dos computadores de alta velocidade e de grande capacidade de memória tem permitido à *CFD* a obtenção de soluções para muitos problemas de escoamento, inclusive aqueles que são compressíveis ou incompressíveis, laminares ou turbulentos, quimicamente reagentes ou não-reagentes, de fase única ou de múltiplas fases”.

Dentre os métodos numéricos desenvolvidos para tratar as equações que regem os problemas de escoamento de fluidos, os mais amplamente utilizados são: o *MDF* (*Método das Diferenças Finitas*), o *MVF* (*Métodos dos Volumes Finitos*) e o *GLS* (*Galerkin Mínimos-Quadrados* (*Galerkin Least-Squares*)).

O acoplamento entre os problemas térmicos e de escoamento, que representa matematicamente o acoplamento entre as equações de quantidade de movimento incompressíveis e as equações de difusão advectiva, no contexto do método *GLS*, foi

apresentada por Franceschini e Frey (2005). No entanto, o papel da temperatura nas propriedades reológicas dependentes não foi investigada no contexto dos métodos estabilizados. Neste caso, o acoplamento se dá de forma bilateral, pois tanto o campo de escoamento afeta o campo de temperatura, quanto o campo de temperatura afeta as propriedades reológicas, e, conseqüentemente, os campos de velocidades e temperaturas.

No contexto dos escoamentos de fluidos não newtonianos, alguns trabalhos têm sido publicados sobre os fluidos puramente viscosos, bem como viscoelásticos e tixotrópicos (ZINANI, 2006; ZINANI e FREY, 2008; FONSECA et al., 2013).

No que diz respeito à escolha de um método numérico, o método clássico de Galerkin para fluidos incompressíveis sofre de duas grandes dificuldades: em primeiro lugar, a necessidade de satisfazer a condição Babuška-Brezzi (FRANCA et al., 1992), a fim de empregar uma combinação compatível de velocidade e pressão subespaçados. Em segundo lugar, a instabilidade inerente dos sistemas centrais na diferença da aproximação dos escoamentos dominados advectivos.

O método de elementos finitos mais empregado é o método de Galerkin, o qual tem sido aplicado, nas últimas décadas, a uma vasta classe de problemas. No entanto, na extensão do método para problemas de escoamentos, algumas patologias numéricas foram detectadas em várias situações de interesse de engenharia. Constatou-se o surgimento de oscilações espúrias, sobre o domínio computacional, em problemas envolvendo operadores não simétricos, fazendo divergir as aproximações de escoamentos advectivos. Em um primeiro momento, o refinamento da malha surgiu como uma primeira tentativa de eliminar o problema, mesmo acarretando no aumento do custo computacional. Em seguida, foram propostas novas estratégias, tais como o desenvolvimento de novos elementos finitos e a aplicação de regras de integração não convencionais. (MARTINS, 2006).

O método *GLS*, introduzido em Hughes et al. (1986) no contexto do problema de Stokes, para equações do tipo advecção-difusão, é o método no qual este trabalho se baseia a fim de atingir a estabilidade das formulações dos problemas de escoamento estudados. (ZINANI, 2006).

O método de *GLS*, introduzido por Stokes em (FRANCA et al., 1992) foi desenvolvido para aumentar a estabilidade do método de Galerkin original, adicionando termos dependentes de malha para a formulação de Galerkin, que são funções dos resíduos das equações de Euler-Lagrange avaliada elemento a elemento. Uma vez que os resíduos das equações de Euler-Lagrange estão satisfeitos com as soluções exatas, a consistência é preservada nesses métodos.

A metodologia *GLS* foi também estendido para equações advecção-difusão (FRANCA et al., 1992), bem como para equações incompressíveis de Navier-Stokes (FRANCA e FREY, 1992), preservando a capacidade de contornar a condição Babuška-Brezzi e para gerar estável aproximações mesmo para escoamentos altamente advectivos.

Conforme Martins (2006, p.6) “um grande passo no desenvolvimento de métodos estabilizados pode ser visto como a contribuição dada pelo trabalho de Brooks e Hughes (1982), no qual foi desenvolvido o método *streamline-upwind / Petrov-Galerkin*, ou simplesmente, (*SUPG*)”.

Dentre as evoluções a partir do método *SUPG*, destaca-se, o chamado método *GLS*, introduzido por Hughes et al. (1986) no contexto do problema de Stokes. Esta metodologia consiste na adição de termos dependentes da malha, ao método clássico de Galerkin. Estes termos de perturbação, analogamente ao método *SUPG*, são construídos de forma a aumentar a estabilidade da formulação de Galerkin original sem, contudo, prejudicar sua consistência já que a solução exata do problema satisfaz aos resíduos de Euler-Lagrange. (MARTINS, 2006).

4 MATERIAIS E MÉTODOS

Abaixo será apresentada a metodologia utilizada no trabalho bem como a modelagem matemática e o método numérico que serão utilizados para alcançar os objetivos descritos anteriormente.

4.1 EQUAÇÕES GOVERNANTES

Para fluidos viscoplásticos dependentes da temperatura, a modelagem matemática utilizada neste trabalho consiste na equação do balanço de massa, Eq. (4.1), a equação de balanço de quantidade de movimento para um *GNL (Líquido Newtoniano Generalizado)*, Eq. (4.2), a equação de energia em termos de temperatura Eq. (4.3), (BIRD et al.,1987), e considerando regime permanente, fluido incompressível, tem-se:

$$\text{div } \mathbf{u} = 0 \quad (4.1)$$

$$\rho [\text{grad } \mathbf{u}] \mathbf{u} = -\text{grad } p + \text{div } \boldsymbol{\tau} + \mathbf{f} \quad (4.2)$$

$$\text{grad } T \cdot \mathbf{u} = \text{div}(\alpha \text{ grad } T) + S \quad (4.3)$$

onde \mathbf{u} é o campo de velocidade, ρ é a massa específica, p é a pressão, $\boldsymbol{\tau}$ é o tensor tensão, \mathbf{f} é o vetor de força de corpo, T é o campo de temperatura, α é a difusividade térmica e S é o termo fonte de energia térmica.

A fim de prever o comportamento viscoplástico, foi empregado um modelo *Papanastasiou-Herschel-Bulkley* dependente da temperatura modificado. O modelo de Herschel-Bulkley original foi regularizado pelo método de *Papanastasiou* (MITSOULIS, 2007):

$$\eta(\dot{\gamma}, T) = \eta_p(T) \dot{\gamma}^{n-1} + \frac{\tau_0(T)}{\dot{\gamma}} [1 - e^{(-m\dot{\gamma})}] \quad (4.4)$$

onde η_p é a viscosidade plástica, T é o campo de temperatura, $\dot{\gamma} = [2D(u)_{ij}D(u)_{ij}]^{1/2}$ é a magnitude do tensor da taxa de deformação, $D(u)$, n é o índice de potência, τ_0 é a tensão de

escoamento, taxa de deformação ($\dot{\gamma}$), os quais foram assumidos como funções da temperatura conforme:

$$\boldsymbol{\tau}_0 = \boldsymbol{\tau}_{0,ref} e^{[-a(T-T_{ref})]} \quad (4.5)$$

$$\eta_p = \eta_{p,ref} e^{[-b(T-T_{ref})]} \quad (4.6)$$

Nas Eqs. (4.5) e (4.6) os parâmetros a e b controlam a dependência da temperatura de $\boldsymbol{\tau}_0$ e η_p a partir de seus valores de referência, $\boldsymbol{\tau}_{0,ref}$ e $\eta_{p,ref}$, e da temperatura T_{ref} .

4.2 APROXIMAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS

Com base na modelagem matemática acima, um problema para um fluido viscoplástico dependente da temperatura foi definido como:

$$\text{div } \mathbf{u} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (4.7)$$

$$\rho[\text{grad } \mathbf{u}] \mathbf{u} = -\text{grad } p + \text{div } \boldsymbol{\tau} + \mathbf{f} \quad \text{in } \Omega \quad (4.8)$$

$$\text{grad } T \cdot \mathbf{u} = \text{div}(\alpha \text{grad } T) + S \quad \text{in } \Omega \quad (4.9)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_g \quad \text{in } \Gamma_g \quad (4.10)$$

$$(\boldsymbol{\tau} - p\mathbf{I}) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{t}_h \quad \text{in } \Gamma_h \quad (4.11)$$

$$T = T_g \quad \text{in } \Gamma_g \quad (4.12)$$

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = q_h \quad \text{in } \Gamma_h \quad (4.13)$$

onde \mathbf{u} é o campo de velocidade admissível, T é o campo de temperatura admissível, $\Omega \subset \mathfrak{R}^{N=2,3}$ é um domínio limitado com Γ contorno exterior normal \mathbf{n} , Γ_g é a parte de Γ que são impostas condições Dirichlet (\mathbf{u}_g e T_g), Γ_h é a porção de Γ submetida às condições de contorno de Neumann (\mathbf{t}_h e q_h).

A forma variacional do problema do valor de contorno dado pelas Eqs. (4.7) a (4.13) aproximada por um método de elementos finitos usando um esquema de estabilização baseado na metodologia *GLS* (HUGHES et al., 1986; FRANCA e FREY, 1992 e ZINANI e FREY, 2008).

A aproximação foi realizada sobre a partição Ω^h do domínio fechado $\bar{\Omega}$ - sem elementos sobrepostos e a união de todos os elementos Ω_K reproduzindo $\bar{\Omega}$ - constituído por elementos poliédricos convexas em $\mathfrak{R}^{N=2}$. A fim de aproximar os campos de velocidade, pressão e temperatura, foram utilizados os espaços habituais de funções em dinâmica dos fluidos (CIARLET, 1978):

$$\mathbf{V}^h = \left\{ \mathbf{v} \in H_0^1(\Omega)^N \mid \mathbf{v}|_K \in R_k(K)^N, K \in \Omega_K \right\} \quad (4.14)$$

$$P^h = \left\{ p \in C_0(\Omega) \cap L_0^2(\Omega) \mid p|_K \in R_l(K)^N, K \in \Omega_K \right\} \quad (4.15)$$

$$W^h = \left\{ w \in H_0^1(\Omega) \mid w|_K \in R_m(K), K \in \Omega_K \right\} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{V}_g^h = \left\{ \mathbf{v} \in H^1(\Omega)^N \mid \mathbf{v}|_K \in R_k(K)^N, K \in \Omega_K, \mathbf{v} = \mathbf{u}_g \text{ on } \Gamma_g \right\} \quad (4.17)$$

$$W_g^h = \left\{ w \in H^1(\Omega) \mid w|_K \in R_m(K), K \in \Omega_K, w = T_g \text{ on } \Gamma_g \right\} \quad (4.18)$$

onde $C_0(\Omega)$ representa o espaço de funções contínuas, $L^2(\Omega)$ e $H^1(\Omega)$ os espaços funcionais de Hilbert e Sobolev em Ω , $L_0^2(\Omega)$ e $H_0^1(\Omega)$, os espaços funcionais de Hilbert e Sobolev em Ω com valor igual a zero em Γ_g , e R_k , R_l e R_m os polinômios de grau k , l e m no Ω_K (CIARLET, 1978).

Os graus de liberdade - velocidade, pressão, temperatura - foram aproximados por funções de forma, conforme os subespaços das Eqs. (4.14) a (4.18). Estas aproximações são indicadas por \mathbf{u}^h , p^h e T^h , respectivamente. As funções peso foram aproximadas por \mathbf{v}^h , q^h e w^h . Uma formulação GLS para Eqs. (4.7) a (4.13) foi estabelecida no problema acoplado: encontrar o par $(\mathbf{u}^h, p^h) \in \mathbf{V}_g^h \times P^h$, como:

$$B_v(\mathbf{u}^h, p^h; \mathbf{v}^h, q^h) = F_v(\mathbf{v}^h, q^h) \quad \forall (\mathbf{v}^h, q^h) \in \mathbf{V}^h \times P^h \quad (4.19)$$

onde,

$$\begin{aligned} B_v(\mathbf{u}, p; \mathbf{v}, q) = & (\rho[\text{grad} \mathbf{u}] \mathbf{v}) + (2\eta(\dot{\gamma}, T) \mathbf{D}(\mathbf{u}), \mathbf{D}(\mathbf{v})) - (\text{div} \mathbf{v}, p) - (\text{div} \mathbf{u}, q) \\ & + \sum_{K \in \Omega^h} (\rho[\text{grad} \mathbf{u}] \mathbf{u} + \text{grad} p - 2 \text{div}(\eta(\dot{\gamma}, T) \mathbf{D}(\mathbf{u})), \tau_v(\text{Re}_K)(\rho[\text{grad} \mathbf{v}] \mathbf{u} + \text{grad} q - 2 \text{div}(\eta(\dot{\gamma}, T) \mathbf{D}(\mathbf{v}))))_{\Omega_K} \end{aligned} \quad (4.20)$$

e,

$$F_v(\mathbf{v}, q) = (\mathbf{f}, \mathbf{v}) + (\mathbf{t}_h, \mathbf{v})_{\Gamma} + \sum_{K \in \Omega^h} (\mathbf{f}, \tau_v(\text{Re}_K)(\rho[\text{grad} \mathbf{v}] \mathbf{u} + \text{grad} q - 2 \text{div}(\eta(\dot{\gamma}, T) \mathbf{D}(\mathbf{v}))))_{\Omega_K} \quad (4.21)$$

e, encontrar $T^h \in W_g^h$, como:

$$B_w(T^h; w^h) = F_w(w^h) \quad \forall (w^h) \in W^h \quad (4.22)$$

onde,

$$B_w(T; w) = (\text{grad } T \cdot \mathbf{u}, w) + (\alpha \text{ grad } T, \text{ grad } w) + \sum_{K \in \Omega^h} \left(\text{grad } T \cdot \mathbf{u} - \text{div}(\alpha \text{ grad } T), \tau_w(\text{Pe}_K)(\text{grad } w \cdot \mathbf{u} - \text{div}(\alpha \text{ grad } w)) \right)_{\Omega_K} \quad (4.23)$$

e,

$$F_w(w) = (S, w) + (q_h, w)_\Gamma + \sum_{K \in \Omega^h} \left(S, \tau_w(\text{Pe}_K)(\text{grad } w \cdot \mathbf{u} - \text{div}(\alpha \text{ grad } w)) \right)_{\Omega_K} \quad (4.24)$$

com (\cdot, \cdot) e $(\cdot, \cdot)_K$ representando o produto interno L^2 nos domínios Ω e Ω_K , respectivamente. Os parâmetros de estabilidade $\tau_v(\text{Re}_K)$ e $\tau_w(\text{Pe}_K)$ - que são funções do número de Reynolds, Re_K , e o número de Péclet, Pe_K - foram definidos, assumindo h_K uma medida de comprimento de malha, como:

$$\tau_i(X_i) = \frac{h_K}{2|\mathbf{u}|} \xi(X_i), \quad \text{with} \quad X_i = \begin{cases} \text{Re}_K = \frac{\rho|\mathbf{u}|h_K m_K^i}{4\eta(\dot{\gamma}, T)} & \text{for } i = \mathbf{v} \\ \text{Pe}_K = \frac{|\mathbf{u}|h_K m_K^i}{2\alpha} & \text{for } i = w \end{cases} \quad (4.25)$$

com,

$$\xi(X_i) = \begin{cases} X_i, & 0 \leq X_i < 1 \\ 1, & X_i \geq 1 \end{cases} \quad (4.26)$$

$$m_K^i = \min(1/3, 2C_K^i) \quad (4.27)$$

$$C_K^v \sum_{K \in \Omega^h} h_K^2 \|\text{div } \mathbf{D}(\mathbf{v})\|_{0,K}^2 \leq \|\text{div } \mathbf{D}(\mathbf{v})\|_0^2 \quad \mathbf{v} \in \mathbf{V}^h \quad (4.28)$$

$$C_K^w \sum_{K \in \Omega^h} h_K^2 \|\text{div}(\text{grad } w)\|_{0,K}^2 \leq \|\text{div}(\text{grad } w)\|_{0,K}^2 \quad w \in W^h \quad (4.29)$$

e a constante C_K estimada a partir da estimativa inversa (FRANCA et al., 1992).

Essa formulação foi implementada em linguagem de programação *FORTTRAN* (*IBM Mathematical FORMula TRANslation System*), no código próprio chamado NNFEM e desenvolvido nos trabalhos de Franca e Frey (1992) e Zinani (2006).

4.2.1 Estratégia de Solução

A formulação acima refere-se a um acoplamento bidirecional, porque o campo de velocidade influencia o campo de temperatura e vice-versa. Os passos para obter uma solução para este tipo de problema são dados pelo algoritmo detalhado no fluxograma da Figura 4.1.

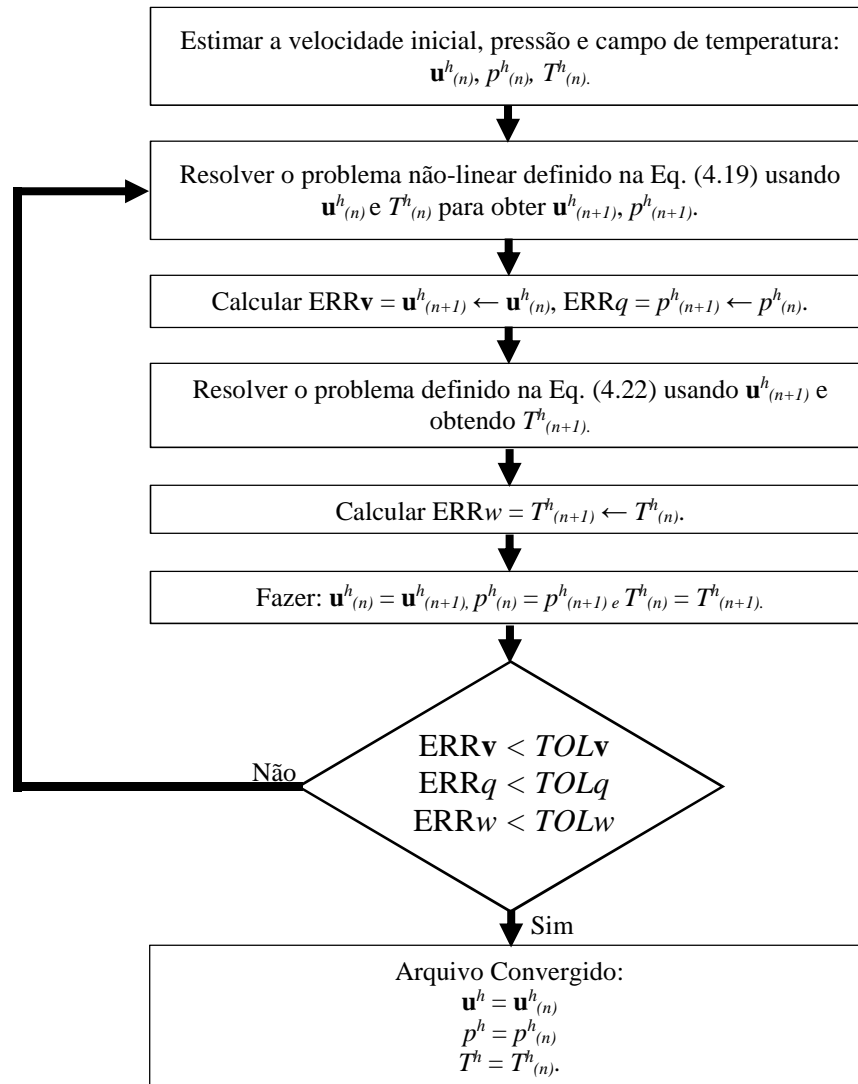


Figura 4.1 – Fluxograma do algoritmo empregado.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A discretização da formulação *GLS* definido pela Eqs. (4.19) - (4.29) foi obtida das aproximações dos elementos finitos para aproximações (\mathbf{u}^h, p^h, T^h) e (\mathbf{v}^h, q^h, w^h) como uma combinação de suas respectivas funções de forma e graus de liberdade. O sistema não-linear resultante da Eq. (4.19) foi resolvido por meio de um método de Newton, que foi descrito em detalhes em Zinani e Frey (2008). O problema linear resultante da discretização da Eq. (4.22) foi resolvido utilizando uma decomposição linear conforme descrito em Hughes et al. (1986).

Na Figura 4.1, ERR_i refere-se às tolerâncias quanto ao erro de cada aproximação com relação à iteração anterior. Este erro é calculado como o máximo erro relativo de cada variável na malha de elementos finitos.

4.3 DOMÍNIO DO PROBLEMA E CONDIÇÕES DE CONTORNO

O problema considerado neste trabalho é dado através do escoamento em regime permanente em torno de um cilindro confinado entre duas paredes paralelas. Esta geometria foi modelada em duas dimensões, e apenas a sua metade superior foi tomada como o domínio do problema, como mostrado na Figura 4.2.

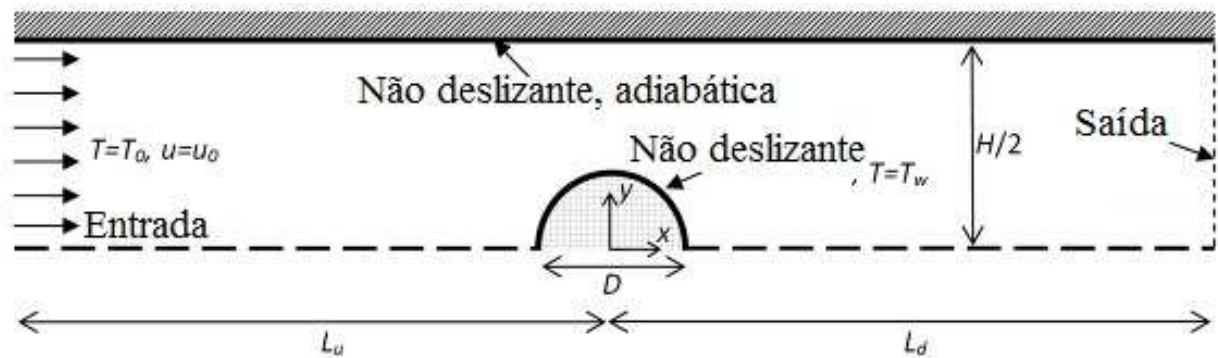


Figura 4.2 – Problema em Estudo (Cilindro Confinado Entre Duas Paredes Paralelas).

Fonte: Elaborado pelo autor.

O cilindro tem diâmetro $D=1$, a distância entre as paredes do canal $H=4$. Os comprimentos são $L_u=-10$ e $L_d=40$, considerando o centro do cilindro o ponto “0” tendo o sistema o comprimento total de 50. A parede do cilindro é mantida a $T_w=1$. Na entrada a velocidade média e a temperatura são u_0 e T_0 , respectivamente. As paredes dos canais são assumidas impermeáveis, não deslizantes e adiabáticas. A condição de saída é aplicada como uma condição de tração livre e adiabática.

Os parâmetros adimensionais que governam este problema, além do índice de potência (n) são: o número de Reynolds (4.30), o número de Prandtl (4.31), o número Herschel-Bulkley (4.32) e as versões adimensionais de parâmetros a (4.33) e b (4.34).

$$Re = \frac{\rho u_0^{2-n} D^n}{\eta_{p,ref}} \quad (4.30)$$

onde, Re é o número de Reynolds, ρ massa específica, u_0 é a velocidade do escoamento, n o índice de potência, D o diâmetro do cilindro, e $\eta_{p,ref}$ a viscosidade plástica.

$$Pr = \frac{c_p \eta_{p,ref}}{k} \left(\frac{u_0}{D} \right)^{n-1} \quad (4.31)$$

onde, Pr é o número de Prandtl, c_p o calor específico, $\eta_{p,ref}$ a viscosidade plástica, u_0 é a velocidade do escoamento, n o índice de potência, D o diâmetro do cilindro, e K o índice de consistência.

$$Hb = \frac{\tau_0 D^n}{\eta_{p,ref} u_0^n} \quad (4.32)$$

onde, Hb é o número de Herschel-Bulkley, τ_0 a tensão de escoamento, D o diâmetro do cilindro, n o índice de potência, $\eta_{p,ref}$ a viscosidade plástica, u_0 é a velocidade do escoamento.

$$a^* = \frac{a}{T_w - T_0} \quad (4.33)$$

onde, a^* é o coeficiente a conforme aplicação na Eq. (4.5), T_w a temperatura da parede do cilindro e T_0 a temperatura na entrada do sistema.

$$b^* = \frac{b}{T_w - T_0} \quad (4.34)$$

onde, b^* é o coeficiente b conforme aplicação na Eq. (4.6), T_w a temperatura da parede do cilindro e T_0 a temperatura na entrada do sistema.

4.4 INDEPENDÊNCIA DE MALHA

Para todos os 64 experimentos do Apêndice A, será utilizada uma malha que sendo definida através da escolha dentre as 4 malhas a serem testadas abaixo, sendo elas:

- Malha 1: 2.000 Elementos e 2.151 Nós.

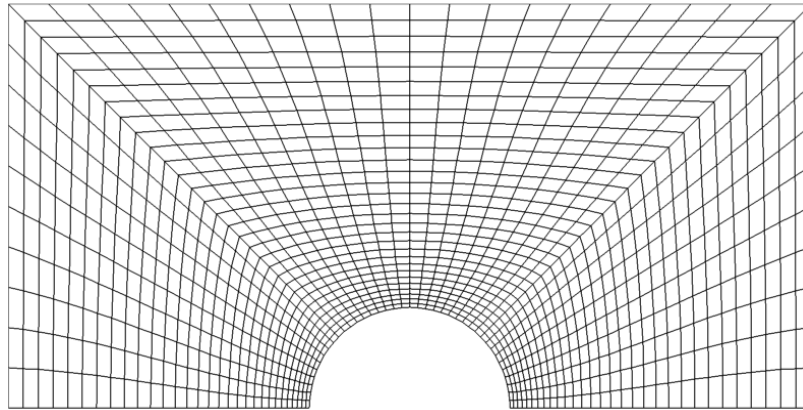


Figura 4.3 – Malha 1 - Zoom na região onde está localizado o cilindro da Figura 4.2.

Fonte: Elaborada pelo autor.

- Malha 2: 6.750 Elementos e 7.006 Nós.

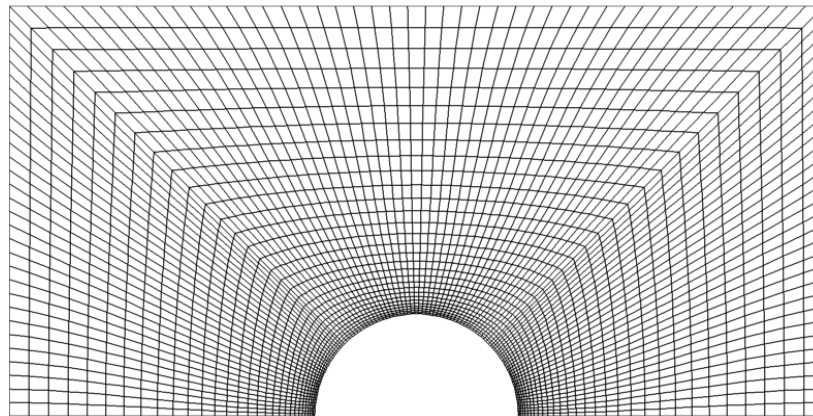


Figura 4.4 – Malha 2 - Zoom na região onde está localizado o cilindro da Figura 4.2.

Fonte: Elaborada pelo autor.

- Malha 3: 14.400 Elementos e 14.766 Nós.

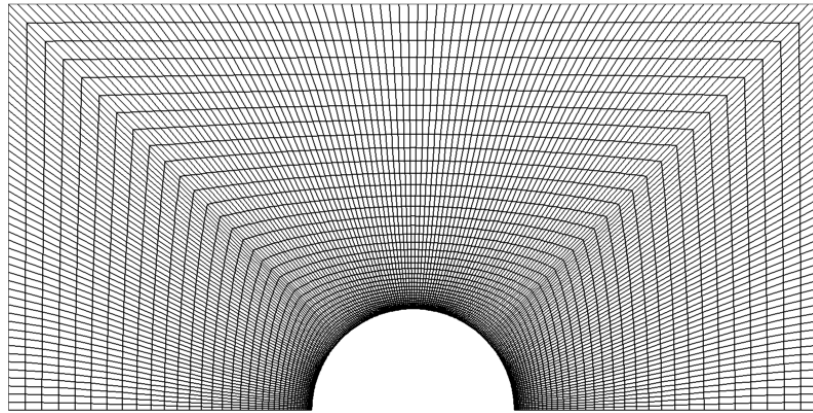


Figura 4.5 – Malha 3 - Zoom na região onde está localizado o cilindro da Figura 4.2.

Fonte: Elaborada pelo autor.

- Malha 4: 27.600 Elementos e 28.041 Nós.

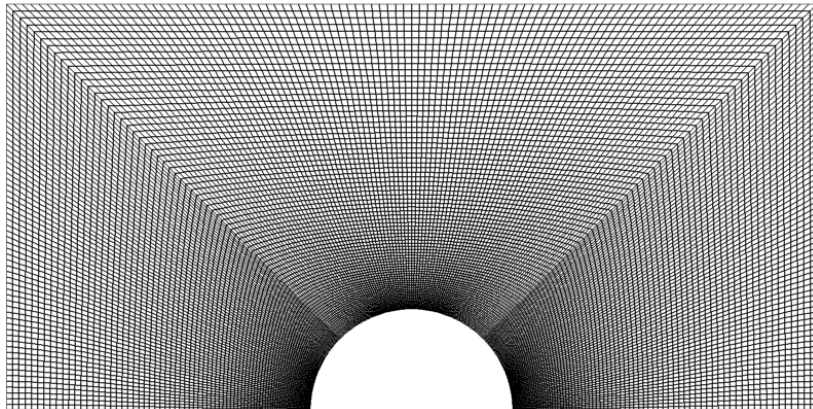


Figura 4.6 – Malha 4 - Zoom na região onde está localizado o cilindro da Figura 4.2.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tendo os seguintes parâmetros padronizados para as 4 malhas sendo:

- $a^*=3$; $b^*=3$; $n=0,4$; $Re=20$; $Hb=10$ e $Pr=10$.

Tanto para o teste de malha como para todos os experimentos apresentados no Apêndice A, foi utilizado um sistema computacional com as seguintes características: Processador – Intel® I7-4790, Placas Mãe – Gigabyte®, Memória Ram - 32Gb, HD - 640Gb e Placa de Vídeo de 2Gb. Em média, leva-se em torno de 1 dia para rodar a Malha 1 e, em torno de 7 dias para se rodar a Malha 4. Também, em média, quando realizado a simulação dos 64 experimentos

utilizando a configuração computacional mencionada, leva-se de 2 a 7 dias para cada experimento conforme combinação de fatores.

Após realizar a simulação numérica de cada uma das malhas pode-se observar através da Figura 4.7 que:

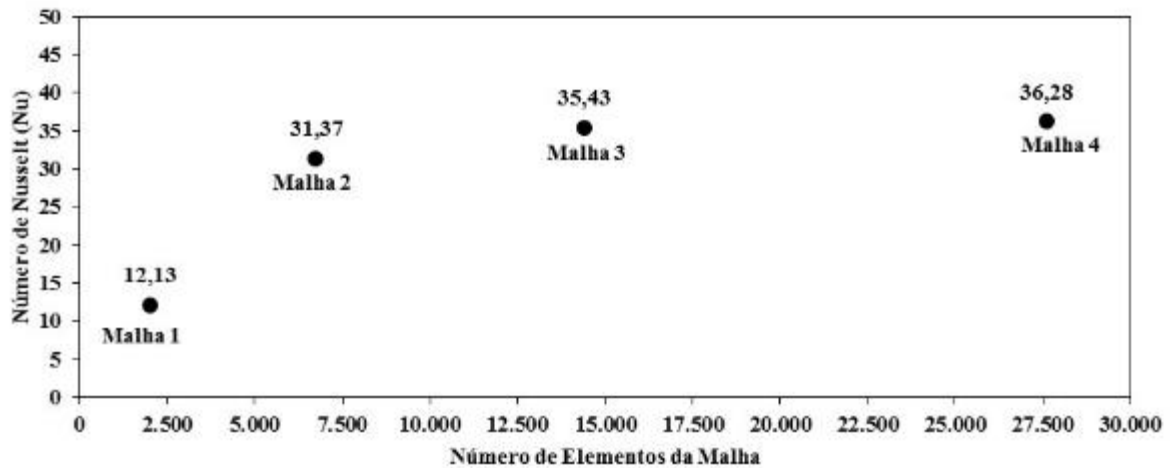


Figura 4.7 – Malhas x número de Nusselt.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Quando se compara a Malha 1 com a Malha 2, tem-se um aumento do número de elementos de 2.000 para 6.750, ou seja, 3,38 vezes mais elementos, aumentando também o valor do número de Nusselt de 12,13 para 31,37, ou seja, 61,35% a mais.

Quando se compara a Malha 2 com a Malha 3, tem-se um aumento do número de elementos de 6.750 para 14.400, ou seja, 2,13 vezes mais elementos, aumentando também o valor do número de Nusselt de 31,37 para 35,43, ou seja, 11,44% a mais.

Quando se compara a Malha 3 com a Malha 4, tem-se um aumento do número de elementos de 14.400 para 27.600, ou seja, 1,92 vezes mais elementos, aumentando também o valor do número de Nusselt de 35,43 para 36,28, ou seja, 2,36% a mais.

Ou seja, à medida que se aumenta a quantidade de elementos na malha o número de Nusselt tende a ficar constante e, para a simulação numérica, quanto maior a quantidade de elementos na malha, mais tempo leva-se para fazer o estudo de simulação numérica, sem ter grandes diferenças com relação ao resultado esperado. Por esse critério, definiu-se que malha a ser utilizada para rodar os 64 experimentos é a Malha 3.

4.4.1 Verificação do Código Computacional / Programa

Para verificação da implementação computacional do modelo, realizou-se a simulação numérica dos experimentos 1 e 64, ou seja, levando em consideração os valores mínimos e máximos dos experimentos conforme parâmetros descritos no Apêndice A. Através dessas duas simulações é feito um comparativo entre o resultado teórico do perfil de velocidade, aplicando os conceitos definidos de solução teórica no trabalho de Hermany (2012) e, o resultado encontrado através da cada uma das duas simulações numéricas realizadas.

Desse modo, os dados foram representados conforme Figura 4.8 e a Figura 4.9, de ambos os perfis para análise e validação.

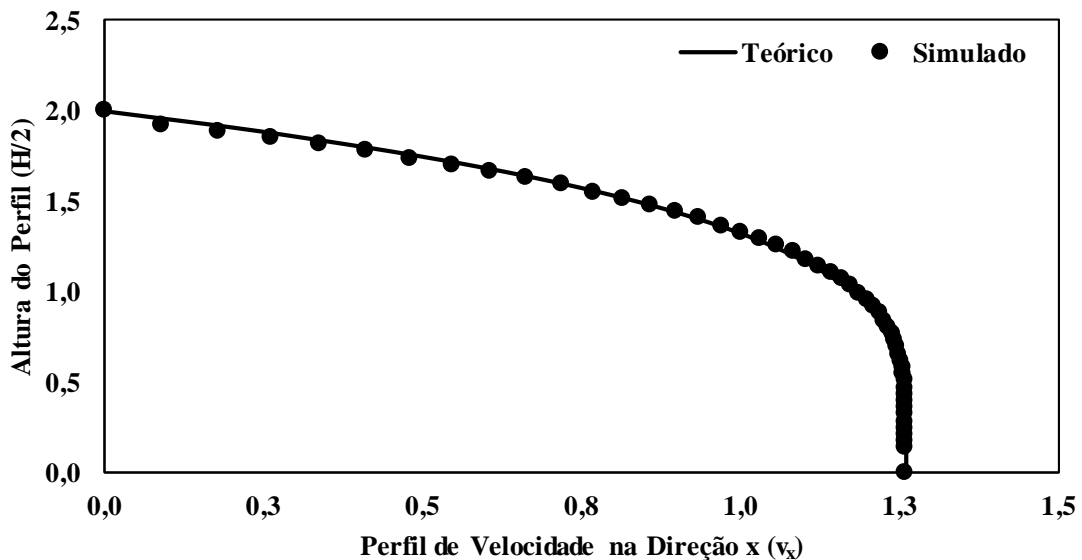


Figura 4.8 – Perfil de Velocidades – Teórico x Simulado – Experimento 1.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando os parâmetros mínimos desse experimento, ou seja, $a=0$, $b=0$, $n=0,4$, $Re=1$, $Hb=0,1$ e $Pr=1$, observa-se que o resultado simulado do código computacional (apresentado através dos pontos) teve uma solução muito aproximada do resultado teórico (apresentado através da linha contínua). Comprova-se isso através da diferença percentual entre alguns pontos como por exemplo: Ponto $y=0,5$; $v_{x(\text{teórico})}=1,2573$; $v_{x(\text{simulado})}=1,2589$, ou seja, diferença percentual entre $v_{x(\text{teórico})}$ e $v_{x(\text{simulado})}$ de 0,12%. Ponto $y=1,0$; $v_{x(\text{teórico})}=1,1785$; $v_{x(\text{simulado})}=1,1881$, ou seja, diferença percentual entre $v_{x(\text{teórico})}$ e $v_{x(\text{simulado})}$ de 0,81%. Ponto $y=1,5$; $v_{x(\text{teórico})}=0,8219$; $v_{x(\text{simulado})}=0,8153$, ou seja, diferença percentual entre $v_{x(\text{teórico})}$ e $v_{x(\text{simulado})}$ de 0,81%.

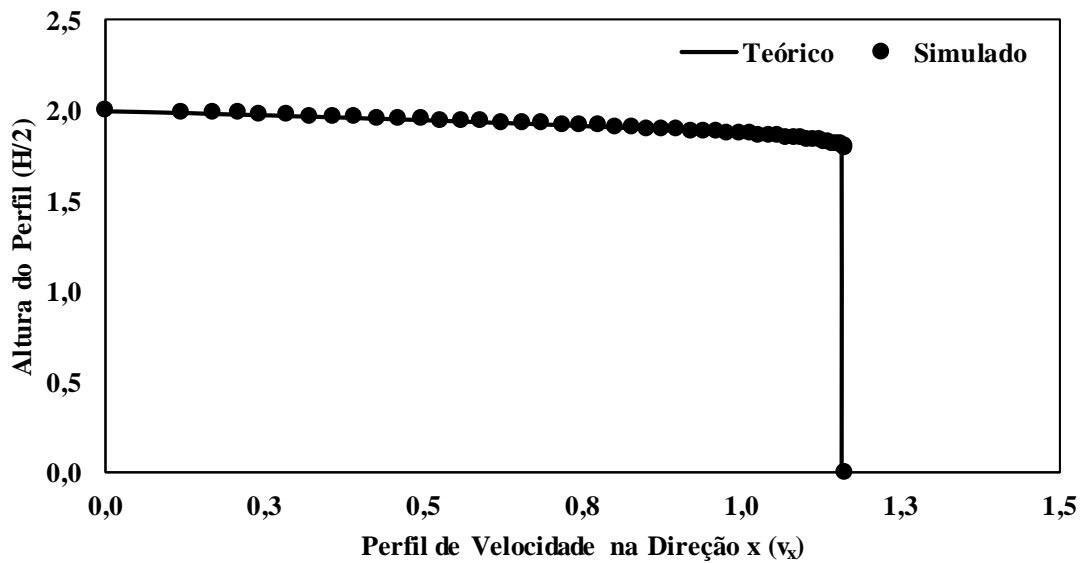


Figura 4.9 – Perfil de Velocidades – Teórico x Simulado – Experimento 64.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando os parâmetros mínimos desse experimento, ou seja, $a=3$, $b=3$, $n=1,0$, $Re=20$, $Hb=10$ e $Pr=10$, observa-se que o resultado simulado do código computacional (apresentado através dos pontos) teve uma solução muito aproximada do resultado teórico (apresentado através da linha contínua). Comprova-se isso através da diferença percentual entre alguns pontos como por exemplo: Ponto $y=1,8$; $v_{x(\text{teórico})}=1,1591$; $v_{x(\text{simulado})}=1,1632$, ou seja, diferença percentual entre $v_{x(\text{teórico})}$ e $v_{x(\text{simulado})}$ de 0,35%. Ponto $y=1,85$; $v_{x(\text{teórico})}=1,0812$; $v_{x(\text{simulado})}=1,0836$, ou seja, diferença percentual entre $v_{x(\text{teórico})}$ e $v_{x(\text{simulado})}$ de 0,22%. Ponto $y=1,9$; $v_{x(\text{teórico})}=0,8460$; $v_{x(\text{simulado})}=0,8535$, ou seja, diferença percentual entre $v_{x(\text{teórico})}$ e $v_{x(\text{simulado})}$ de 0,89%.

Dessa forma, como a diferença encontrada entre o valor teórico e o valor simulado foi menor que 1%, entre os dois casos analisados de valores mínimos (Experimento 1) e valores máximos (Experimento 64) considera-se a validação computacional coerente e aprovada para realizar os 64 experimentos propostos.

Tais modelos, métodos de comparar e validar os códigos computacionais, bem como a malha, são mensurados por artigos similares e apresentados por (FONSECA et al., 2013 e HERMANY et al., 2013).

4.5 PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL

Antes de se iniciar a experimentação, é importante estabelecer um planejamento experimental, ou *DOE (Design of Experiments)*, e fazer a identificação dos parâmetros, tais como: seleção dos parâmetros de controle e de ruído e/ou interações, características de qualidade, seleção de níveis para os parâmetros e a função principal do produto e/ou processo (sistema). (MONTGOMERY, 2001).

Outra etapa importante no planejamento do experimento é selecionar os níveis dos parâmetros. As etapas iniciais da experimentação podem envolver muitos parâmetros em poucos níveis. Recomenda-se dois níveis para minimizar a dimensão inicial do experimento. Torna-se importante salientar também que o número de graus de liberdade para um parâmetro é o número de níveis menos um. Assim, aumentar o número de níveis para um parâmetro, aumenta o total de graus de liberdade, que é função direta do número total de ensaios. A etapa inicial da experimentação eliminará muitos parâmetros da discussão e os poucos restantes poderão ser investigados com níveis múltiplos sem causar crescimento excessivo no tamanho do experimento, que provocaria um aumento de custo e tempo. (MONTGOMERY, 2001).

4.5.1 Planejamento Experimental Fatorial 2^{k^*}

O projeto fatorial é utilizado em estudos onde tem-se diversos fatores de influência e deseja-se conhecer o efeito correspondente a cada fator ou interação entre eles. Uma generalização do projeto fatorial é o projeto fatorial 2^{k^*} . Nesse caso, k^* representa o número de fatores envolvidos no projeto. A base dois refere-se aos dois níveis possíveis para cada m dos fatores: alto e baixo. (MONTGOMERY, 2001).

Conforme Neto et al. (2001, p. 86): “Para k^* fatores, isto é, k^* variáveis controladas pelo experimentador, um planejamento completo de dois níveis exige a realização de $2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^{k^*}$ ensaios diferentes, sendo chamado por isso de planejamento fatorial 2^{k^*} . ”

Para este estudo serão analisados os seguintes parâmetros que podem ou não ter influência com o número de Nusselt e a diferença de pressão sobre o cilindro:

- 1) Coeficiente a^* , que irá utilizar os valores 0 e 3;
- 2) Coeficiente b^* , que irá utilizar os valores 0 e 3;
- 3) Índice de Potência (n), que irá utilizar os valores 0,4 e 1;
- 4) Número de Reynolds (Re), que irá utilizar os valores 1 e 20;

- 5) Número de Herschel-Bulkley (Hb), que irá utilizar os valores 1 e 10;
- 6) Número de Prandtl (Pr), que irá utilizar os valores 1 e 10.

Dessa forma tem-se a seguinte combinação para realizar a análise experimental:

- Planejamento $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$ experimentos.

Para criação da tabela conforme mostrado no Apêndice A, bem como os resultados mostrados através das Figuras 4.1 e 4.2 para análise da influência dos fatores descritos acima sobre o número de Nusselt e a diferença de pressão, foi utilizado um software estatístico específico para isso chamado *MINITAB*®.

4.6 PARÂMETROS ANALISADOS

Serão analisados dois parâmetros como resposta para cada experimento, sendo eles:

4.6.1 Número de Nusselt

O número de Nusselt é uma grandeza bastante utilizada para a determinação da transferência de calor, baseada na análise dimensional, na qual é utilizada para determinar parâmetros através de relações de similaridade.

O número de Nusselt também é função de outro número adimensional, o número de Reynolds, assim como o número de Prandtl. Sendo assim, é comum expressar o número de Nusselt como:

$$Nu = f(Re, Pr) \quad (4.35)$$

$$Nu = \frac{h \cdot D}{k} = \frac{\text{Transferência de Calor Por Convecção}}{\text{Transferência de Calor Por Condução}} \quad (4.36)$$

sendo h o coeficiente de transferência de calor, D o diâmetro do cilindro e k a condutividade térmica do material.

Para o problema proposto conforme Figura 4.2, tem-se que:

$$q = \rho c_p (Tm_{\text{sai}} - Tm_{\text{entra}}) \quad (4.37)$$

admitindo $\rho = 1$ e $c_p = 1$, tem-se:

$$q = Tm_{\text{sai}} - Tm_{\text{entra}} \quad (4.38)$$

encontrando o valor de q conforme Tm_{sai} e Tm_{entra} parametrizados, atribui-se o seguinte:

$$q = hA_s (T_s - T_\infty) \quad (4.39)$$

tendo assumido $T_s = 1$ e $T_\infty = 0$,

$$h = \frac{q}{A} \quad (4.40)$$

e considerando q o valor referente ao resultado da Eq. (4.39) e A a área da superfície ($A = \pi.D.L$), encontra-se o resultado de h .

Em seguida, calcula-se o número de Nusselt através do resultado encontrado na Eq. (4.40) e atribuindo o valor de $D = 1$ e k conforme resultado encontrado em cada experimento através da Eq. (4.31).

4.6.2 Diferença de Pressão

A diferença de pressão é calculada da seguinte forma: considerando a presença do cilindro entre as paredes paralelas e, logo após, desconsiderando a presença do mesmo conforme ilustrado na Figura 4.10.

Criaram-se linhas de tendências ($y=ax+b$) tanto para $p1$ como $p2$ obtidas através dos resultados encontrados em cada experimento, considerando o ponto igual a “0” como referência para as duas linhas, assim, subtraiu-se $p1$ de $p2$ para encontrar o resultado de Δp .

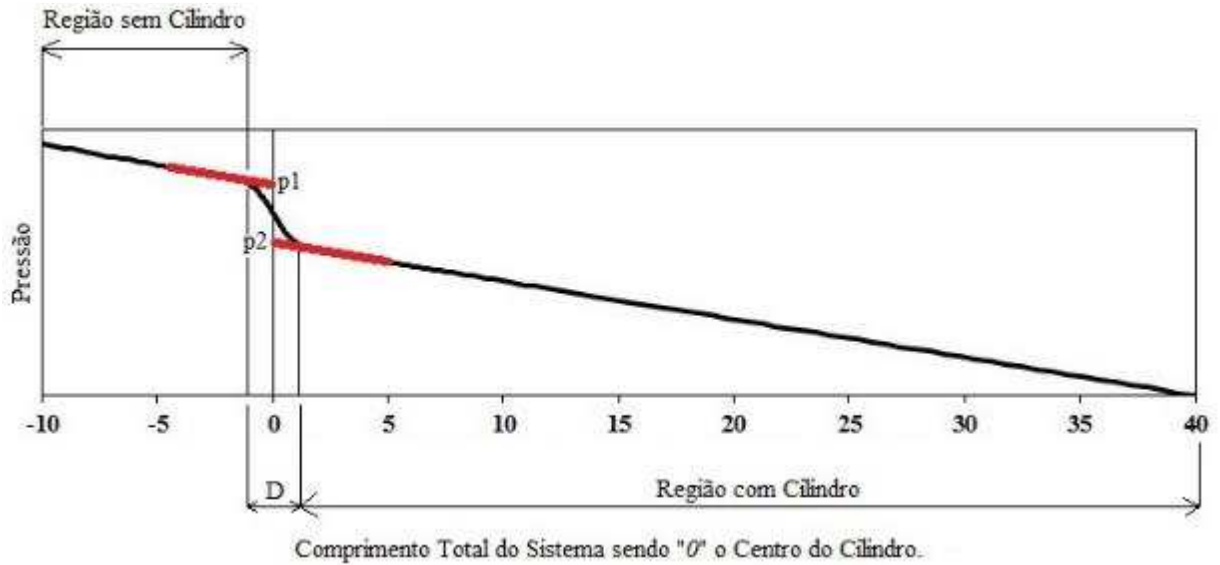


Figura 4.10 – Ilustração do método de cálculo para diferença de pressão.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Ou seja, a reta $p1$ é criada através dos resultados de cada experimento e utilizando a formulação de linha de tendência linear encontra-se:

$$p1 = a_1 \cdot x_1 + b_1 \quad (4.41)$$

onde a_1 , x_1 e b_1 valores conseguidos através da linha de tendência. Como $x_1=0$ (considerando origem ou centro do cilindro) tem-se: $p1 = b_1$.

Já para a reta $p2$, a mesma é criada através dos resultados de cada experimento e utilizando a formulação de linha de tendência linear encontra-se:

$$p2 = a_2 \cdot x_2 + b_2 \quad (4.42)$$

onde a_2 , x_2 e b_2 valores conseguidos através da linha de tendência. Como $x_2=0$ (considerando origem ou centro do cilindro) tem-se: $p2 = b_2$.

Assim, tem-se que a diferença de pressão é dada por:

$$\Delta p = p1 - p2 \quad (4.43)$$

onde Δp é a diferença de pressão entre b_1 (sem considerar a presença do cilindro) e b_2 (considerando a presença do cilindro).

5 RESULTADOS

Com o resultado de cada simulação apresentado no Apêndice A, utilizou-se o método de planejamento fatorial 2^{k*} , contido no software estatístico MINITAB® e, considerando o nível de significância $\alpha=0,01$, ou seja, 99% de confiabilidade sobre os resultados apresentados para chegar às seguintes conclusões tanto para o número de Nusselt como para a Diferença de Pressão.

5.1 RESULTADOS EM RELAÇÃO AO NÚMERO DE NUSSELT

Observa-se através da Figura 5.1, ou seja, Gráfico de Pareto (que é definido através do gráfico de colunas que ordena as frequências das ocorrências, da maior para a menor quantidade, permitindo uma priorização das análises), que todos os itens que são superiores a 0,70 (linha vertical pontilhada) no gráfico, ou seja, barras a direita dessa linha, são os itens e suas combinações que influenciam no problema em questão, ou seja, número de Reynolds (Fator C) é a maior influência sobre o problema, após o número de Herschel-Bulkley (Fator D), então o número Prandtl (Fator E), e assim por diante. Esta dependência costuma ser observada em trabalhos semelhantes na literatura, os quais não consideram a dependência das propriedades com a temperatura. (NIRMALKAR, 2013).

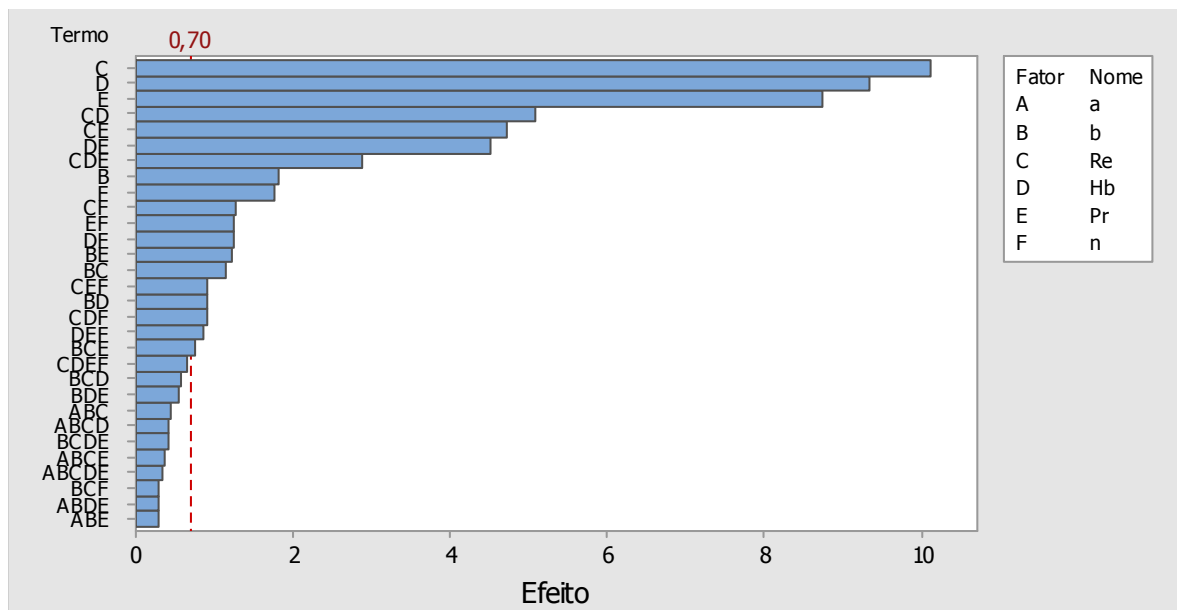


Figura 5.1 – Gráfico de Pareto dos Efeitos para Nusselt.

Fonte: Elaborada pelo autor através do software MINITAB®.

5.2.1 Coeficiente a

Nesta seção serão apresentados resultados da influência do coeficiente a sobre o escoamento do fluido de Herschel-Bulkley sobre um cilindro confinado entre paredes paralelas. Este parâmetro regula a influência da temperatura sobre a tensão de cisalhamento mínima do material. Na Figura 5.3 são apresentados os resultados com relação ao número de Nusselt e o coeficiente a .

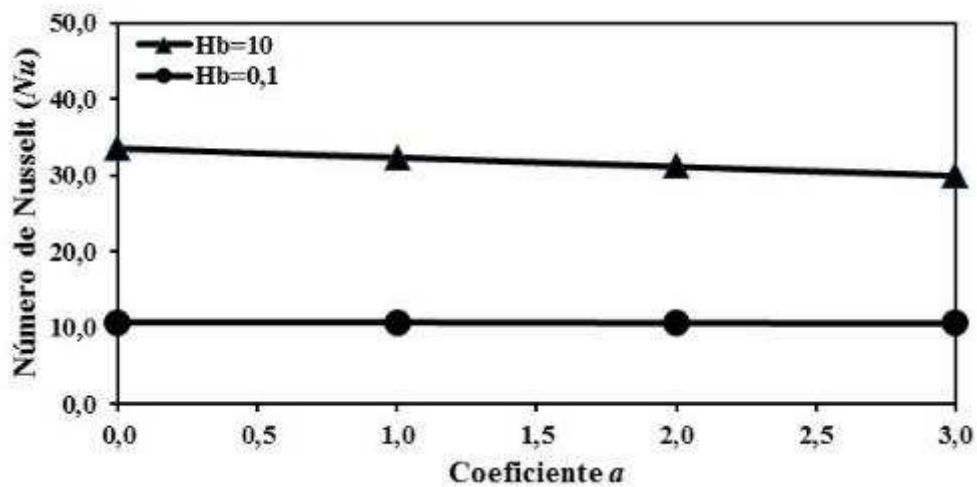


Figura 5.3 – Comparativo do número de Nusselt (Nu) x coeficiente a para $Hb=0,1$ e $Hb=10$ tendo: $Re=20$; $Pr=10$; $n=1$ e $b=3$ como parâmetros fixos.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observa-se na Figura 5.3 que a medida que se aumenta o valor do coeficiente a (0, 1, 2 e 3), para $Hb=0,1$, ocorre uma variação no valor do número de Nusselt de 10,7258 para 10,7010, ou seja, nota-se uma diminuição na transferência de calor de 0,23%.

Quando se aumenta o valor do coeficiente a (0, 1, 2 e 3), para $Hb=10$, ocorre uma variação no valor do número de Nusselt de 33,6472 para 30,0511, ou seja, nota-se uma diminuição na transferência de calor de 10,69%.

Pela Eq. (4.5) pode-se notar que há uma diminuição exponencial da tensão de escoamento mínima do material devido ao efeito do campo de temperatura sobre ela. Com a diminuição da tensão mínima de escoamento, menos zonas de alta viscosidade se formarão, favorecendo o aumento da transferência de calor por convecção e, por consequência, o aumento no número de Nusselt.

Pode-se verificar também que, para materiais mais viscoplásticos (maiores números de Herschel-Bulkley), maiores valores de Nu . Este fenômeno acontece devido à natureza dos perfis

de velocidades. Para maiores valores de Hb , perfis de velocidades mais achatados próximos ao centro do canal e com gradientes mais severos próximos a parede são encontrados no escoamento (FONSECA, 2013).

Com velocidades mais planas no centro do canal, materiais mais viscoplásticos tem advecção com maior quantidade de partículas ao longo do escoamento, o que acarreta em uma maior convecção de calor.

Esses como os demais resultados são apresentados no Apêndice B – Tabela 6.1.

5.2.1.1 Campo de Temperatura – $Hb=10$: $a=0$ (a) e $a=3$ (b)

Na Figura 5.4 são apresentados os campos de temperaturas para um fluido com $Hb=10$, $Re=20$, $Pr=10$, $n=1$, $b=3$ e o coeficiente a igual a 0 (a) e 3 (b). Com o aumento do coeficiente a ocorre uma menor transferência de calor por convecção.

Comparando os dois casos mostrados na Figura 5.4, o campo de temperatura mostrou-se pouco influenciado pelo coeficiente a , apresentando mudanças suaves, ou não tão significativas, entre os dois resultados o que foi comprovado através do Gráfico de Pareto da Figura 5.1.

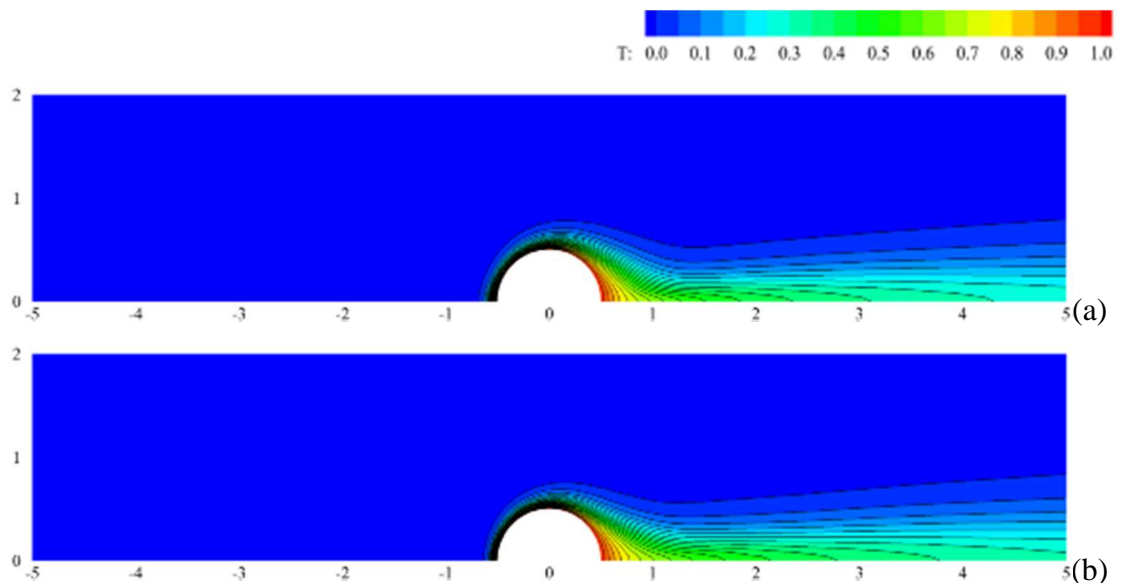


Figura 5.4 – Campo de Temperatura – $Hb=10$: $a=0$ (a) e $a=3$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.1.2 Diferença de Pressão – $Hb=10$: $a=0$ (a) e $a=3$ (b)

Outro comparativo que este trabalho se propôs avaliar foi a diferença de pressão (Δp). Na Figura 5.5 são apresentados os resultados com relação a diferença de pressão e o coeficiente a .

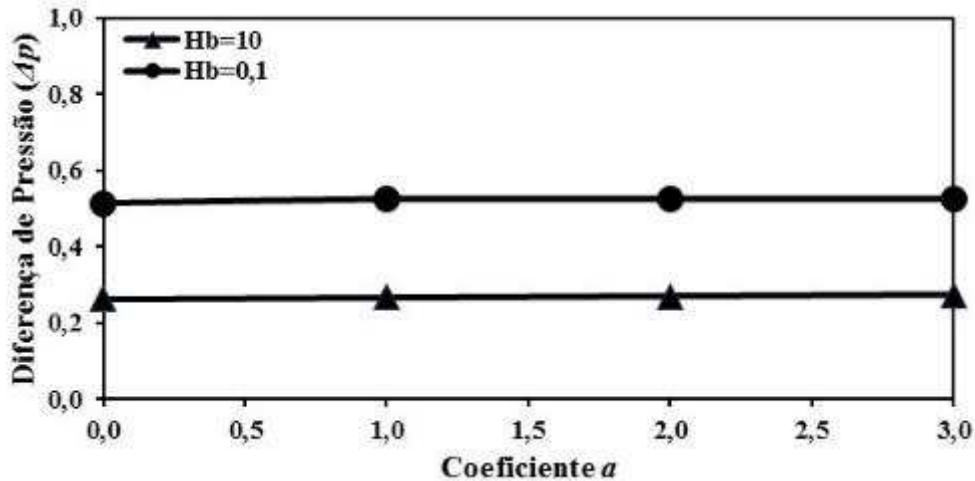


Figura 5.5 – Comparativo da Diferença de Pressão (Δp) x coeficiente a para $Hb=0,1$ e $Hb=10$ tendo: $Re=20$; $Pr=10$; $n=1$ e $b=3$ como parâmetros fixos.

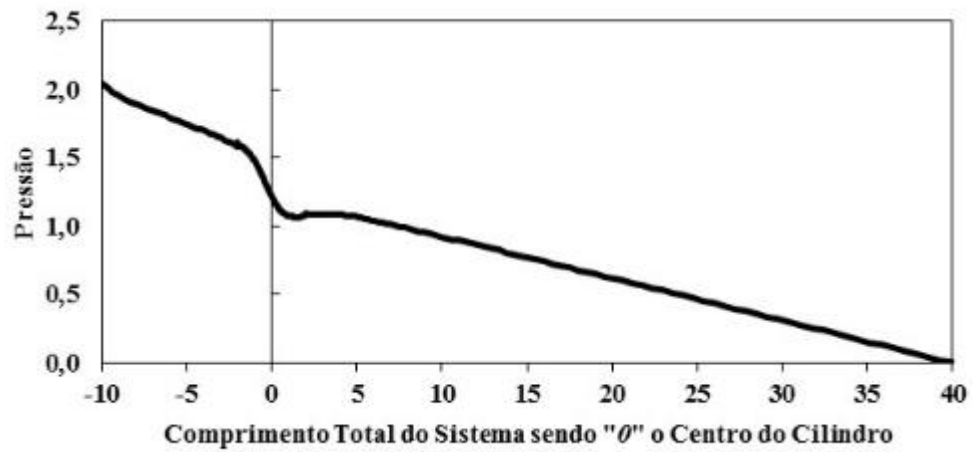
Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 5.5 apresenta a diferença de pressão para diferentes valores do coeficiente a sendo mantidos fixos os valores de $Re=20$, $Pr=10$; $n=1$ e $b=3$. A medida que se aumenta o valor do coeficiente a (0, 1, 2 e 3), para $Hb=0,1$, ocorre uma variação na diferença de pressão de 0,5132 para 0,5253, ou seja, aumenta-se a diferença de pressão em 2,36%.

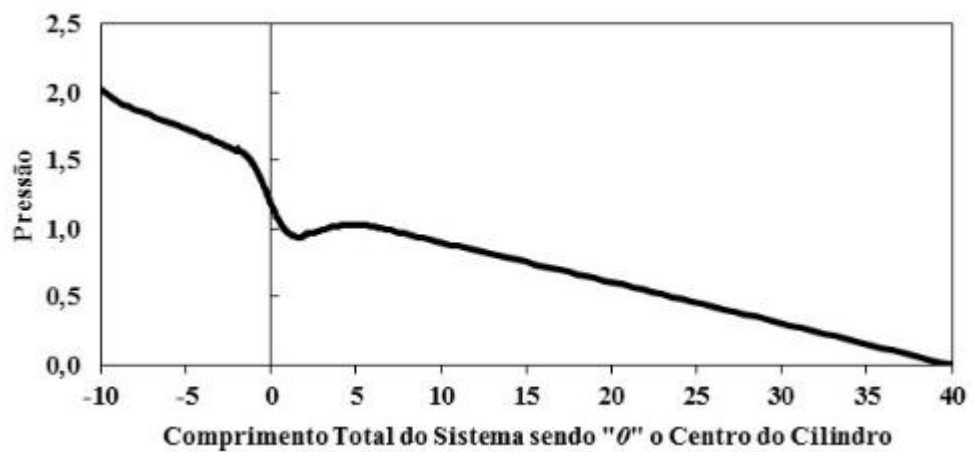
Quando se aumenta o valor do coeficiente a (0, 1, 2 e 3), para $Hb=10$, ocorre uma variação na diferença de pressão de 0,2640 para 0,2739, ou seja, aumenta-se a diferença de pressão em 3,75%. Esses como os demais resultados são apresentados no Apêndice B – Tabela 6.1.

Quando $a=0$, o material não sente nenhum efeito do campo de temperaturas sobre a morfologia do escoamento, e os gradientes de velocidades formados são mais severos, o que faz com que haja uma grande perda de carga. Com o aumento do coeficiente a e, por consequência, uma diminuição da tensão de escoamento mínima devido aos efeitos da transferência de calor, gradientes menos severos são encontrados, assim como menores diferenças de pressão.

Os resultados da Figura 5.6 mostram a queda de pressão ao longo do escoamento, medidos na parede superior conforme apresentado na Figura 4.2.



(a)



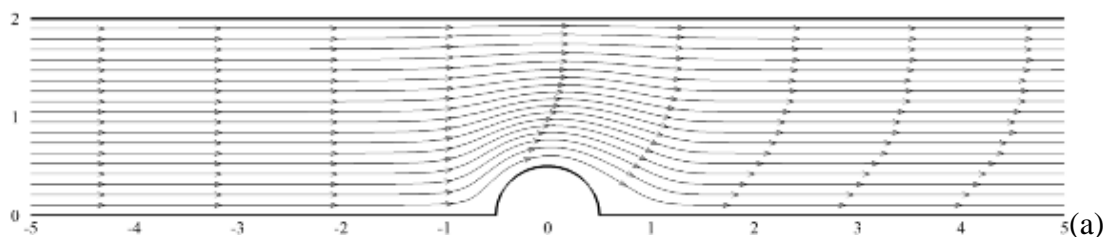
(b)

Figura 5.6 – Diferença de Pressão – $Hb=10$: $a=0$ (a) e $a=3$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.1.3 Linhas de Corrente do Escoamento – $Hb=10$: $a=0$ (a) e $a=3$ (b)

As linhas de corrente do escoamento são apresentadas na Figura 5.7. Observa-se pouca influência da transferência de calor sobre a cinemática do escoamento, na qual, para a variação do coeficiente a de 0 para 3, não ocorre alteração significativa nas linhas de corrente.



(a)

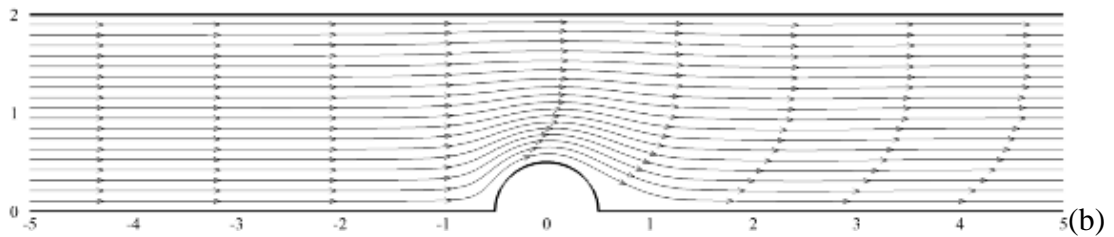


Figura 5.7 – Linhas de Corrente do escoamento – $Hb=10$: $a=0$ (a) e $a=3$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.2 Coeficiente b

Nesta seção serão apresentados resultados da influência do coeficiente b sobre o escoamento do fluido de Herschel-Bulkley sobre um cilindro confinado entre paredes paralelas. Este parâmetro regula a influência da temperatura sobre a viscosidade plástica do material. Na Figura 5.8 são apresentados os resultados com relação ao número de Nusselt e o coeficiente b .

Quanto maiores os valores para b , maior o campo de temperatura irá influenciar na formação das zonas viscosas do material, diminuindo sua consistência e, por consequência, sua viscosidade aparente. Com a viscosidade aparente menor, a tendência é que a transferência de calor por convecção aumente, apresentando um aumento de Nu . Esta tendência é observada na Figura 5.8, onde são apresentados os resultados da influência do parâmetro b em relação a transferência de calor para $Re=20$, $Pr=10$, $n=1$, $a=3$ e uma variação do $Hb=0,1$ e $Hb=10$.

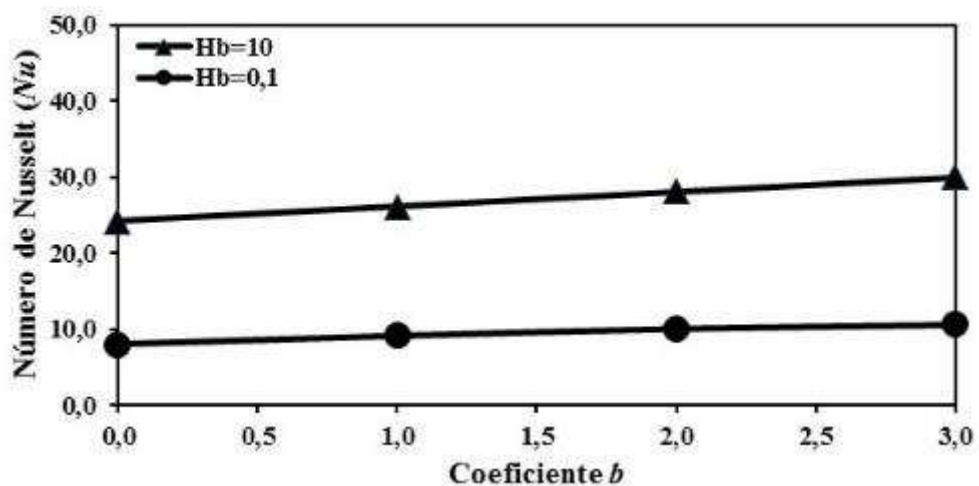


Figura 5.8 – Comparativo do número de Nusselt (Nu) x coeficiente b para $Hb=0,1$ e $Hb=10$ tendo: $Re=20$; $Pr=10$; $n=1$ e $a=3$ como parâmetros fixos.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observa-se na Figura 5.8 que a medida que se aumenta o valor do coeficiente b (0, 1, 2 e 3), para $Hb=0,1$, ocorre uma variação no valor do número de Nusselt de 8,0255 para 10,7010, ou seja, nota-se um aumento na transferência de calor de 33,34%.

Quando se aumenta o valor do coeficiente b (0, 1, 2 e 3), para $Hb=10$, ocorre uma variação no valor do número de Nusselt de 24,2226 para 30,0511, ou seja, nota-se um aumento na transferência de calor de 24,06%.

Esses como os demais resultados são apresentados no Apêndice B – Tabela 6.2.

5.2.2.1 Campo de Temperatura – $Hb=10$: $b=0$ (a) e $b=3$ (b)

Na Figura 5.9 são apresentados os campos de temperaturas para um fluido com $Hb=10$, $Re=20$, $Pr=10$, $n=1$, $a=3$ e o coeficiente b igual a 0 (a) e 3 (b). Com o aumento do coeficiente b ocorre uma maior transferência de calor por convecção. Comparando os dois casos mostrados na Figura 5.9, o campo de temperatura mostrou-se pouco influenciado pelo coeficiente b , apresentando mudanças suaves, ou não tão significativas, entre os dois resultados o que foi comprovado através do Gráfico de Pareto da Figura 5.1.

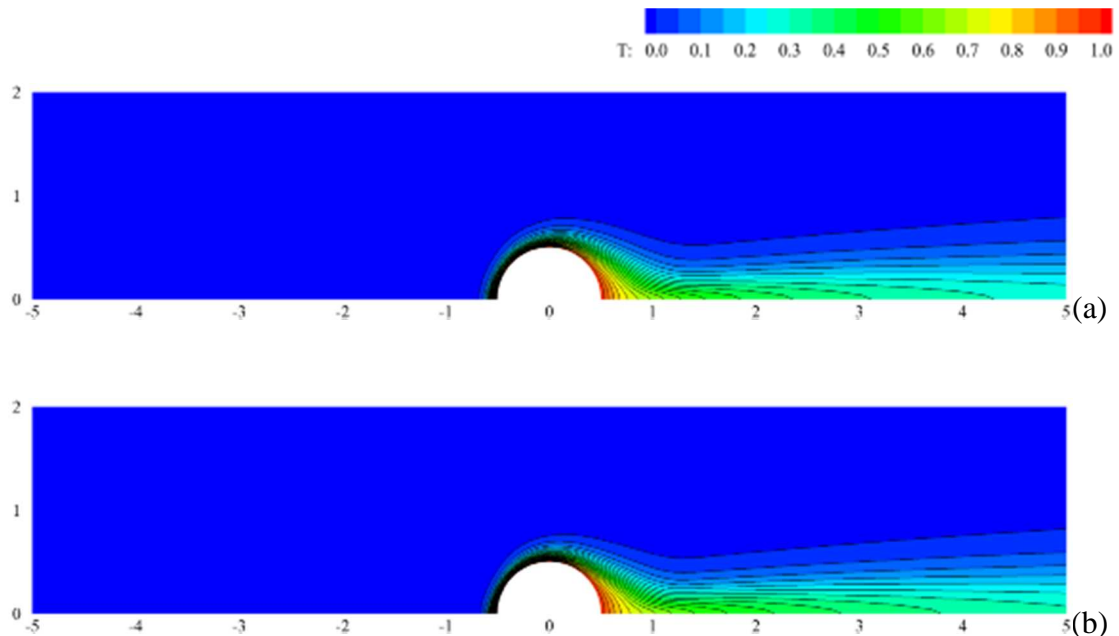


Figura 5.9 – Campo de Temperatura – $Hb=10$: $b=0$ (a) e $b=3$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.2.2 Diferença de Pressão – $Hb=10$: $b=0$ (a) e $b=3$ (b)

Outro comparativo que este trabalho se propôs avaliar foi a diferença de pressão (Δp). Na Figura 5.10 são apresentados os resultados com relação a diferença de pressão e o coeficiente b .

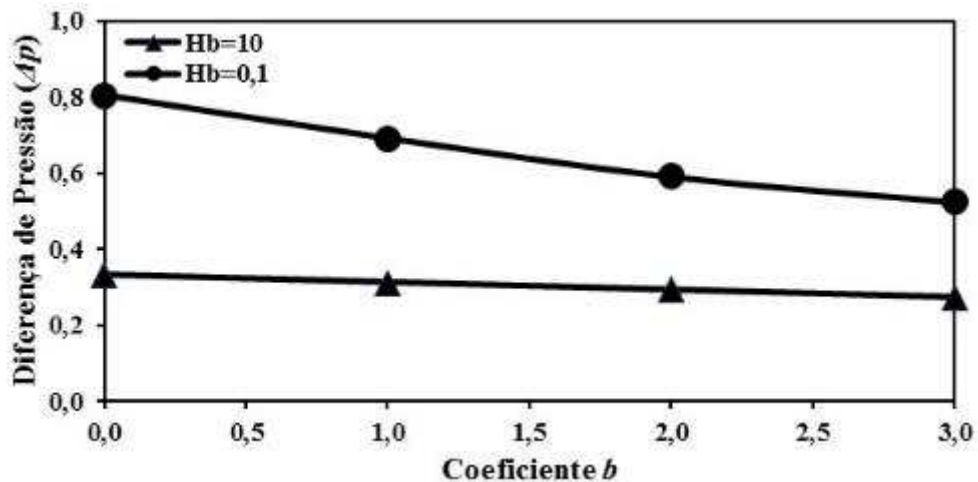


Figura 5.10 – Comparativo da Diferença de Pressão (Δp) x coeficiente b para $Hb=0,1$ e $Hb=10$ tendo: $Re=20$; $Pr=10$; $n=1$ e $a=3$ como parâmetros fixos.

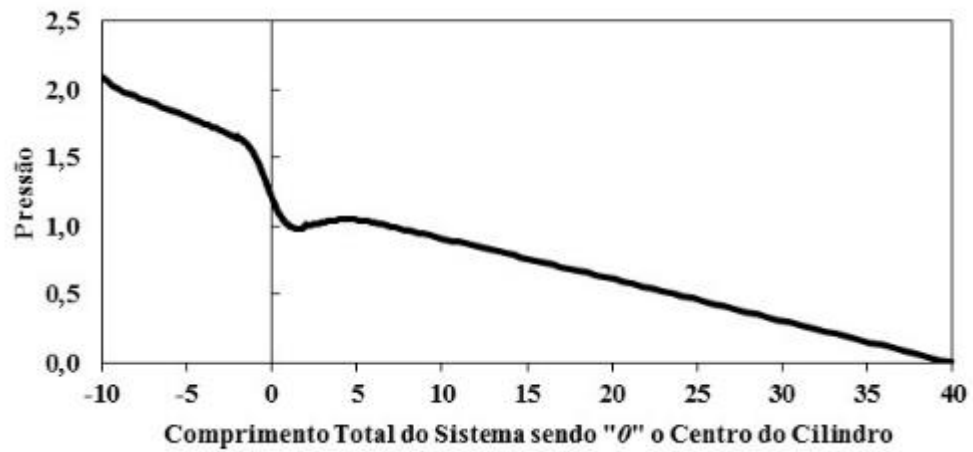
Fonte: Elaborada pelo autor.

Assim como visto anteriormente para a influência do coeficiente a , a influência do coeficiente b (influência sobre a consistência do material) para materiais com baixo nível de viscoplasticidade ($Hb=0,1$) não é pronunciada. Já fluidos com maior viscoplasticidade apresentam maiores regiões de alta viscosidade e, como o coeficiente b atua sobre a viscosidade aparente, estes fluidos sentem uma maior influência da temperatura sobre o Δp .

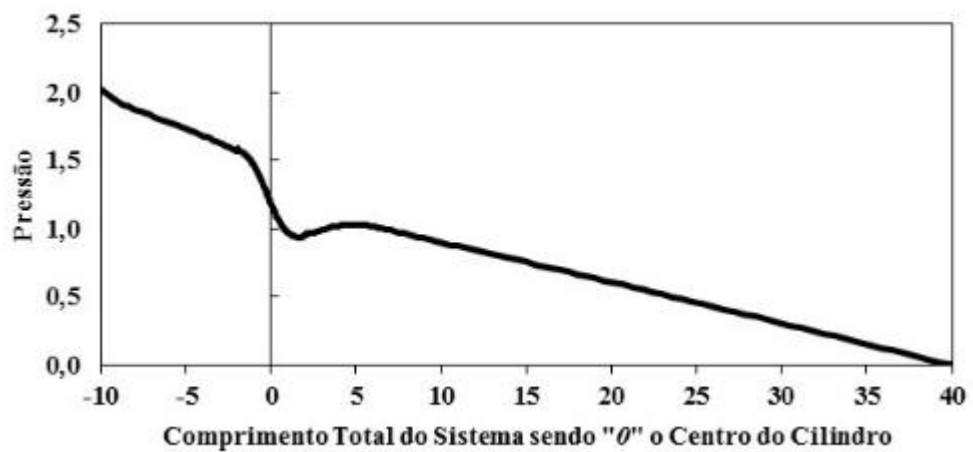
A Figura 5.10 apresenta a diferença de pressão para diferentes valores do coeficiente b sendo mantidos fixos os valores de $Re=20$, $Pr=10$; $n=1$ e $a=3$. A medida que se aumenta o valor do coeficiente b (0, 1, 2 e 3), para $Hb=0,1$, ocorre uma variação na diferença de pressão de 0,8043 para 0,5253, ou seja, diminui-se a diferença de pressão em 34,69%.

Quando se aumenta o valor do coeficiente b (0, 1, 2 e 3), para $Hb=10$, ocorre uma variação na diferença de pressão de 0,3326 para 0,2739, ou seja, diminui-se a diferença de pressão em 17,65%. Esses como os demais resultados são apresentados no Apêndice B – Tabela 6.2.

Os resultados da Figura 5.11 mostram a queda de pressão ao longo do escoamento, medidos na parede superior conforme apresentado na Figura 4.2.



(a)



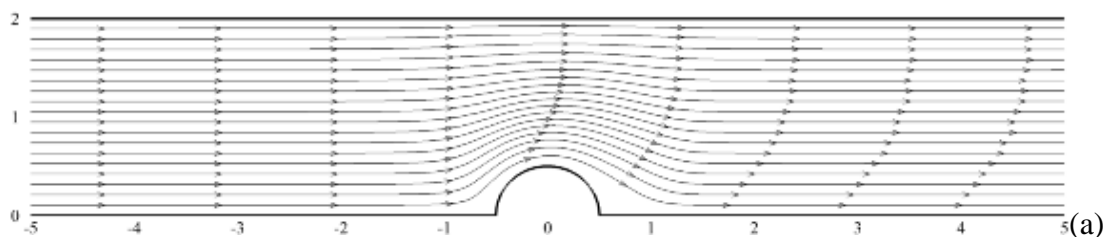
(b)

Figura 5.11 – Diferença de Pressão – $Hb=10$: $b=0$ (a) e $b=3$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.2.3 Linhas de Corrente do Escoamento – $Hb=10$: $b=0$ (a) e $b=3$ (b)

As linhas de corrente do escoamento são apresentadas na Figura 5.12. Observa-se pouca influência da transferência de calor sobre a cinemática do escoamento, na qual, para a variação do coeficiente b de 0 para 3, não ocorre alteração significativa nas linhas de corrente.



(a)

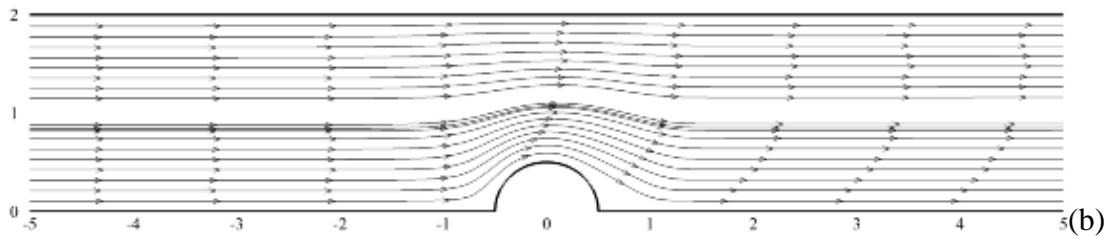


Figura 5.12 – Linhas de Corrente do Escoamento – $Hb=10$: $b=0$ (a) e $b=3$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.3 Índice de Potência (n)

Nesta seção serão apresentados resultados da influência do índice de potência (n). Este parâmetro está ligado aos fenômenos de pseudoplasticidade e de dilatação na equação constitutiva do fluido não newtoniano de Herschel-Bulkley. Na Figura 5.13 são apresentados os resultados com relação ao número de Nusselt e o índice de potência (n).

Observa-se na Figura 5.13 que a medida que se aumenta o valor do índice de potência (n) (0,4; 0,6; 0,8 e 1), para $Hb=0,1$, ocorre uma variação no valor do número de Nusselt de 12,0816 para 10,7010, ou seja, nota-se uma diminuição na transferência de calor de 11,43%.

Quando se aumenta o valor do índice de potência (n) (0,4; 0,6; 0,8 e 1), para $Hb=10$, ocorre uma variação no valor do número de Nusselt de 38,2757 para 30,0511, ou seja, nota-se uma diminuição na transferência de calor de 21,49%.

Esses como os demais resultados são apresentados no Apêndice B – Tabela 6.3.

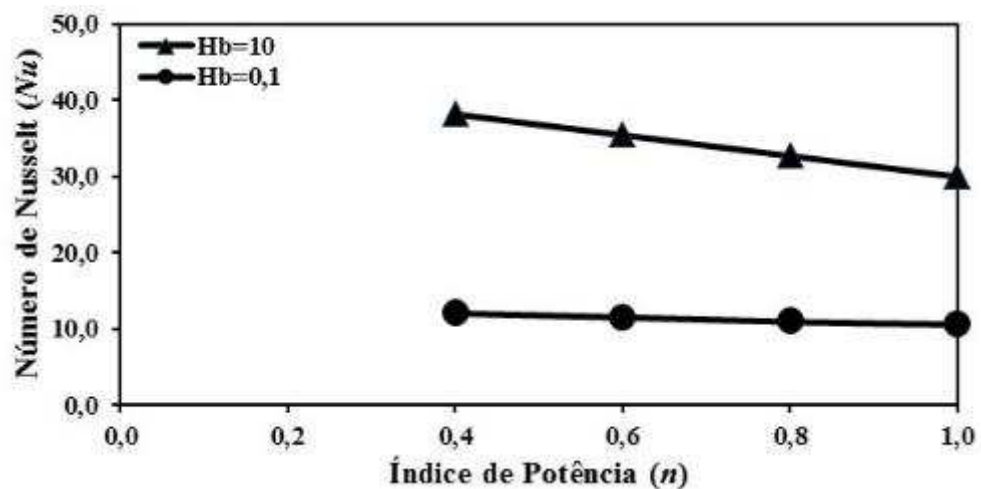


Figura 5.13 – Comparativo do número de Nusselt (Nu) x Índice de Potência (n) para $Hb=0,1$ e $Hb=10$ tendo: $Re=20$; $Pr=10$; $a=3$ e $b=3$ como parâmetros fixos.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Com relação a menores coeficientes n , os efeitos de pseudoplasticidade atuam de forma a diminuir a viscosidade nas zonas de maiores taxas de deformação, em torno do cilindro e paredes, fazendo com que predomine uma maior transferência de calor por convecção nestas regiões, na qual pode-se observar nos resultados onde são vistos Nu maiores. Este efeito tende a diminuir com o aumento do coeficiente n , como visto na Figura 5.13.

5.2.3.1 Campo de Temperatura – $Hb=10$: $n=0,4$ (a) e $n=1$ (b)

Na Figura 5.14 são apresentados os campos de temperaturas para um fluido com $Hb=10$, $Re=20$, $Pr=10$, $a=3$, $b=3$ e o índice de potência (n) igual a 0,4 (a) e 1 (b). Com o aumento do índice de potência (n) ocorre uma menor transferência de calor por convecção. Comparando os dois casos mostrados na Figura 5.14, o campo de temperatura mostrou-se pouco influenciado pelo índice de potência (n), apresentando mudanças suaves, ou não tão significativas, entre os dois resultados o que foi comprovado através do Gráfico de Pareto da Figura 5.1.

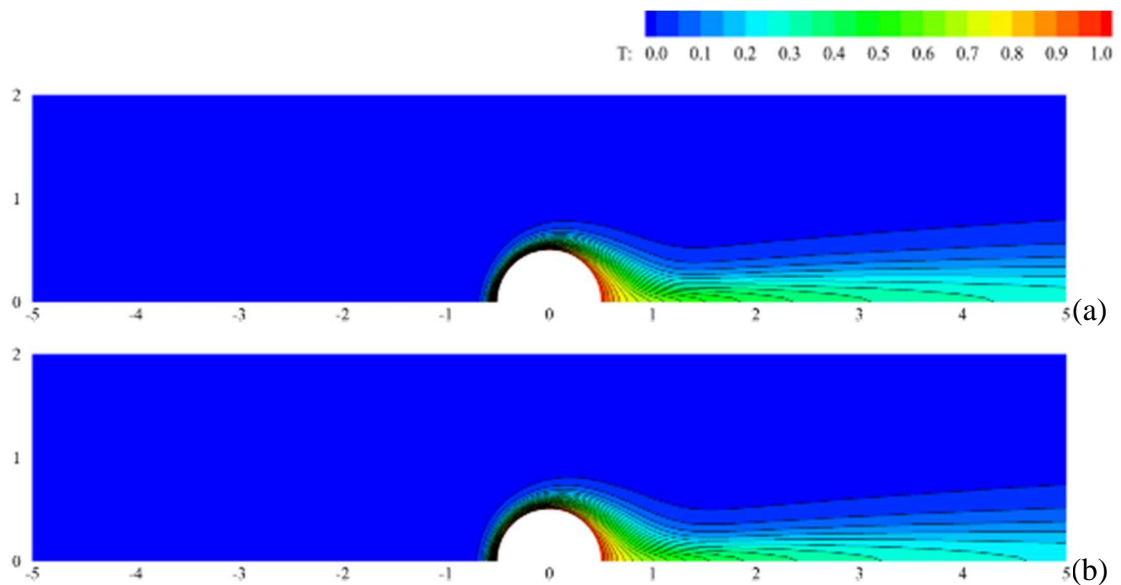


Figura 5.14 – Campo de Temperatura – $Hb=10$: $n=0,4$ (a) e $n=1$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.3.2 Diferença de Pressão – $Hb=10$: $n=0,4$ (a) e $n=1$ (b)

Abaixo são apresentados os resultados com relação a diferença de pressão e o índice de potência (n). A Figura 5.15 apresenta a diferença de pressão para diferentes valores do índice de potência (n) sendo mantidos fixos os valores de $Re=20$, $Pr=10$; $a=3$ e $b=3$. A medida que se

aumenta o valor do índice de potência (n) (0,4; 0,6; 0,8 e 1), para $Hb=0,1$, ocorre uma variação na diferença de pressão de 0,2859 para 0,5253, ou seja, aumenta-se a diferença de pressão em 83,74%. Quando se aumenta o valor do índice de potência (n) (0,4; 0,6; 0,8 e 1), para $Hb=10$, ocorre uma variação na diferença de pressão de 0,2739 para 0,2873, ou seja, aumenta-se a diferença de pressão em 4,89%. Esses como os demais resultados são apresentados no Apêndice B – Tabela 6.3.

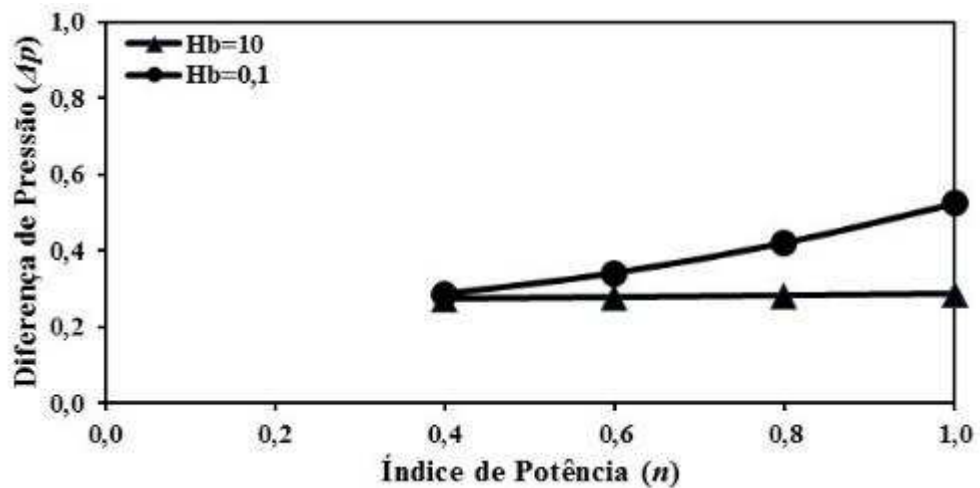
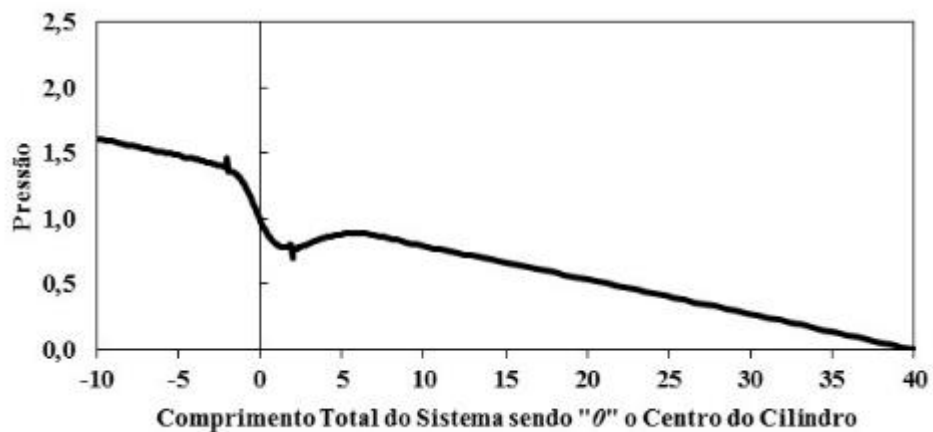


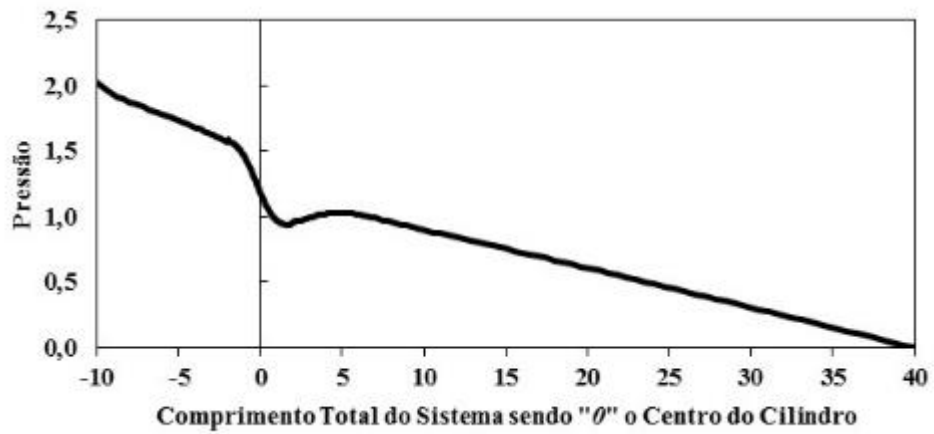
Figura 5.15 – Comparativo da Diferença de Pressão (Δp) x Índice de Potência (n) para $Hb=0,1$ e $Hb=10$ tendo: $Re=20$; $Pr=10$; $a=3$ e $b=3$ como parâmetros fixos.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Os resultados da Figura 5.16 mostram a queda de pressão ao longo do escoamento, medidos na parede superior conforme apresentado na Figura 4.2.



(a)



(b)

Figura 5.16 – Diferença de Pressão – $Hb=10$: $n=0,4$ (a) e $n=1$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.3.3 Linhas de Corrente do Escoamento – $Hb=10$: $n=0,4$ (a) e $n=1$ (b)

As linhas de corrente do escoamento são apresentadas na Figura 5.17. Observa-se pouca influência da transferência de calor sobre a cinemática do escoamento, na qual, para a variação do coeficiente b de 0 para 3, não ocorre alteração significativa nas linhas de corrente.

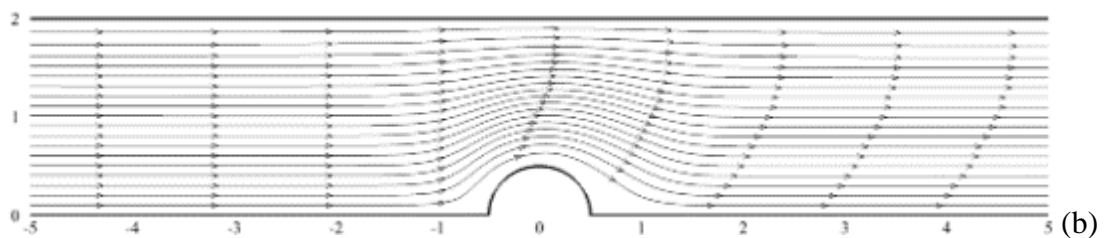
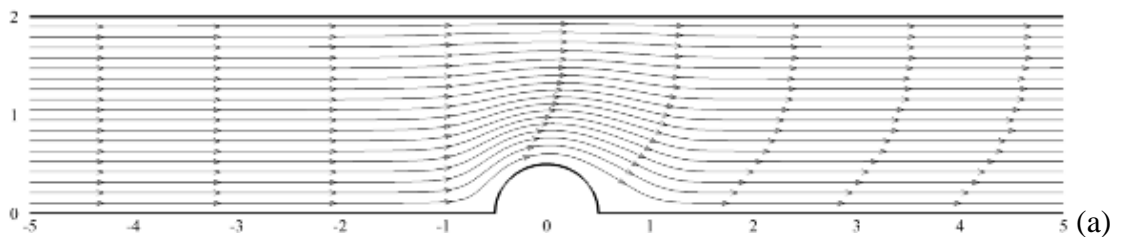


Figura 5.17 – Linhas de Corrente do Escoamento – $Hb=10$: $n=0,4$ (a) e $n=1$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.4 Número de Reynolds (Re)

Neste próximo item, será avaliado a relação do número de Reynolds (Re) com o número de Nusselt e, também a influência do Re na diferença de pressão. Na Figura 5.18 são apresentados os resultados com relação ao número de Nusselt (Nu) e o número de Reynolds (Re).

Observa-se na Figura 5.18 que a medida que se aumenta o número de Reynolds (Re) (1, 5, 10 e 20), para $Hb=0,1$, ocorre uma variação no valor do número de Nusselt de 3,4089 para 10,7010, ou seja, nota-se um aumento na transferência de calor de 213,91%.

Quando se aumenta o número de Reynolds (Re) (1, 5, 10 e 20), para $Hb=10$, ocorre uma variação no valor do número de Nusselt de 9,8047 para 30,0511, ou seja, nota-se um aumento na transferência de calor de 206,50%.

Neste caso, o aumento do número de Reynolds (Re) significa o aumento das forças de inércia no escoamento, quanto maior este número, maior a quantidade de movimento (velocidade x massa). Com relação a transferência de calor, quanto maior o Re , maior advecção e maior convecção de calor, as temperaturas devem ser mais arrastadas para dentro do escoamento. Quanto as zonas de alta viscosidade, elas se formaram mais à jusante no escoamento, já que, elas dependem da taxa de deformação e, estas serão mais altas com o aumento da inércia.

Esses como os demais resultados são apresentados no Apêndice B – Tabela 6.4.

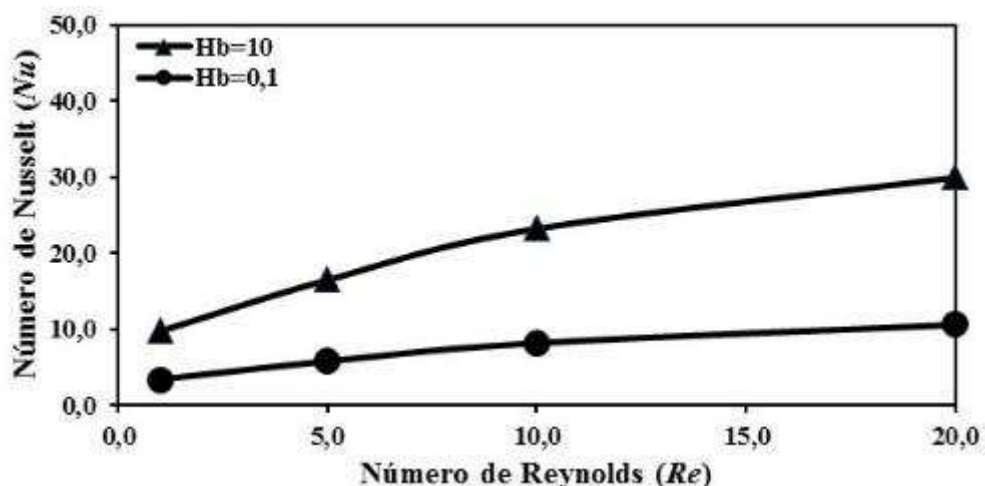


Figura 5.18 – Comparativo do número de Nusselt (Nu) x número de Reynolds (Re) para $Hb=0,1$ e $Hb=10$ tendo: $Pr=10$; $n=1$; $a=3$ e $b=3$ como parâmetros fixos.

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.4.1 Campo de Temperatura – $Hb=10$: $Re=1$ (a) e $Re=20$ (b)

Na Figura 5.19 são apresentados os campos de temperaturas para um fluido com $Hb=10$, $Pr=10$, $n=1$, $a=3$, $b=3$ e o número de Reynolds (Re) igual a 1 (a) e 20 (b). Com o aumento do número de Reynolds (Re) ocorre uma maior transferência de calor por convecção. Comparando os dois casos mostrados na Figura 5.19, o campo de temperatura mostrou-se bastante influenciado pelo número de Reynolds (Re), apresentando mudanças significativas entre os dois resultados o que foi comprovado através do Gráfico de Pareto da Figura 5.1.

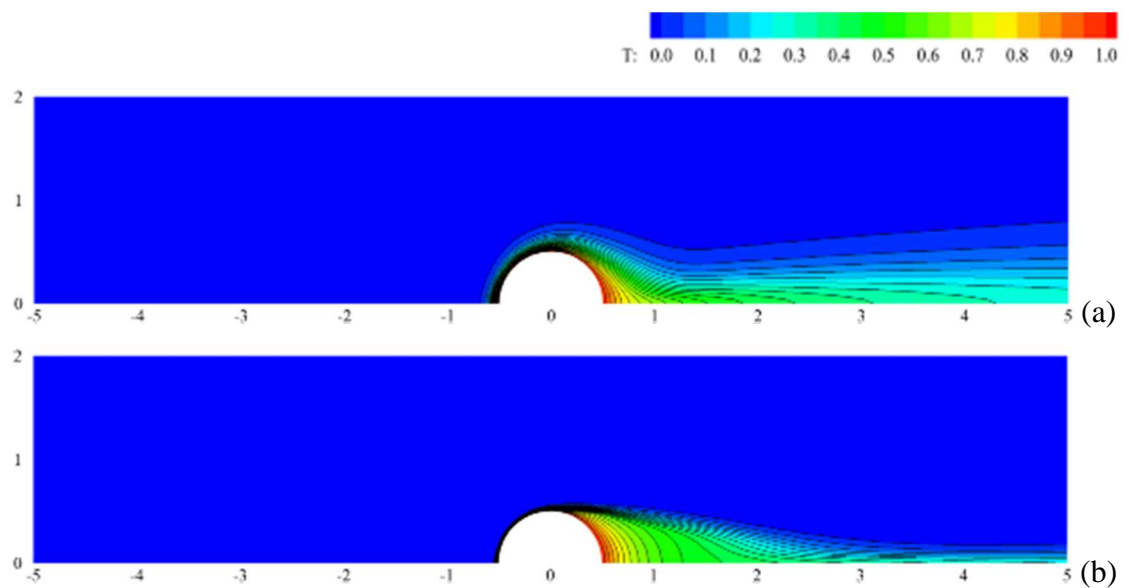


Figura 5.19 – Campo de Temperatura – $Hb=10$: $Re=1$ (a) e $Re=20$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.4.2 Diferença de Pressão – $Hb=10$: $Re=1$ (a) e $Re=20$ (b)

Abaixo são apresentados os resultados com relação a diferença de pressão e o número de Reynolds (Re). A Figura 5.20 apresenta a diferença de pressão para diferentes valores de número de Reynolds (Re) sendo mantidos fixos os valores de $Pr=10$; $n=1$, $a=3$ e $b=3$. A medida que se aumenta o valor do número de Reynolds (Re) (1, 5, 10, 20), para $Hb=0,1$, ocorre uma variação na diferença de pressão de 6,4980 para 0,5253, ou seja, diminui-se a diferença de pressão em 91,92%. Quando se aumenta o valor do número de Reynolds (Re) (1, 5, 10, 20), para $Hb=10$, ocorre uma variação na diferença de pressão de 2,7900 para 0,2739, ou seja, diminui-se a diferença de pressão em 90,18%. Esses como os demais resultados são apresentados no Apêndice B – Tabela 6.4.

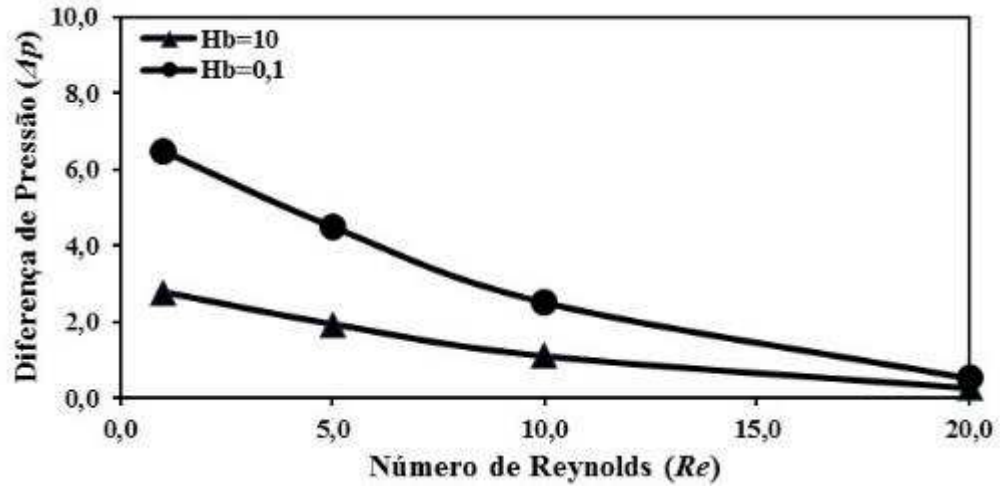
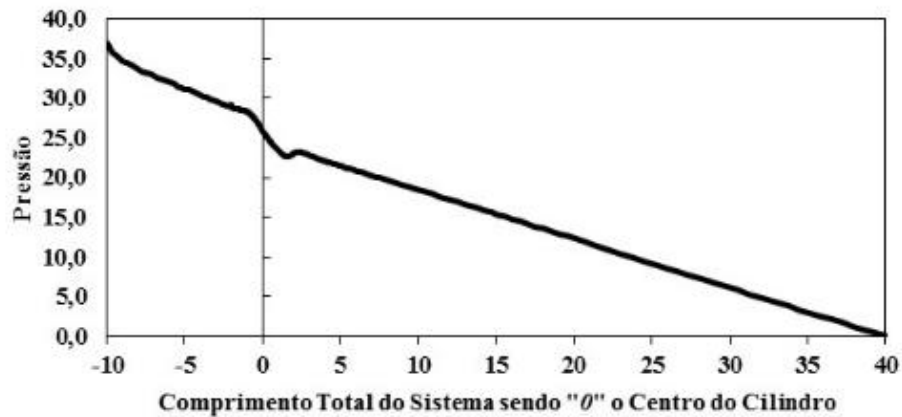


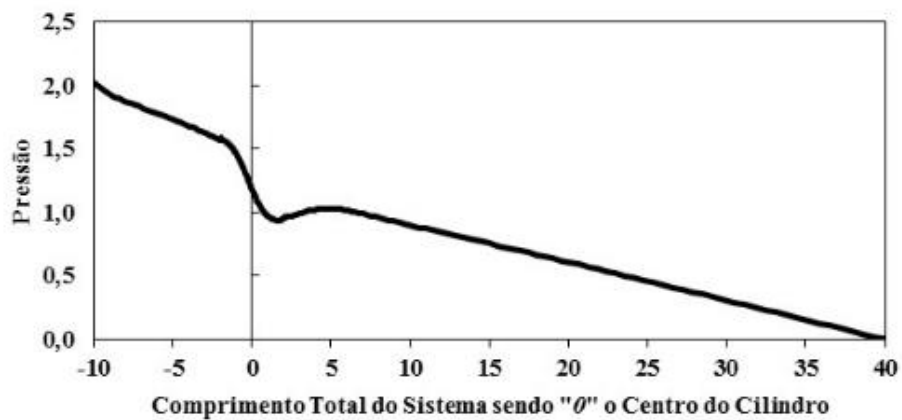
Figura 5.20 – Comparativo da Diferença de Pressão (Δp) x número de Reynolds (Re) para $Hb=0,1$ e $Hb=10$ tendo: $Pr=10$; $n=1$; $a=3$ e $b=3$ como parâmetros fixos.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Os resultados da Figura 5.21 mostram a queda de pressão ao longo do escoamento, medidos na parede superior conforme apresentado na Figura 4.2.



(a)



(b)

Figura 5.21 – Diferença de Pressão – $Hb=10$: $Re=1$ (a) e $Re=20$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.4.3 Linhas de Corrente do Escoamento – $Hb=10$: $Re=1$ (a) e $Re=20$ (b)

As linhas de corrente do escoamento são apresentadas na Figura 5.22. Observa-se uma influência na transferência de calor sobre a cinemática do escoamento, na qual, com o aumento do número de Reynolds (Re) forma-se uma região de recirculação no sistema próximo ao cilindro conforme pode-se observar na Fig. 5.22 (b).

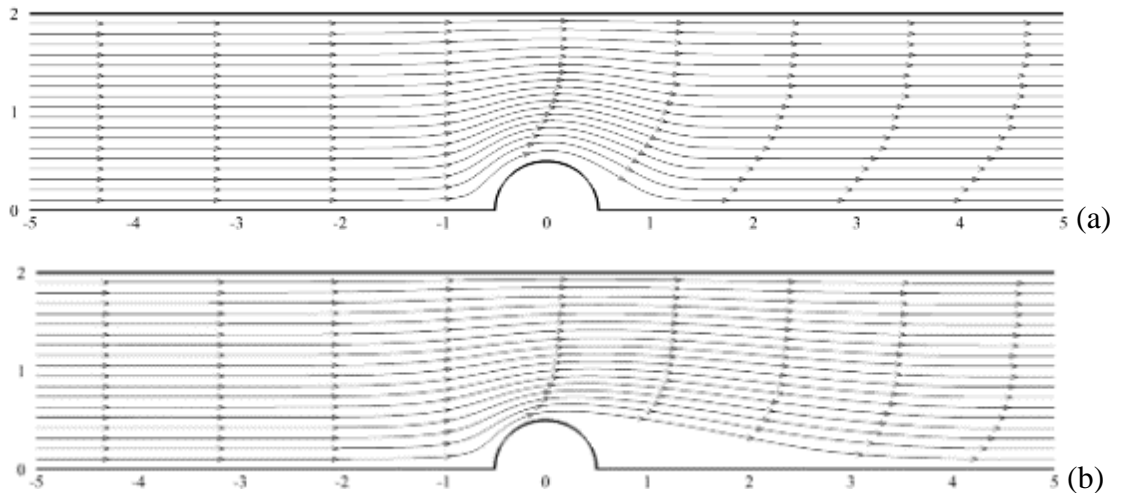


Figura 5.22 – Linhas de Corrente do Escoamento – $Hb=10$: $Re=1$ (a) e $Re=20$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.5 Número de Herschel-Bulkley (Hb)

Neste próximo item, será avaliado a relação do número de Herschel-Bulkley (Hb) com o número de Nusselt e, também a influência do mesmo com a diferença de pressão. Na Figura 5.23 são apresentados os resultados com relação ao número de Nusselt e o número de Herschel-Bulkley (Hb).

Observa-se na Figura 5.23 que a medida que se aumenta o número de Herschel-Bulkley (Hb) (0,1; 1, 5 e 10), para $Hb=0,1$, ocorre uma variação no valor do número de Nusselt de 3,4089 para 9,8047, ou seja, nota-se um aumento na transferência de calor de 187,62%. Quando se aumenta o número de Herschel-Bulkley (Hb) (0,1; 1, 5 e 10), para $Hb=10$, ocorre uma variação no valor do número de Nusselt de 10,7010 para 30,0511, ou seja, nota-se um aumento na transferência de calor de 180,83%. Analisando, para se ter um valor de número de Herschel-Bulkley (Hb) grande, ou o τ_0 é grande, ou o k_0 é pequeno, fazendo assim com que as zonas de alta viscosidade (zonas rígidas) sejam maiores. O perfil de velocidades deve ser mais achatado, tendo o gradiente de velocidade próximo da parede mais severo, aumentando assim a perda de carga e por consequência uma maior diferença de pressão.

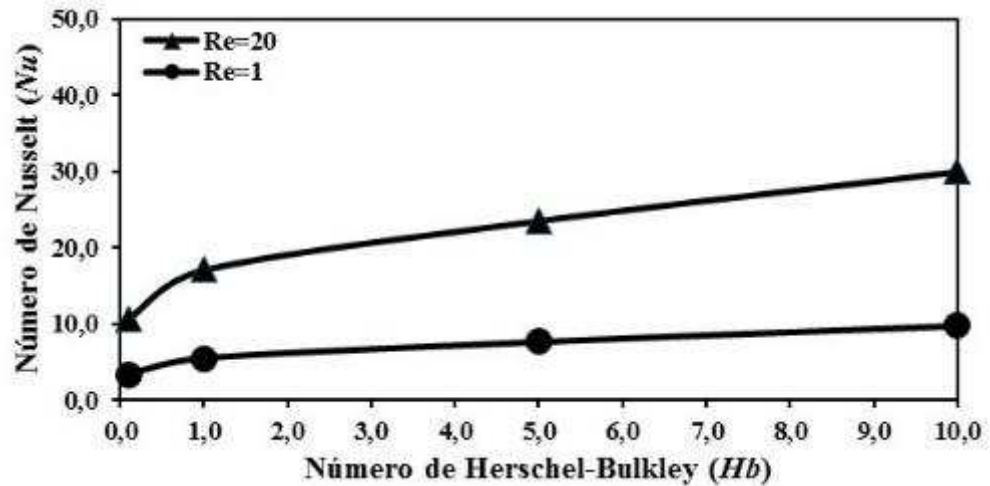


Figura 5.23 – Comparativo do número de Nusselt (Nu) x número de Herschel-Bulkley (Hb) para $Re=1$ e $Re=20$ tendo: $Pr=10$; $n=1$; $a=3$ e $b=3$ como parâmetros fixos.

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.5.1 Campo de Temperatura – $Re=20$: $Hb=0,1$ (a) e $Hb=10$ (b)

Na Figura 5.24 são apresentados os campos de temperaturas para um fluido com $Re=20$, $Pr=10$, $n=1$, $a=3$, $b=3$ e o número de Herschel-Bulkley (Hb) igual a 0,1 (a) e 10 (b). Com o aumento do número de Herschel-Bulkley (Hb) ocorre uma maior transferência de calor por convecção. O campo de temperatura mostrou-se bastante influenciado pelo número de Herschel-Bulkley (Hb), apresentando mudanças significativas entre os dois resultados o que foi comprovado através do Gráfico de Pareto da Figura 5.1.

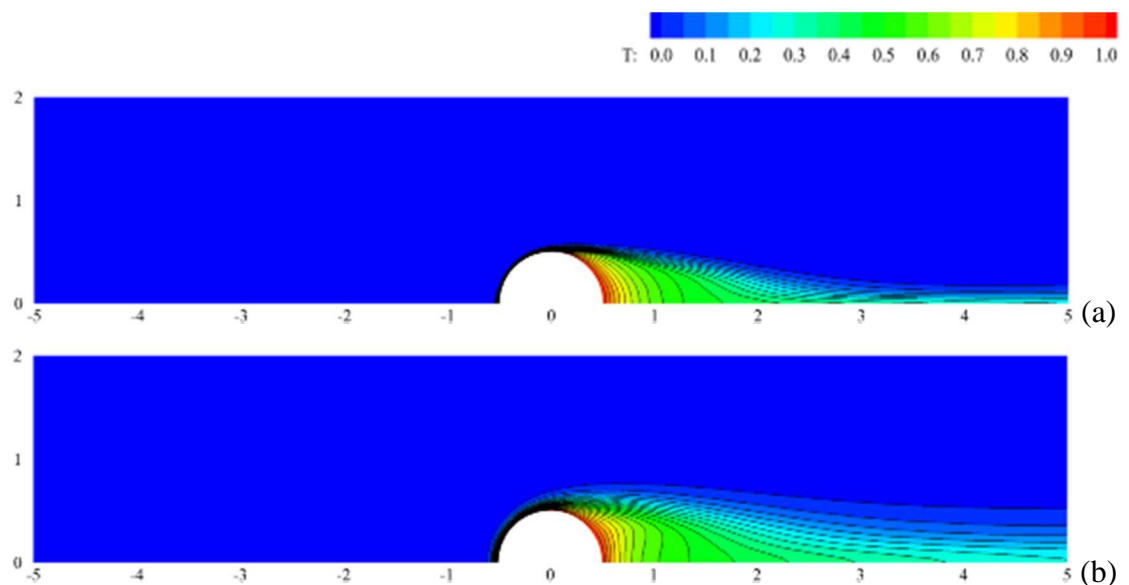


Figura 5.24 – Campo de Temperatura – $Re=20$: $Hb=0,1$ (a) e $Hb=10$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.5.2 Diferença de Pressão – $Re=20$: $Hb=0,1$ (a) e $Hb=10$ (b)

Abaixo são apresentados os resultados com relação a diferença de pressão e o número de Herschel-Bulkley (Hb).

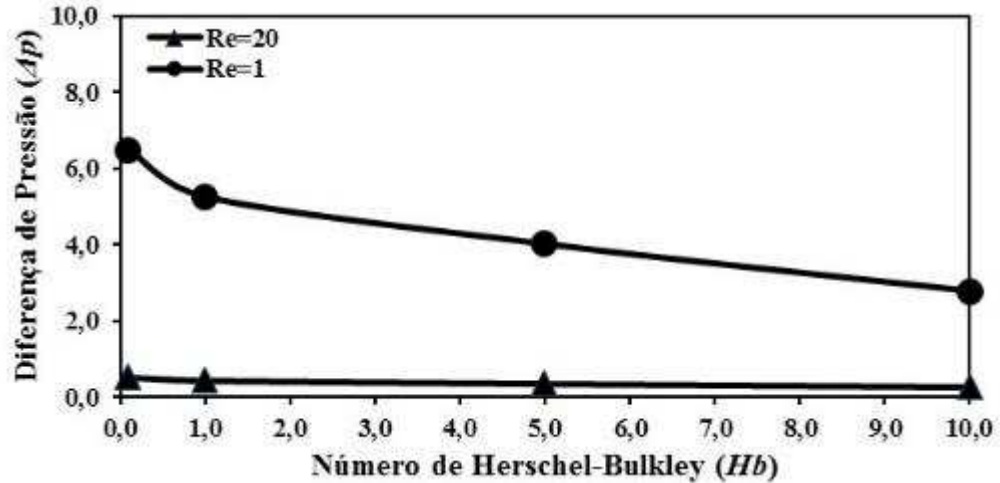


Figura 5.25 – Comparativo da Diferença de Pressão (Δp) x número de Reynolds (Re) para $Hb=0,1$ e $Hb=10$ tendo: $Pr=10$; $n=1$; $a=3$ e $b=3$ como parâmetros fixos.

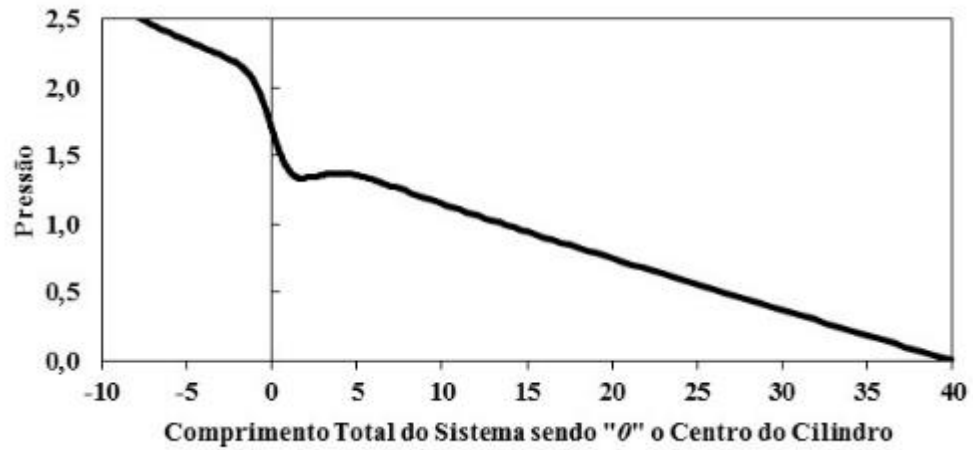
Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 5.25 apresenta a diferença de pressão para diferentes valores de número de Herschel-Bulkley (Hb) sendo mantidos fixos os valores de $Pr=10$; $n=1$, $a=3$ e $b=3$.

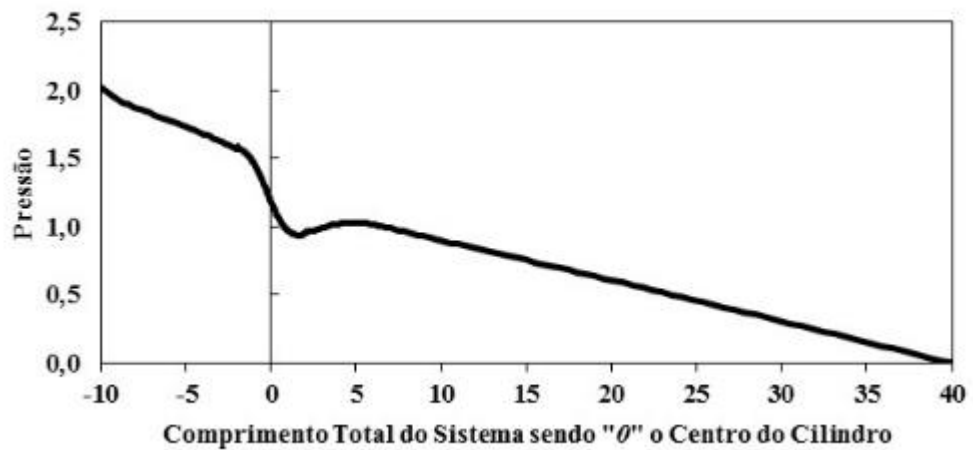
A medida que se aumenta o valor do número de Herschel-Bulkley (Hb) (0,1, 1, 5, 10), para $Re=1$, ocorre uma variação na diferença de pressão de 6,4980 para 2,7900, ou seja, diminui-se a diferença de pressão em 57,06%.

Quando se aumenta o valor do número de Herschel-Bulkley (Hb) (0,1, 1, 5, 10), para $Re=20$, ocorre uma variação na diferença de pressão de 0,5253 para 0,2739, ou seja, diminui-se a diferença de pressão em 47,86%. Esses como os demais resultados são apresentados no Apêndice B – Tabela 6.5.

Os resultados da Figura 5.26 mostram a queda de pressão ao longo do escoamento, medidos na parede superior conforme apresentado na Figura 4.2.



(a)



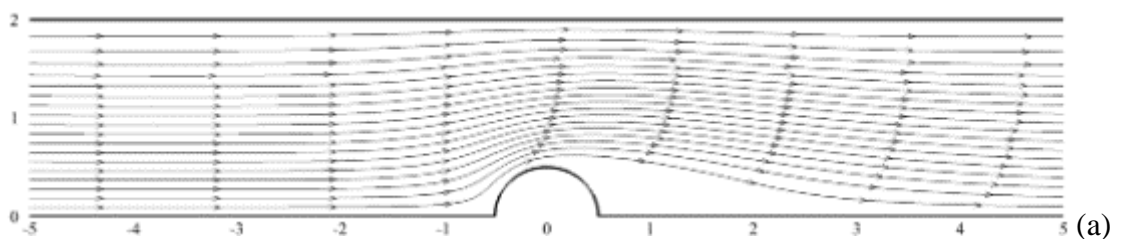
(b)

Figura 5.26 – Diferença de Pressão – $Hb=10$: $Re=1$ (a) e $Re=20$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.5.3 Linhas de Corrente do Escoamento – $Re=20$: $Hb=0,1$ (a) e $Hb=10$ (b)

As linhas de corrente do escoamento são apresentadas na Figura 5.27. Observa-se uma influência na transferência de calor sobre a cinemática do escoamento, na qual, com o aumento do número de Reynolds (Re) forma-se uma região de recirculação no sistema próximo ao cilindro.



(a)

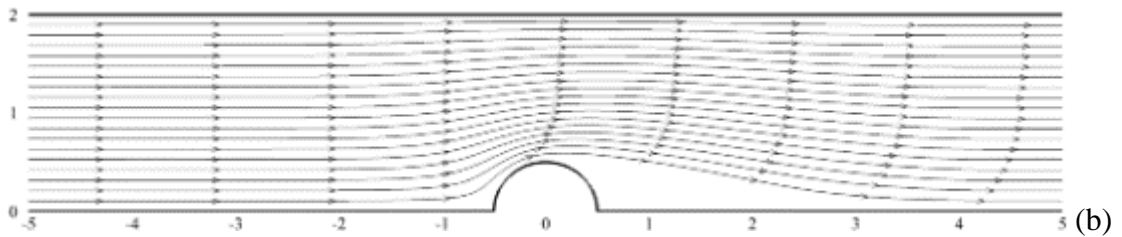


Figura 5.27 – Linhas de Corrente do Escoamento – $Hb=10$: $Re=1$ (a) e $Re=20$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.6 Número de Prandtl (Pr)

Neste próximo item, será avaliado a relação do número de Prandtl (Pr) com o número de Nusselt e, também a influência do Pr na diferença de pressão. Na Figura 5.28 são apresentados os resultados com relação ao número de Nusselt (Nu) e o número de Prandtl (Pr).

Observa-se na Figura 5.28 que a medida que se aumenta o número de Prandtl (Pr) (1,3, 7 e 10), para $Hb=0,1$, ocorre uma variação no valor do número de Nusselt de 4,2389 para 10,7010, ou seja, nota-se um aumento na transferência de calor de 152,45%.

Quando se aumenta o número de Prandtl (Pr) (1,3, 7 e 10), para $Hb=10$, ocorre uma variação no valor do número de Nusselt de 11,4982 para 30,0511, ou seja, nota-se um aumento na transferência de calor de 161,35%.

Esses como os demais resultados são apresentados no Apêndice B – Tabela 6.6.

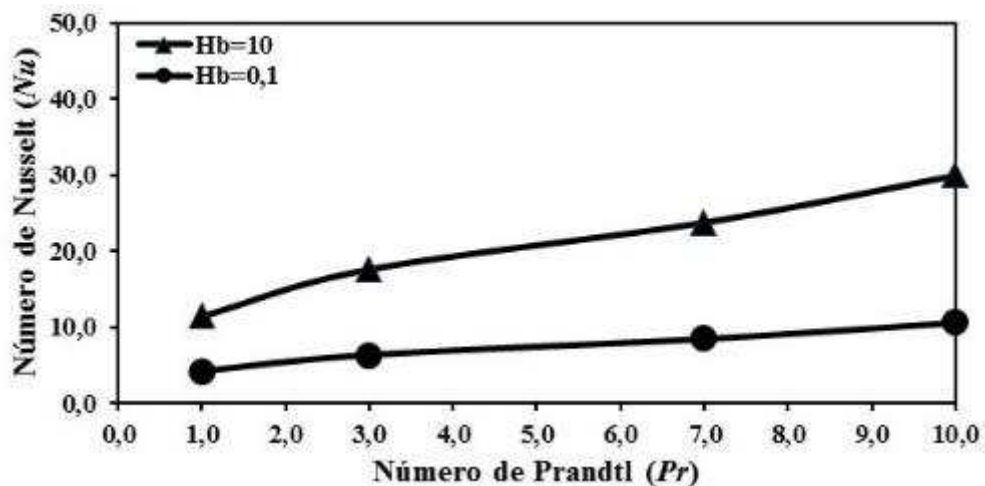


Figura 5.28 – Comparativo do número de Nusselt (Nu) x número de Prandtl (Pr) para $Hb=0,1$ e $Hb=10$ tendo: $Re=20$; $n=1$; $a=3$ e $b=3$ como parâmetros fixos.

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.6.1 Campo de Temperatura – $Hb=10$: $Pr=1$ (a) e $Pr=10$ (b)

Na Figura 5.29 são apresentados os campos de temperaturas para um fluido com $Hb=10$, $Re=20$, $n=1$, $a=3$, $b=3$ e o número de Prandtl (Pr) igual a 1 (a) e 10 (b). Com o aumento do número de Prandtl (Pr) ocorre uma maior transferência de calor por convecção. Comparando os dois casos mostrados na Figura 5.29, o campo de temperatura mostrou-se bastante influenciado pelo número de Prandtl (Pr), apresentando mudanças significativas entre os dois resultados o que foi comprovado através do Gráfico de Pareto da Figura 5.1.

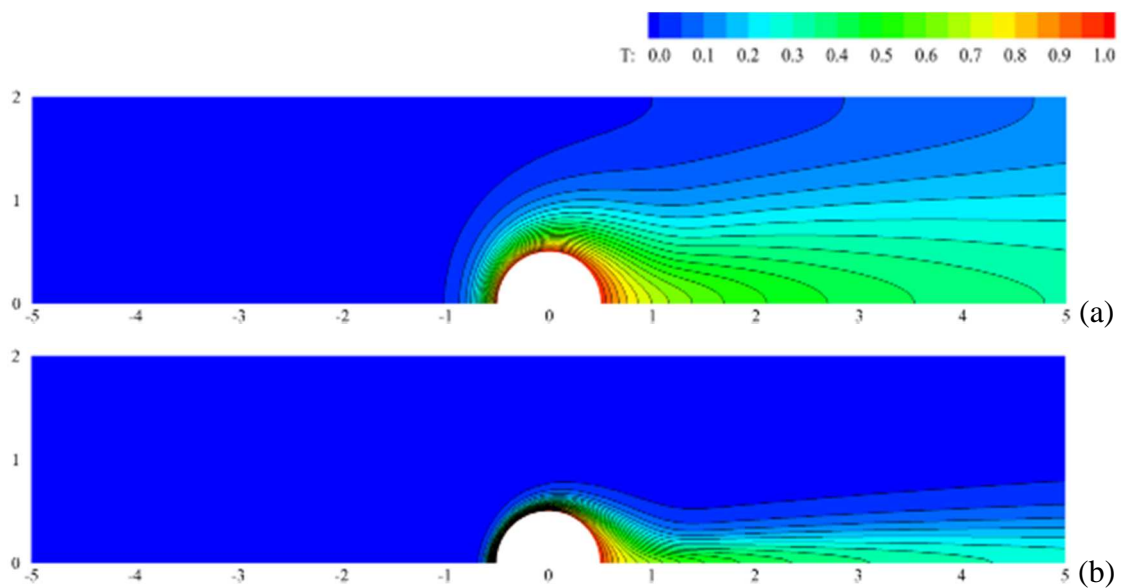


Figura 5.29 – Campo de Temperatura – $Hb=10$: $Pr=1$ (a) e $Pr=10$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.6.2 Diferença de Pressão – $Hb=10$: $Pr=1$ (a) e $Pr=10$ (b)

Abaixo são apresentados os resultados com relação a diferença de pressão e o número de Prandtl (Pr). A Figura 5.30 apresenta a diferença de pressão para diferentes valores de número de Prandtl (Pr) sendo mantidos fixos os valores de $Re=20$; $n=1$, $a=3$ e $b=3$. A medida que se aumenta o valor do número de Prandtl (Pr) (1, 3, 7, 10), para $Hb=0,1$, ocorre uma variação na diferença de pressão de 0,5550 para 0,5253, ou seja, diminui-se a diferença de pressão em 5,35%. Quando se aumenta o valor do número de Prandtl (Pr) (1, 3, 7, 10), para $Hb=10$, ocorre uma variação na diferença de pressão de 0,2958 para 0,2739, ou seja, diminui-se a diferença de pressão em 7,40%. Esses como os demais resultados são apresentados no Apêndice B – Tabela 6.6.

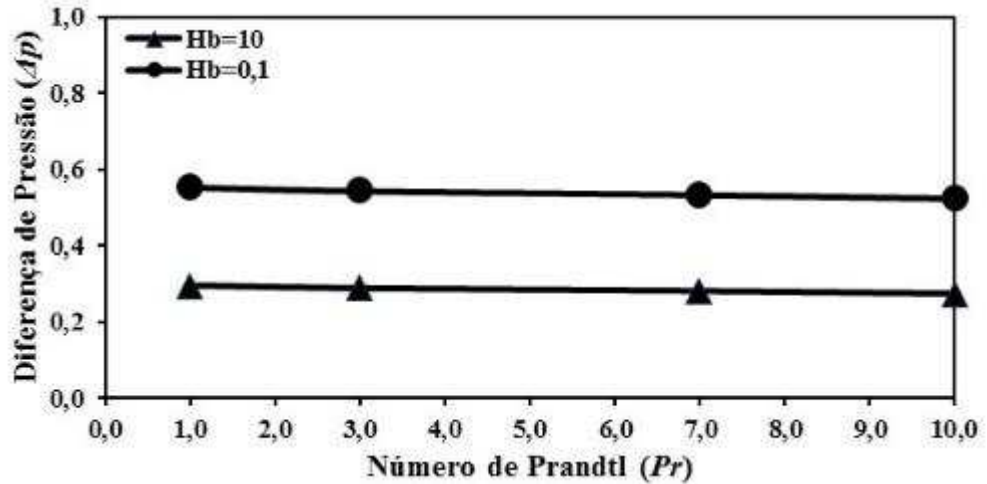


Figura 5.30 – Comparativo da Diferença de Pressão (Δp) x número de Prandtl (Pr) para $Hb=0,1$ e $Hb=10$ tendo: $Re=20$; $n=1$; $a=3$ e $b=3$ como parâmetros fixos.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Os resultados da Figura 5.31 mostram a queda de pressão ao longo do escoamento, medidos na parede superior conforme apresentado na Figura 4.2.

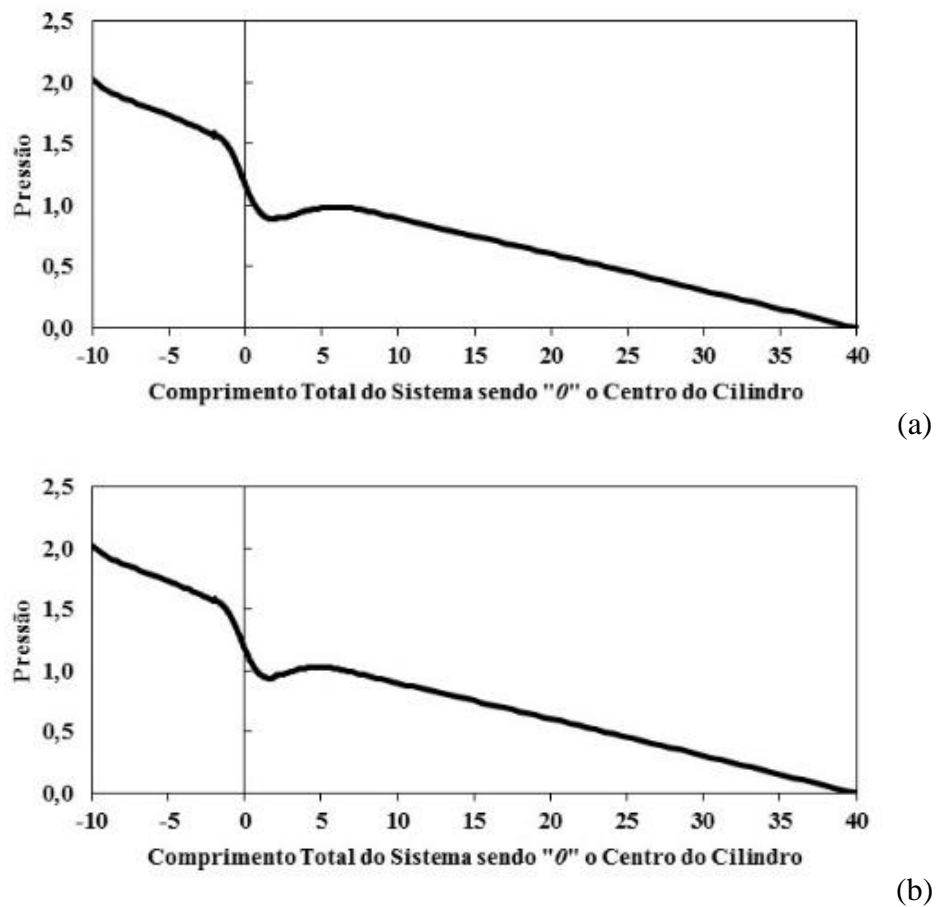


Figura 5.31 – Diferença de Pressão – $Hb=10$: $Pr=1$ (a) e $Pr=10$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.6.3 Linhas de Corrente do Escoamento – $Hb=10$: $Pr=1$ (a) e $Pr=10$ (b)

As linhas de corrente do escoamento são apresentadas na Figura 5.32. Observa-se pouca influência da transferência de calor sobre a cinemática do escoamento, na qual, para a variação do número de Prandtl (Pr) de 1 para 10, não ocorre alteração significativa nas linhas de corrente.

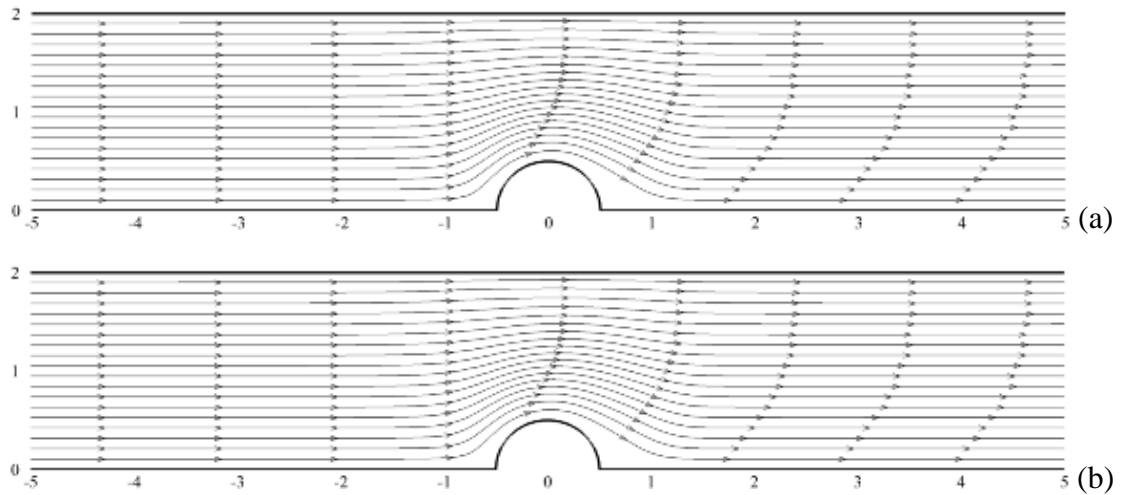


Figura 5.32 – Linhas de Corrente do Escoamento – $Hb=10$: $Pr=1$ (a) e $Pr=10$ (b).

Fonte: Elaborada pelo autor.

6 CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho conseguiu demonstrar através da simulação numérica e, também, junto com a aplicação da técnica estatística planejamento fatorial, que é possível chegar a resultados consistentes de simulação numérica para o modelo apresentado com alto grau de confiabilidade, visto que, após a realização de todas as simulações numéricas propostas no trabalho foi possível chegar as seguintes conclusões.

Primeiramente, é importante salientar que foi possível implementar no programa computacional de simulação numérica a parte correspondente a equação de energia, ou seja, a partir desse momento existe a possibilidade de simulação levando em consideração a temperatura para diferentes modelos de fluidos não newtonianos.

Dentre os seis fatores apresentados para simulação, com suas respectivas faixas de variação, é possível concluir que o número de Reynolds (Re) foi o fator que mais interferiu no processo de transferência de calor, avaliado através do número de Nusselt (Nu), bem como o que mais afeta na diferença de pressão (Δp). Conclui-se que quando se tem $Hb=0,1$ e, $Re=1$ a $Re=20$, ocorre um aumento no número de Nusselt (Nu) de 213,91%. Já para $Hb=10$ e, $Re=1$ a $Re=20$, ocorre um aumento no número de Nusselt (Nu) de 206,50%. Com relação a diferença de pressão (Δp), tendo $Hb=0,1$ e, $Re=1$ a $Re=20$, a diferença de pressão diminui em 91,92%. Já para $Hb=10$ e, $Re=1$ a $Re=20$, a diferença de pressão diminui em 90,18%. O aumento do número de Reynolds (Re) significa o aumento das forças de inércia no escoamento, ou seja, maior advecção e maior convecção de calor.

Em seguida, pode-se citar o número de Herschel-Bulkley (Hb) como sendo o outro fator que apresenta maior significância na análise. Conclui-se que quando se tem $Re=1$ e, $Hb=0,1$ a $Hb=10$, ocorre um aumento no número de Nusselt (Nu) de 187,62%. Já para $Re=20$ e, $Hb=0,1$ a $Hb=10$, ocorre um aumento no número de Nusselt (Nu) de 180,83%. Com relação a diferença de pressão (Δp), tendo $Re=1$ e, $Hb=0,1$ a $Hb=10$, a diferença de pressão diminui em 57,06%. Já para $Re=20$ e, $Hb=0,1$ a $Hb=10$, a diferença de pressão diminui em 47,86%.

Outro fator importante que deve ser mencionado é o número de Prandtl (Pr). Este aparece como sendo o próximo item dos fatores que mais interferem neste estudo apresentado tendo significativa contribuição para o número de Nusselt, mas nem tanto com relação a diferença de pressão. Isso porque, quando $Hb=0,1$ e, $Pr=1$ a $Pr=10$, ocorre um aumento no número de Nusselt (Nu) de 152,45%. Já para $Hb=10$ e, $Pr=1$ a $Pr=10$, ocorre um aumento no número de Nusselt (Nu) de 161,35%. Com relação a diferença de pressão (Δp), tendo $Hb=0,1$

e, $Pr=1$ a $Pr=10$, a diferença de pressão diminui em 5,35%. Já para $Hb=10$ e, $Pr=1$ a $Pr=10$, a diferença de pressão diminui em 7,40%.

Para os outros três fatores estudados: o coeficiente a , o coeficiente b e o índice de potência (n), também apresentam relações com o número de Nusselt e na diferença de pressão, porém não apresentaram diferenças tão significativas como os outros três fatores apresentados anteriormente neste trabalho.

Dessa forma, é possível observar e concluir a importância de unir técnicas de simulação numérica na qual nos possibilita diferentes propostas de análises bem como técnicas estatísticas como, planejamento experimental fatorial 2^{k*} , na qual a interação entre as duas nos possibilitou apresentar nesse trabalho resultados concisos e conclusões pertinentes proposto inicialmente.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestão para trabalhos futuros, sugere-se:

- a) Praticar novas simulações numéricas levando em consideração apenas os 3 fatores que mais tiveram resultados expressivos com relação ao número de Nusselt e a diferença de pressão.
- b) Continuar com um novo planejamento experimental de modo a abranger uma faixa de valor maior para cada variável utilizada nesse trabalho.
- c) Utilizar a mesma técnica de planejamento experimental, porém, considerar para os próximos experimentos, um planejamento fatorial 3^k de modo a levar em consideração além do valor mínimo e máximo da técnica um valor médio.

REFERÊNCIAS

- AIT-MESSAOUDENE. **Comparison Between Two Turbulence Models and Analysis of the Effect of the Substrate Movement on the Flow Field of a Plasma Jet.** 1. Heat Mass Transfer. v. 42, p. 173-184, 2011.
- ASTARITA, G., MARRUCI, G. **Principles of Non-Newtonian Fluid Mechanics.** Great Britain: McGraw-Hill, 1974.
- AVANÇO, Rafael Henrique. **Simulação Numérica de Evaporadores Utilizados em Aplicações Frigorífica.** 149 f. Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2010.
- BEHR, M., FRANCA, L.P., TEZDUYAR, T.E. **Stabilized Finite Element Methods for the Velocity-Pressure-Stress Formulation of Incompressible Flows.** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 104, p. 31-48, 1993.
- BEJAN, Adrian. **Transferência de Calor.** São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- BIRD, R.B., ARMSTRONG, R.C., HASSAGER, O. **Dynamics of Polymeric Liquids.** vol. 1, EUA: John Wiley & Sons, 1987.
- BROOKS, A.N., HUGHES, T.J.R. **Streamline Upwind/Petrov-Galerkin Formulations for Convective Dominated Flows with Particular Emphasis on the Incompressible Navier-Stokes Equations.** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 32, p. 199-259, 1982.
- CHHABRA, R.P., RICHARDSON, J.F. **Non-Newtonian Flows in the Process Industries - Fundamentals and Engineering Applications.** EUA: Butterworth Heinemann, 1999.
- CHHABRA, R.P.; RICHARDSON, J.F. **Now-Newtonian Flow and Applied Rheology.** 2. ed. EUA: Butterworth-Heinemann, 2008.
- CIARLET, Philippe G. **The Finite Element Method for Elliptic Problems.** 1. ed. North-Holland Publishing Company, 1978.
- DITCHFIELD, C., TADINI, C.C., SINGH, R.K., TOLEDO, R.T. **Rheological Behavior of Banana Puree at High Temperatures.** International Journal of Food Properties, v. 7(3), p. 571-584, 2004.
- FATTAL, R., KUPFERMAN, R. **Time-Dependent Simulation of Viscoelastic Flows at High Weissenberg Number Using the Log-Conformation Representation.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 126, p. 23-37, 2005.
- FONSECA, Cleiton Elsner da. **Modelagem e Investigação Numérica de escoamentos de Fluidos Estruturados.** 146 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.
- FONSECA, C.E., FREY, S., NACCACHE, M.F., MENDES, P.R.S. **Flows of Elasto-Viscoplastic Tixotropic Liquids Past a Confined Cylinder.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 193, p. 80-88, 2013.

FONTES, Sérgio Rodrigues; GASPARETTO, Carlos Alberto. **Convective Laminar Flow of Food Additives Solutions in Circular Entrance Region**. International Communications in Heat and Mass Transfer, v. 28, p. 693-702, 2001.

FRANCA, L.P., FREY, S.L., HUGHES, T.J.R. **Stabilized Finite Element Methods: I. Application to the Advective-Diffusive Model**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 95(2), p. 253-276, 1992.

FRANCA, L.P., FREY, S.L. **Stabilized Finite Element Methods: II. The Incompressible Navier-Stokes Equations**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 99, p. 209-233, 1992.

FRANCESCHINI, F., FREY, S. **Finite Element Approximation for Single-Phase Multicomponent Flows**. Mechanics Research Communications, v. 32(1), p. 53-64, 2005.

FOX, Robert W.; MCDONALD, Alan T. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2001.

FOX, Robert W.; MCDONALD, Alan T; PRITCHARD, Philip J. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

GOBBI, Maurício; DIAS, Nelson Luís; MASCARENHAS, Flávio; VALENTINE, Enise. **Introdução à Mecânica dos Fluidos e aos Fenômenos de Transporte**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

GURTIN, M.E. **An Introduction to Continuum Mechanics**. New York, U.S.A.: Academic Press, 1981.

HERMANY, Lober. **Aproximações Estabilizadas de Escoamentos de Fluidos Viscoplasticos através de uma Expansão Seguida de uma Contração Axissimétrica**. 86 f. Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

HERMANY, L., SANTOS, D.D., FREY, S., NACCACHE, M.F., MENDES, P.R.S. **Flow of Yield-Stress Liquids Through an Axisymmetric Abrupt Expansion-Contraction**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 201, p. 1-9, 2013.

HUGHES, T.J.R., FRANCA, L.P., BALESTRA, M. **A New Finite Element Formulation for Computational Fluid Dynamics: V. Circumventing the Babuška-Brezzi Condition: A Stable Petrov-Galerkin Formulation of the Stokes Problem Accommodating Equal-Order Interpolations**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 59, p. 85-99, 1986.

LANDAU, L., LIFCHITZ, E. **Mécanique des Fluides**. Edições Mir, Moscou, 1971.

MARTINS, Renato da Rosa. **Modelagem Mecânica e Aproximação de Galerkin Mínimos-Quadrados de Escoamentos Axissimétricos de Fluidos Pseudoplásticos Sujeitos a Efeitos de Inércia**. 93 f. Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

MENDES, P.R.S., DUTRA, E.S.S. **Viscosity Function for Yield-Stress Liquids**. Applied Rheology, v. 14, p. 296-302, 2004.

Minitab Inc. (2010). (**Minitab 17**) [Software]. Quality Plaza, 1829 Pine Hall Rd, State College PA 16801-3210. USA.

MITSOULIS, E. **Flows of Viscoplastic Materials: Models and Computations**. Rheology Reviews, p. 135-178, 2007.

MONTGOMERY, Douglas C. **Design and Analysis of Experiments**. 5. ed. New York: John Wiley & Sons, 2001.

MUNSON, Bruce R.; YOUNG, Donald F.; OKIISHI, Theodore H. **Fundamentos da Mecânica dos Fluidos**. 4. ed. São Paulo: E. Blücher, 2004.

MUNSON, Bruce R.; YOUNG, Donald F.; OKIISHI, Theodore H. **Uma Introdução Concisa à Mecânica dos Fluidos**. 2. ed. São Paulo: E. Blücher, 2005.

NAIMI M., DEVENNE R., LÉBOUCHE M. **Etude Dynamique et Thermique de L'écoulement de Couette-Taylor-Poiseuille; Cas D'un Fluide Présentant un Seuil D'écoulement**. 1. Heat Mass Transfer., v. 33, p. 381-391, 1990.

NETO, Benício de Barros; SCARMINIO, Ieda Scapino; BRUNS, Roy Edward. **Como Fazer Experimentos: Pesquisa e Desenvolvimento na Ciência e na Indústria**. 1. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2001.

NIRMALKAR, N. **Numerical Predictions of Momentum and Heat Transfer Characteristics from a Heated Sphere in Yield Stress Fluids**. Industrial & Engineering Chemistry Research, v. 52, p. 6848-6861, 2013.

NOUAR, C. **Thermal Convection for a Thermo-Dependent Yield Stress Fluid in an Axisymmetric Horizontal Duct**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 48 (25-26), p. 5520-5535, 2005.

NOUAR, C., DESAUBRY, C., ZENAIDI, H. **Numerical and Experimental Investigation of Thermal Convection for a Thermo-Dependent Herschel–Bulkley Fluid in an Annular Duct with Rotating Inner Cylinder**. European Journal of Mechanics - B/Fluids, v. 17 (6), p. 875-900, 1998.

OFEI, T.N., IRAWAN, S., PAO W.; OSGOUEIR, E. **Modified Yield Power-Law Fluid Flow in Narrow Annuli with Inner Rotating Pipe**. The Canadian Journal of Chemical Engineering, v. 93, p. 150-165, 2015.

OWENS, R.G., PHILLIPS, T.N. **Computational Rheology; Imperial College Press**. London, 2002.

PEIXINHO, J., DESAUBRY, C., LÉBOUCHÉ, M. **Heat Transfer of a Non-Newtonian Fluid (Carbopol Aqueous Solution) in Transitional Pipe Flow**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 51, p. 198-209, 2008.

PINTO, Rodrigo Vidonsky. **Análise da Modelagem Utilizada para a Simulação Computacional do Desempenho de um Tubo de Calor Utilizando Nanofluidos em seu Interior**. 175 f. Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2016.

POTTER, Merle C. et al. **Mecânica dos Fluidos**. São Paulo: Cengage Learning, 2004.

SOARES, E.J., NACCACHE, M.F., MENDES, P.R.S. **Heat Transfer to Viscoplastic Materials Flowing Axially Through Concentric Annuli**. International Journal of Heat and Fluid Flow, v. 24, p. 762-773, 2003.

SOARES, A.A., FERREIRA, J.M., CAMELO, L., ANACLETO, J., CHHABRA, R.P. **Effect of Temperature-Dependent Viscosity on Forced Convection Heat Transfer from a Cylinder in Crossflow of Power-Law Fluids**. International Journal of Heat and Mass Transfer. v. 53(21-22), p. 4728-4740, 2010.

STREETER, Victor L.; WYLIE, E. Benjamin. **Mecânica dos Fluidos**. 7.ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1982.

ZINANI, Flávia Schwarz Franceschini. **Desenvolvimento e Implementação Computacional de Formulações Galerkin Mínimos-Quadrados Para Escoamentos Não Newtonianos Sensíveis à Cinemática**. 176 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

ZINANI, F., FREY, S. **Galerkin Least-Squares Multifield Approximations for Flows of Inelastic Non-Newtonian Fluids**. Journal of Fluids Engineering - Transactions of the ASME, v. 130, 2008.

APÊNDICE A – PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL

Ordem (1 a 64)	a (0 e 3)	b (0 e 3)	Re (1 e 20)	Hb (0,1 e 10)	Pr (1 e 10)	n (0,4 e 1)	K_0	τ_0	k	Resultado (Nu)	Resultado (Δp)
1	0	0	1	0,1	1	0,4	0,9091	0,0909	0,9091	0,8855	5,4810
2	0	0	20	0,1	1	0,4	0,0455	0,0045	0,0455	4,0162	0,3777
3	0	0	1	0,1	10	0,4	0,9091	0,0909	0,0909	2,9826	5,2510
4	0	0	20	0,1	10	0,4	0,0455	0,0045	0,0045	9,7312	0,3777
5	0	0	1	10	1	0,4	0,0909	0,9091	0,0909	3,1938	3,8710
6	0	0	20	10	1	0,4	0,0045	0,0455	0,0045	11,1774	0,3121
7	0	0	1	10	10	0,4	0,0909	0,9091	0,0091	8,4238	3,5912
8	0	0	20	10	10	0,4	0,0045	0,0455	0,0005	32,0801	0,2019
9	0	0	1	0,1	1	1	0,9091	0,0909	0,9091	0,8826	10,9970
10	0	0	20	0,1	1	1	0,0455	0,0045	0,0455	3,6138	0,8099
11	0	0	1	0,1	10	1	0,9091	0,0909	0,0909	2,8243	11,0180
12	0	0	20	0,1	10	1	0,0455	0,0045	0,0045	8,0044	0,8163
13	0	0	1	10	1	1	0,0909	0,9091	0,0909	3,0182	4,4800
14	0	0	20	10	1	1	0,0045	0,0455	0,0045	9,1255	0,3564
15	0	0	1	10	10	1	0,0909	0,9091	0,0091	7,3374	4,4650
16	0	0	20	10	10	1	0,0045	0,0455	0,0005	22,0284	0,3564
17	0	3	1	0,1	1	0,4	0,9091	0,0909	0,9091	0,9117	0,3783
18	0	3	20	0,1	1	0,4	0,0455	0,0045	0,0455	4,3434	0,3516
19	0	3	1	0,1	10	0,4	0,9091	0,0909	0,0909	3,7593	3,7140
20	0	3	20	0,1	10	0,4	0,0455	0,0045	0,0045	12,0475	0,2727
21	0	3	1	10	1	0,4	0,0909	0,9091	0,0909	3,3677	4,2960
22	0	3	20	10	1	0,4	0,0045	0,0455	0,0045	12,3661	0,2581
23	0	3	1	10	10	0,4	0,0909	0,9091	0,0091	9,3512	3,4336
24	0	3	20	10	10	0,4	0,0045	0,0455	0,0005	40,3924	0,2620
25	0	3	1	0,1	1	1	0,9091	0,0909	0,9091	0,9036	1,7067
26	0	3	20	0,1	1	1	0,0455	0,0045	0,0455	4,2385	0,5482
27	0	3	1	0,1	10	1	0,9091	0,0909	0,0909	3,3923	6,5510
28	0	3	20	0,1	10	1	0,0455	0,0045	0,0045	10,7258	0,5132
29	0	3	1	10	1	1	0,0909	0,9091	0,0909	3,2911	4,5460
30	0	3	20	10	1	1	0,0045	0,0455	0,0045	11,1673	0,2706
31	0	3	1	10	10	1	0,0909	0,9091	0,0091	8,6984	3,7490
32	0	3	20	10	10	1	0,0045	0,0455	0,0005	33,6472	0,2640
33	3	0	1	0,1	1	0,4	0,9091	0,0909	0,9091	0,8860	5,2020
34	3	0	20	0,1	1	0,4	0,0455	0,0045	0,0455	4,0177	0,3645
35	3	0	1	0,1	10	0,4	0,9091	0,0909	0,0909	2,9900	5,0618
36	3	0	20	0,1	10	0,4	0,0455	0,0045	0,0045	9,7581	0,3723
37	3	0	1	10	1	0,4	0,0909	0,9091	0,0909	3,7643	3,3140
38	3	0	20	10	1	0,4	0,0045	0,0455	0,0045	11,4659	0,2987
39	3	0	1	10	10	0,4	0,0909	0,9091	0,0091	9,6172	3,1240
40	3	0	20	10	10	0,4	0,0045	0,0455	0,0005	34,6537	0,2949
41	3	0	1	0,1	1	1	0,9091	0,0909	0,9091	0,8825	10,7340
42	3	0	20	0,1	1	1	0,0455	0,0045	0,0455	3,6138	0,8121
43	3	0	1	0,1	10	1	0,9091	0,0909	0,0909	2,8262	10,9930
44	3	0	20	0,1	10	1	0,0455	0,0045	0,0045	8,0255	0,8043
45	3	0	1	10	1	1	0,0909	0,9091	0,0909	3,2138	4,0090
46	3	0	20	10	1	1	0,0045	0,0455	0,0045	9,5503	0,3436
47	3	0	1	10	10	1	0,0909	0,9091	0,0091	7,9036	4,0840
48	3	0	20	10	10	1	0,0045	0,0455	0,0005	24,2226	0,3326
49	3	3	1	0,1	1	0,4	0,9091	0,0909	0,9091	0,9139	0,1358
50	3	3	20	0,1	1	0,4	0,0455	0,0045	0,0455	4,3304	0,3772
51	3	3	1	0,1	10	0,4	0,9091	0,0909	0,0909	3,8614	3,6100
52	3	3	20	0,1	10	0,4	0,0455	0,0045	0,0045	12,0816	0,2859
53	3	3	1	10	1	0,4	0,0909	0,9091	0,0909	4,2812	3,0911
54	3	3	20	10	1	0,4	0,0045	0,0455	0,0045	12,3537	0,2955
55	3	3	1	10	10	0,4	0,0909	0,9091	0,0091	11,9558	2,6310
56	3	3	20	10	10	0,4	0,0045	0,0455	0,0005	38,2757	0,2873
57	3	3	1	0,1	1	1	0,9091	0,0909	0,9091	0,9020	1,4574
58	3	3	20	0,1	1	1	0,0455	0,0045	0,0455	4,2389	0,5550
59	3	3	1	0,1	10	1	0,9091	0,0909	0,0909	3,4089	6,4980
60	3	3	20	0,1	10	1	0,0455	0,0045	0,0045	10,7010	0,5253
61	3	3	1	10	1	1	0,0909	0,9091	0,0909	3,8829	3,4370
62	3	3	20	10	1	1	0,0045	0,0455	0,0045	11,4982	0,2958
63	3	3	1	10	10	1	0,0909	0,9091	0,0091	9,8047	2,7900
64	3	3	20	10	10	1	0,0045	0,0455	0,0005	30,0511	0,2739

APÊNDICE B – TABELAS

Tabela 6.1 - Resultados do número de Nusselt e da diferença de pressão para o coeficiente a .

	a	Nu	% Nu	Δp	% Δp
H_b=0,1	0	10,7258	-	0,5132	-
	1	10,7216	-0,04%	0,5246	2,22%
	2	10,7108	-0,14%	0,5250	2,30%
	3	10,7010	-0,23%	0,5253	2,36%
	a	Nu	% Nu	Δp	% Δp
H_b=10	0	33,6472	-	0,2640	-
	1	32,4485	-3,56%	0,2673	1,25%
	2	31,2498	-7,13%	0,2706	2,50%
	3	30,0511	-10,69%	0,2739	3,75%

Tabela 6.2 - Resultados do número de Nusselt e da diferença de pressão para o coeficiente b .

	b	Nu	% Nu	Δp	% Δp
H_b=0,1	0	8,0255	-	0,8043	-
	1	9,1841	14,44%	0,6920	-13,96%
	2	10,1568	26,56%	0,5913	-26,48%
	3	10,7010	33,34%	0,5253	-34,69%
	b	Nu	% Nu	Δp	% Δp
H_b=10	0	24,2226	-	0,3326	-
	1	26,1654	8,02%	0,3130	-5,88%
	2	28,1083	16,04%	0,2935	-11,77%
	3	30,0511	24,06%	0,2739	-17,65%

Tabela 6.3 - Resultados do número de Nusselt e da diferença de pressão para o Índice de Potência (n).

	n	Nu	% Nu	Δp	% Δp
H_b=0,1	0,4	12,0816	-	0,2859	-
	0,6	11,5832	-4,13%	0,3412	19,34%
	0,8	11,0432	-8,60%	0,4212	47,32%
	1	10,7010	-11,43%	0,5253	83,74%
	n	Nu	% Nu	Δp	% Δp
H_b=10	0,4	38,2757	-	0,2739	-
	0,6	35,5342	-7,16%	0,2784	1,63%
	0,8	32,7926	-14,33%	0,2828	3,26%
	1	30,0511	-21,49%	0,2873	4,89%

Tabela 6.4 - Resultados do número de Nusselt e da diferença de pressão para o número de Reynolds (Re).

	Re	Nu	% Nu	Δp	% Δp
H_b=0,1	1	3,4089	-	6,4980	-
	5	5,8396	71,30%	4,5071	-30,64%
	10	8,2703	142,61%	2,5162	-61,28%
	20	10,7010	213,91%	0,5253	-91,92%
	Re	Nu	% Nu	Δp	% Δp
H_b=10	1	9,8047	-	2,7900	-
	5	16,5535	68,83%	1,9513	-30,06%
	10	23,3023	137,66%	1,1126	-60,12%
	20	30,0511	206,50%	0,2739	-90,18%

Tabela 6.5 - Resultados do número de Nusselt e da diferença de pressão para o número de Herschel-Bulkley (Hb).

	Hb	Nu	% Nu	Δp	% Δp
Re=1	0,1	3,4089	-	6,4980	-
	1	5,5408	62,54%	5,2620	-19,02%
	5	7,6728	125,08%	4,0260	-38,04%
	10	9,8047	187,62%	2,7900	-57,06%
	Hb	Nu	% Nu	Δp	% Δp
Re=20	0,1	10,7010	-	0,5253	-
	1	17,1510	60,28%	0,4415	-15,95%
	5	23,6011	120,55%	0,3577	-31,91%
	10	30,0511	180,83%	0,2739	-47,86%

Tabela 6.6 - Resultados do número de Nusselt e da diferença de pressão para o número de Prandtl (Pr).

	Pr	Nu	% Nu	Δp	% Δp
H_b=0,1	1	4,2389	-	0,5550	-
	3	6,3929	50,82%	0,5451	-1,78%
	7	8,5470	101,63%	0,5352	-3,57%
	10	10,7010	152,45%	0,5253	-5,35%
	Pr	Nu	% Nu	Δp	% Δp
H_b=10	1	11,4982	-	0,2958	-
	3	17,6825	53,78%	0,2885	-2,47%
	7	23,8668	107,57%	0,2812	-4,94%
	10	30,0511	161,35%	0,2739	-7,40%