

UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS - UNISINOS  
CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS,  
PROGRAMA INTERDISCIPLINAR DE PÓS-GRADUAÇÃO EM COMPUTAÇÃO  
APLICADA - PIPCA  
NÍVEL MESTRADO

BRUNO VITÓRIO LARENTIS

**Modelagem e Simulação da Segmentação Social com  
Parâmetros Individuais e de Grupos Competitivos**

SÃO LEOPOLDO  
2012



BRUNO VITÓRIO LARENTIS

**Modelagem e Simulação da Segmentação Social com  
Parâmetros Individuais e de Grupos Competitivos**

Dissertação submetida à avaliação  
como requisito parcial para a obtenção  
do grau de Mestre em Computação  
Aplicada

**Orientador: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Marta Becker  
Villamil**

**Co-orientador: Prof. Dr. Luiz Paulo  
Luna de Oliveira**

SÃO LEOPOLDO  
2012

## CIP — CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO

L319m Larentis, Bruno Vitório

Modelagem e Simulação da Segmentação Social com Parâmetros Individuais e de Grupos Competitivos / por Bruno Vitório Larentis. — São Leopoldo, 2012.

119 f.: il. ; 30cm.

Dissertação (mestrado) — Universidade do Vale do Rio dos Sinos - UNISINOS, Ciências Exatas e Tecnológicas, Programa Interdisciplinar de Pós-Graduação em Computação Aplicada - PIPCA, 2012.

Orientação: Prof. Dr. Marta Becker Villamil;  
Co-orientador: de Oliveira, Luiz Paulo Luna, Ciências Exatas e Tecnológicas.

1. Computação gráfica. 2. Simulação de Grupos.  
3. Sociabilidade. I. Villamil, Marta Becker. II. Título.

CDU 004.92

Catálogo na publicação:

Eliete Mari Doncato Brasil - CRB 10/1184

A minha esposa Sara. Aos meus pais. A Mela, o cão.

*Come down with fire*  
*Lift my spirit higher*  
*Someone's screaming my name*  
*Come and make me holy again*  
(Ronnie James Dio - Man On The Silver Mountain)

## RESUMO

O estudo de sistemas multi-agentes foca em sistemas nos quais muitos agentes autônomos interagem entre si. Este tipo de interação possui o intuito de cooperação para atingir um objetivo comum a todos ou para atingir objetivos individualistas. Sistemas como estes, não traduzem por si só o comportamento social de pessoas. Estes tendem a fazer parte de grupos. Seus comportamentos resultam de suas interações com outros indivíduos e de comportamentos impostos pelo grupo ao qual pertencem. Estudos de comportamento de grupos dentro de uma população tem aplicações que vão desde a preparação de campanhas de marketing de produtos concorrentes à análise de tendências de votos de eleitores em campanhas eleitorais. Este trabalho propõe um modelo de interações individuais entre agentes bem como interações de grupo onde os agentes não perdem totalmente as suas individualidades quando estão agrupados. As interações entre os indivíduos são modeladas a partir de um sistema multi-agente e as interações de grupos são modeladas a partir de equações diferenciais que simulam competição entre grupos adaptadas.

**Palavras-chave:** Computação gráfica, Simulação de Grupos, Sociabilidade.

# ABSTRACT

The study of multi-agents systems focus on systems that many autonomous agents interact between themselves. This kind of interaction has the intention of cooperation to achieve a common objective to all or to achieve individuals' objectives. Systems like those, don't translate only, the people social behavior. Those systems try to make part of the groups. Their behaviors results from their interactions with other agents and from imposed behaviors by the groups that they belong. Studies of group behaviors inside a population have applications like, preparation to marketing campaign for competitive products, tendencies analysis of electors in political campaigns. This work propose a model of individual interactions between agents, as well group interactions where agents don't lose entirely their individualities when inside a group. The interactions between those agents are modeled from a multi-agent system and the group interactions are modeled from differential equations that simulate competition between adapted groups.

**Keywords:** Computer Graphics, Group Simulation, Sociability.



# LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 – Resultado da Simulação de Multidões baseada em imagens filmadas.(LEE et al., 2007) . . . . .	19
FIGURA 2.2 – Funcionamento da relação com os vizinhos.(LEE et al., 2007) . . . . .	20
FIGURA 2.3 – Exemplo de simulação gerada pelo trabalho de Kwon(2008). . . . .	21
FIGURA 2.4 – Comportamento do sistema de três bactérias. . . . .	23
FIGURA 2.5 – Gráfico com a distribuição dos resultados no sistema de bactérias. . . . .	24
FIGURA 3.1 – Resultado do modelo presa-predador de Lotka-Volterra.P1,P2,P3 e P4 representam os pontos onde ocorre mudança no comportamento do sistema. . . . .	27
FIGURA 3.2 – Caso A. Ponto A representa o ponto atrator do sistema. . . . .	31
FIGURA 3.3 – Caso B. Separatrix representa a linha de divisão dos dois pontos atratores (1,0) e (0,1). . . . .	32
FIGURA 3.4 – Caso C. Ponto atrator do sistema (1,0). . . . .	32
FIGURA 3.5 – Caso D. Ponto atrator do sistema (0,1). . . . .	33
FIGURA 4.1 – Etapas da simulação. . . . .	35
FIGURA 4.2 – Fase 1: os agentes interagem individualmente. Fase 2: interação dos grupos. Fase 3: interações individuais e de grupo. . . . .	36
FIGURA 4.3 – Integração dos desagrupados. Funcionamento da escolha do agente desagrupado que passará a integrar um dos grupos(G1 ou G2). . . . .	41
FIGURA 4.4 – Processo de integração de um desagrupado ao grupo 2. . . . .	41
FIGURA 4.5 – Processo de troca de grupo. . . . .	42
FIGURA 4.6 – Câmera para a visualização do ambiente do sistema. . . . .	44
FIGURA 4.7 – Câmera para a visualização das estatísticas da simulação. . . . .	45
FIGURA 4.8 – Câmera para a visualização das porcentagens de incidência dos Casos A, B, C e D. . . . .	46
FIGURA 5.1 – Comportamento do modelo de batalha. Sendo P1 e P2 os pontos onde ocorrerá um comportamento orbital. Linha Diagonal representa o fluxo do sistema quando os grupos estiverem equilibrados. . . . .	48
FIGURA 6.1 – Gráfico demonstrando os valores de $a_{12}$ durante a simulação. . . . .	57
FIGURA 6.2 – Gráfico demonstrando os valores de $a_{21}$ durante a simulação. . . . .	57
FIGURA 6.3 – Gráfico demonstrando os valores de $N_1$ durante a simulação. . . . .	58
FIGURA 6.4 – Gráfico demonstrando os valores de $N_2$ durante a simulação. . . . .	58
FIGURA 6.5 – Gráfico com os valores de $a_{12}$ durante a simulação. . . . .	63
FIGURA 6.6 – Gráfico com os valores de $a_{21}$ durante a simulação. . . . .	63

FIGURA 6.7 – Gráfico com os valores de $N_1$ durante a simulação. . . . .	64
FIGURA 6.8 – Gráfico com os valores de $N_2$ durante a simulação. . . . .	64
FIGURA 6.9 – Gráfico com os valores de $a_{12}$ durante a simulação. . . . .	65
FIGURA 6.10 – Gráfico com os valores de $a_{21}$ durante a simulação. . . . .	66
FIGURA 6.11 – Gráfico com os valores de $N_1$ durante a simulação. . . . .	66
FIGURA 6.12 – Gráfico com os valores de $N_2$ durante a simulação. . . . .	67
FIGURA 6.13 – Gráfico com os valores de $a_{12}$ durante a simulação. . . . .	69
FIGURA 6.14 – Gráfico com os valores de $a_{21}$ durante a simulação. . . . .	70
FIGURA 6.15 – Gráfico com os valores de $N_1$ durante a simulação. . . . .	70
FIGURA 6.16 – Gráfico com os valores de $N_2$ durante a simulação. . . . .	71
FIGURA 6.17 – Gráfico com os valores de $a_{12}$ durante a simulação. . . . .	72
FIGURA 6.18 – Gráfico com os valores de $a_{21}$ durante a simulação. . . . .	72
FIGURA 6.19 – Gráfico com os valores de $N_1$ durante a simulação. . . . .	73
FIGURA 6.20 – Gráfico com os valores de $N_2$ durante a simulação. . . . .	73
FIGURA 6.21 – Gráfico com os valores de $a_{12}$ durante a simulação. . . . .	77
FIGURA 6.22 – Gráfico com os valores de $a_{21}$ durante a simulação. . . . .	78
FIGURA 6.23 – Gráfico com os valores de $N_1$ durante a simulação. . . . .	78
FIGURA 6.24 – Gráfico com os valores de $N_2$ durante a simulação. . . . .	79
FIGURA 6.25 – Gráfico com os valores de $a_{12}$ durante a simulação. . . . .	82
FIGURA 6.26 – Gráfico com os valores de $a_{21}$ durante a simulação. . . . .	82
FIGURA 6.27 – Gráfico com os valores de $N_1$ durante a simulação. . . . .	83
FIGURA 6.28 – Gráfico com os valores de $N_2$ durante a simulação. . . . .	83
FIGURA 6.29 – Gráfico demonstrando os valores de $a_{12}$ durante a simulação. . .	86
FIGURA 6.30 – Gráfico demonstrando os valores de $a_{21}$ durante a simulação. . .	86
FIGURA 6.31 – Gráfico demonstrando os valores de $N_1$ durante a simulação. . .	87
FIGURA 6.32 – Gráfico demonstrando os valores de $N_2$ durante a simulação. . .	87
FIGURA 6.33 – Gráfico demonstrando os valores de $a_{12}$ durante a simulação. . .	91
FIGURA 6.34 – Gráfico demonstrando os valores de $a_{21}$ durante a simulação. . .	91
FIGURA 6.35 – Gráfico demonstrando os valores de $N_1$ durante a simulação. . .	92
FIGURA 6.36 – Gráfico demonstrando os valores de $N_2$ durante a simulação. . .	92
FIGURA 6.37 – Gráfico demonstrando os valores de $a_{12}$ durante a simulação. . .	96
FIGURA 6.38 – Gráfico demonstrando os valores de $a_{21}$ durante a simulação. . .	97
FIGURA 6.39 – Gráfico demonstrando os valores de $N_1$ durante a simulação. . .	97
FIGURA 6.40 – Gráfico demonstrando os valores de $N_2$ durante a simulação. . .	98
FIGURA 6.41 – A- Influência maior que área individual. B- Influência igual a área individual. C- Influência menor que área individual. . . . .	102
FIGURA 6.42 – Gráfico demonstrando os valores de $a_{12}$ durante a simulação. . .	105
FIGURA 6.43 – Gráfico demonstrando os valores de $a_{21}$ durante a simulação. . .	105
FIGURA 6.44 – Gráfico demonstrando os valores de $N_1$ durante a simulação. . .	106

FIGURA 6.45 – Gráfico demonstrando os valores de $N_2$ durante a simulação. . .	106
FIGURA 6.46 – Gráfico demonstrando os valores de $a_{12}$ durante a simulação. . .	108
FIGURA 6.47 – Gráfico demonstrando os valores de $a_{21}$ durante a simulação. . .	109
FIGURA 6.48 – Gráfico demonstrando os valores de $N_1$ durante a simulação. . .	109
FIGURA 6.49 – Gráfico demonstrando os valores de $N_2$ durante a simulação. . .	110
FIGURA 6.50 – Gráfico demonstrando os valores de $a_{12}$ durante a simulação. . .	112
FIGURA 6.51 – Gráfico demonstrando os valores de $a_{21}$ durante a simulação. . .	112
FIGURA 6.52 – Gráfico demonstrando os valores de $N_1$ durante a simulação. . .	113
FIGURA 6.53 – Gráfico demonstrando os valores de $N_2$ durante a simulação. . .	113

## LISTA DE SIGLAS

LOD - *Level of Detail*

TSP - *Traveling Salesman Problem*

MAS - *Multi Agents System*

2D - Duas dimensões

3D - Três dimensões

GMGs - *Group Motion Graphs*

CP1 - *Primeiro critério de parada*

CP2 - *Segundo critério de parada*

CP3 - *Terceiro critério de parada*

CP4 - *Quarto critério de parada*

KB - *Knowledge Building*

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>13</b>
1.1	MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS	14
1.2	PROBLEMA	16
1.3	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	16
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>17</b>
2.1	SIMULAÇÃO DE GRUPOS SOCIAIS	17
2.2	SIMULAÇÕES DE MULTIDÕES E GRUPOS EM COMPUTAÇÃO GRÁFICA	18
2.3	SIMULAÇÕES LOTKA-VOLTERRA	22
<b>3</b>	<b>CONCEITOS BÁSICOS</b>	<b>26</b>
3.1	MODELO PRESA-PREDADOR DE INTERAÇÃO DE POPULAÇÕES	26
<b>3.1.1</b>	<b>Equações do modelo Presa-Predador de Lotka-Volterra</b>	<b>26</b>
3.2	MODELO DE COMPETIÇÃO	28
<b>3.2.1</b>	<b>Equações de Competição</b>	<b>29</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Simplificação do Modelo de Lotka-Volterra</b>	<b>29</b>
<b>4</b>	<b>MODELO DE INTERAÇÃO SOCIAL</b>	<b>34</b>
4.1	FASE 1: MODELO DE INTERAÇÕES INDIVIDUAIS	36
<b>4.1.1</b>	<b>Parâmetros dos Agentes</b>	<b>36</b>
4.2	FASE 2: GRUPOS COMPETITIVOS BASEADOS EM EQUAÇÕES DE DINÂMICA DE POPULAÇÕES	38
4.3	DETALHES DA SIMULAÇÃO DE INTERAÇÃO DE GRUPOS	40
<b>4.3.1</b>	<b>Visualização do Modelo</b>	<b>44</b>
<b>5</b>	<b>ESTUDO DE CASO - SIMULAÇÃO DE BATALHA</b>	<b>47</b>
<b>6</b>	<b>RESULTADOS OBTIDOS</b>	<b>51</b>
6.1	VERIFICAÇÃO DO SISTEMA - COMPARAÇÃO DAS SOLUÇÕES NUMÉRICA E ANALÍTICA.	51
6.2	QUANTIFICADORES	55
6.3	RESULTADOS COM PARÂMETROS INDIVIDUAIS VARIÁVEIS	59
<b>6.3.1</b>	<b>Resultados baseados nos valores iniciais do Caso A</b>	<b>60</b>
<b>6.3.2</b>	<b>Resultados baseados nos valores iniciais do Caso B</b>	<b>65</b>
<b>6.3.3</b>	<b>Resultados baseados nos valores iniciais do Caso C</b>	<b>71</b>
<b>6.3.4</b>	<b>Resultados baseados nos valores iniciais do Caso D</b>	<b>77</b>
6.4	COMPORTAMENTO DA FASE 3	84
<b>6.4.1</b>	<b>Variação da Quantidade Inicial dos Grupos</b>	<b>84</b>
6.4.1.1	Etapa 1: Sem Fase 3	84
6.4.1.2	Etapa 2: Com Fase 3	89

<b>6.4.2</b>	<b>Variando a Influência dos Agentes</b>	<b>101</b>
6.4.2.1	Influência com tamanho Maior que a Área Individual dos Agentes	103
6.4.2.2	Influência com tamanho Igual a Área Individual dos Agentes	104
6.4.2.3	Influência com tamanho Menor que a Área Individual dos Agentes	108
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>114</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>116</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Um sistema é entendido como uma entidade que mantém sua existência através da interação de suas partes. Um modelo é uma representação simplificada do sistema real com o intuito de promover a compreensão do mesmo através da interação de suas partes ou do sistema como um todo. Considerando que todos os modelos são simplificações da realidade, há sempre uma dúvida sobre qual será o nível de detalhe do modelo em termos de parâmetros a serem incluídos. Se a simulação considerar poucos parâmetros, há o risco de perder interações relevantes e os resultados finais não promoverem uma solução satisfatória. Por outro lado, se muitos detalhes forem incluídos, o modelo pode vir a se tornar extremamente complicado devido às diversas interações dos diferentes parâmetros.

Os modelos baseados em agentes de interação social humana são baseados na mesma estratégia teórica de construção da modelagem de grupos, rebanhos e outros fenômenos correlatos quando em movimento (*boids*<sup>1</sup>) ((REYNOLDS, 1987) e (RESNICK, 1997)). Como nos *boids*, os processos dos grupos de humanos são altamente complexos, não lineares e auto-organizados. Sistemas como este, não são determinísticos. Seus resultados podem ser instáveis no que diz respeito à evolução temporal, em função de seus parâmetros e variáveis. Isso significa que certos resultados obtidos são causados pela ação e a interação de indivíduos de forma praticamente aleatória. As interações entre os membros de uma estrutura social se dão não apenas entre indivíduos mas também entre os seus grupos de indivíduos.

Não há uma definição universal do que pode ser considerado um grupo. Grupos podem ter vários membros, estilos de comunicação, e estruturas. Algumas pesquisas identificaram alguns requisitos: interdependência (algum grau de dependência dos outros membros do grupo), interação social (comunicação verbal ou não verbal entre os membros do grupo), percepção do grupo (todos os membros se percebem como membros do grupo), objetivo comum (todos os membros do grupo possuem um objetivo ou afinidade em comum)(JEX et al., 2008). Interações de grupo dependem do grau de compatibilidade entre os objetivos dos grupos. Entre as interações de grupos usualmente modeladas estão:

- Colaboração - tipo de interação necessária onde os objetivos de dois grupos são amplamente compatíveis e parceiros;
- Competição - ocorre quando dois grupos devem interagir para atingir objetivos específicos que são completamente incompatíveis;
- Compromisso - interação onde os objetivos são moderadamente compatíveis;

---

<sup>1</sup>Na computação gráfica *boids* são modelos de vida artificial desenvolvidos para simular o comportamento grupal dos pássaros.

- Interdependência - graus de dependência entre os grupos regida pelo tipo de tarefa destes.

De acordo com Moretti (MORETTI, 2002), a utilização de simulações computacionais, contribuem para a sociologia nos seguintes quesitos:

- É uma linguagem para expressar teorias. Para se construir uma teoria, é necessário de uma linguagem que possa expressá-la. Existem três formas de linguagem que podem ser escolhidas: a natural, a matemática e a computacional. A natural pode lidar com a incerteza e a confusão, mas é ambígua. A matemática oferece técnicas analíticas para se produzir derivações, porém não pode ser utilizada para explicar fenômenos não lineares. Os modelos computacionais provêm uma espécie de linguagem que engloba às outras duas, e por isso pode ser utilizada em processos que não se pode utilizar a linguagem matemática;
- É uma ferramenta para estudar sistemas complexos. A impossibilidade em estudar analiticamente e empiricamente certos fenômenos tem dado um forte impulso para o uso da técnica de simulação computacional. Certamente, em alguns casos, é a única ferramenta que se pode utilizar para se estudar fenômenos naturais;
- É uma ferramenta para se fazer experimentação em teoria. Simulações podem ajudar os cientistas a explorar situações que não poderiam ser investigadas através de experimentos. Um exemplo dessa impossibilidade é o campo da física que estuda a formação das galáxias. Muitos cientistas consideram as simulações computacionais como uma forma de se experimentar modelos.

Este trabalho propõe uma simulação social em que alguns conceitos de sistemas complexos são contemplados. Inicialmente as partes ou agentes são interconectados através de suas interações para exibir um comportamento emergente, neste caso a formação de grupos. Além disto o sistema permanece em constante evolução e possui características de aninhamento em hierarquias, onde indivíduos são aninhados em grupos e esses grupos aninhados em populações.

## 1.1 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho concentra-se na modelagem de um sistema que contemple as interações dos agentes baseados em suas individualidades além das interações de grupo. Possíveis aplicações de um modelo como este variam entre o estudo de preferências de consumidores entre dois produtos concorrentes, a competição de partidos políticos por novos eleitores, simulações de batalha para jogos ou qualquer outro fator que induza dois grupos a competir por objetivos antagônicos.



O estudo do sistema multi agentes (MAS) foca em sistemas no qual muitos agentes autônomos interagem entre si. Este tipo de interação pode ser para cooperar entre si ou para atingir objetivos individualistas. Sistemas como estes não traduzem por si só o comportamento social de pessoas. Pessoas tendem a fazer parte de grupos. O seu comportamento resulta de suas interações com outros indivíduos e de parâmetros impostos pelo grupo a qual pertencem.

Para a consecução do objetivo principal acima, objetivos específicos foram estabelecidos:

1. Conhecimento detalhado das características dos modelos de sistemas multi-agentes e modelos de simulação de grupos.
2. Estudo aprofundado de equações diferenciais para a simulação de interações de grupo e de populações.
3. Concepção de um modelo de simulação social onde os agentes interajam individualmente e em grupo.

Esse modelo visa utilizar essas equações preenchendo os seus parâmetros da forma mais básica possível, porém mantendo relação com a forma em que dois grupos iriam competir. É escolhida a forma mais simplificada pois a solução apresentada aqui é inédita. Sendo assim, como se trata de um primeiro experimento para verificar se esse método é válido ou não é necessário simplificá-lo ao máximo para que se possa compreender melhor os seus resultados.

Para que o modelo mantenha uma forma simplificada, foram especificadas as seguintes delimitações para sua implementação:

- O estudo se limitará a dois grupos, por que além disso podem surgir regimes caóticos, o que está fora do escopo do presente trabalho.
- Cada um dos grupos é definido por uma faixa de valores de um quantificador numérico, aqui denominado Status, o qual varia no intervalo  $[-1; 1]$ .
- O ambiente é fechado, isto é, agentes não podem sair ou entrar no ambiente.
- A situação considerada no modelo é espacialmente uniforme, isto é, as condições do meio não variam com a posição.

Seguindo essas delimitações, foi possível focar o modelo para que ele possua contribuições inéditas nas simulações de competição utilização equações do tipo Lotka-Volterra:

- O modelo trata da interação entre grupos competitivos com o uso de equações diferenciais ordinárias do tipo Lotka-Volterra, onde os coeficientes dependem dos parâmetros dos indivíduos constituintes dos grupos.

- Os coeficientes são atualizados dinamicamente, fazendo com que as equações de Lotka-Volterra se tornem estocásticas, tornando sua análise por métodos clássicos (análises lineares) torne-se inviável.

Nessas simulações os chamados Estados dos indivíduos, que representam a qual grupo eles pertencem, são os valores numéricos tomados no intervalo  $[-1;1]$ . Esse intervalo foi escolhido simplesmente para representar uma oposição de valores. Sendo assim, um dos grupos fica representado com o intervalo de  $[-1;-0.8]$  e o seu grupo adversário fica na outra extremidade com o intervalo de  $[1;0.8]$ . O ambiente da simulação não irá influenciar nos cálculos das equações de competição. Nesse modelo o ambiente servirá apenas para uma representação visual da simulação. Não existem objetos ou deformidades no ambiente que irão influenciar os agentes. Além disso, esse ambiente é completamente fechado. Dessa forma nenhum agente irá sair durante a simulação, assim como nenhum agente irá entrar no ambiente durante a simulação.

## 1.2 PROBLEMA

As simulações dessa dissertação envolvem fases distintas que poderão ser analisadas individualmente ou em conjunto. A primeira fase apresenta um sistema não-determinístico, que através das interações não-lineares de seus agentes, apresenta diferentes comportamentos a cada nova simulação. A segunda fase considera o agrupamento dos indivíduos conforme a afinidade de seus parâmetros individuais, e simula a competição de grupos através de equações diferenciais. O maior desafio deste trabalho se concentra na análise dos resultados que envolvem a concomitância destas duas fases do modelo. Estes resultados, que envolvem agentes realizando dois tipos de interações, as individuais e aquelas através de seu grupo, são traduzidos por um sistema que possui uma parte determinística aliada ao não determinismo das interações individuais.

## 1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

No capítulo a seguir, são detalhados alguns trabalhos relacionados ao tema desta dissertação. Em seguida, no Capítulo 3, são demonstrados os conceitos básicos estudados que serviram para a criação das equações que foram implementadas no modelo e serviram também para direcionar o foco da dissertação. No Capítulo 4 é apresentado o modelo de interação social com as equações desenvolvidas e implementadas. No Capítulo 5 será apresentado um estudo de caso, onde utiliza-se as equações diferenciais, para se criar um modelo focado em batalhas. No Capítulo 6 os resultados obtidos, tanto para a verificação do modelo como para as simulações executadas, são apresentados e devidamente explicados. Por fim, no último capítulo, são apresentados alguns indícios históricos encontrados que mostram relação com os resultados encontrados.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão bibliográfica deste trabalho apresenta três áreas distintas. Simulação de grupos sociais, simulações de multidões e grupos em computação gráfica e de interações de populações. Este trabalho associa estas três áreas dentro do contexto de sistemas multi-agentes.

São abordados alguns trabalhos da área da computação gráfica que tratam das interações sociais entre os agentes e a locomoção no ambiente quando estão agrupados. Além disso, como o modelo proposto simula a interação entre dois grupos, foram revisados trabalhos que simulam formas coletivas sociais.

### 2.1 SIMULAÇÃO DE GRUPOS SOCIAIS

O trabalho de Pabjan (PABJAN, 2003) explica que se for realizada uma comparação entre os modelos utilizados pelos físicos e os modelos utilizados pelos sociologistas, nota-se que os sociologistas procuram obter uma base mais realística para poder compreender a realidade social, incorporando aspectos importantes do ambiente social, assim como estruturas sociais, culturas, etc. Outro aspecto importante que deve ser observado e distinguido é que existem pelo menos dois tipos de formas coletivas sociais:

1. Agregados não organizados, tais como multidões, tumultos, públicos, que são espontâneos e não possuem qualquer forma de organização ou padrão persistente de relação social.
2. Grupos com finalidade comum que tem algum tipo de organização, cultura, estrutura.

A modelagem e simulação de sistemas vivos com a computação gráfica resultou em uma integração com a pesquisa científica em vida artificial. As pesquisas em vida artificial estão situadas no avanço de modelos gráficos para síntese de imagem, animação, multimídia e realidade virtual. Mais significativamente, estes modelos precisam simular muitos dos processos naturais que exclusivamente caracterizam os sistemas biológicos - incluindo nascimento e morte, crescimento e desenvolvimento, percepção, locomoção, manipulação, comportamento adaptativo, aprendizado e inteligência (TERZOUPOULOS, 1999).

Baseado em colônias de formigas, surgiu a definição de um paradigma computacional, chamado *AntSystem*. Este sistema constitui-se de um algoritmo distribuído aplicado ao Problema do Caixeiro Viajante (TSP), onde, um grupo de agentes formados por formigas coopera para achar boas soluções ao TSP. As formigas usam uma forma indireta de comunicação, mediante os feromônios que depositam nas arestas do grafo relacionado ao TSP, enquanto constroem soluções (DORIGO et al., 1997).

Resnick (RESNICK, 1997) explora o fascínio pela descentralização, examinando como as pessoas pensam atualmente sobre sistemas descentralizados e as maneiras como deveriam pensar sobre eles. Ele descreveu novas ferramentas e atividades que foram projetadas para que as pessoas experimentem novos tipos de sistemas e tenham novos tipos de pensamentos. Usando a linguagem Logo, desenvolveu simulações com congestionamentos de carros, cupins e tartarugas. Apresentou a ideia de níveis que consiste em considerar as interações entre objetos em um nível fazendo aparecer novos tipos de objetos em um nível acima. Em muitos casos, os objetos em um nível comportam-se diferentemente dos objetos em outro nível. Por exemplo, congestionamentos de trânsito tendem a mover-se para trás, mesmo quando todos os carros dentro do congestionamento movem-se para frente.

## 2.2 SIMULAÇÕES DE MULTIDÕES E GRUPOS EM COMPUTAÇÃO GRÁFICA

Modelos baseados em agentes para simulações de interação social são baseados na mesma teoria de construção dos *boids* ((REYNOLDS, 1987) e (RESNICK, 1997)). A simulação de multidões são processos complexos, não-lineares e auto-organizados (ONDREJ et al., 2010)(GUY et al., 2010)(PRAZAK et al., 2009). A dinâmica das simulações de multidões funciona de acordo com a modelagem das interações locais e a modelagem do comportamento dos agentes presentes dentro do sistema.

Dentro da área de simulação de grupos, tem-se diversos parâmetros que devem ser considerados, e a colisão é mais um fator para que se possa manter a proximidade com a realidade para determinada simulação. A distância interpessoal determina o espaço individual do humanóide, podendo ser usada também para determinar o agrupamento entre os humanóides. A colisão com os elementos do ambiente também tem a sua importância, ela adiciona mais realidade e também faz com que os humanóides tenham que enfrentar obstáculos que podem influenciar no relacionamento com os outros. Além da colisão, as simulações podem ter diversos outros parâmetros, que devem ser adicionados de acordo com o propósito da simulação. O parâmetro velocidade em que os humanóide se locomovem no ambiente pode ser utilizado em uma simulação de evacuação, como mostra Villamil (VILLAMIL et al., 2005). Ainda nesse tipo de simulação, pode-se relevar a importância da formação de grupos e do líder que irá determinar a rota de fuga. Para que os grupos sejam formados é necessário que os humanóides da simulação tenham suas características. Essas características irão determinar como ele irá interagir com os outros, como irão determinar com que velocidade ele se relaciona, com quais humanóides ele possui uma interação positiva e com quais ele tem uma interação negativa. Com as características pode-se assim dividir os humanóides em grupos e passar a estudar a relação entre eles. Nesse modelo, o processo de interação dos grupos se inicia com

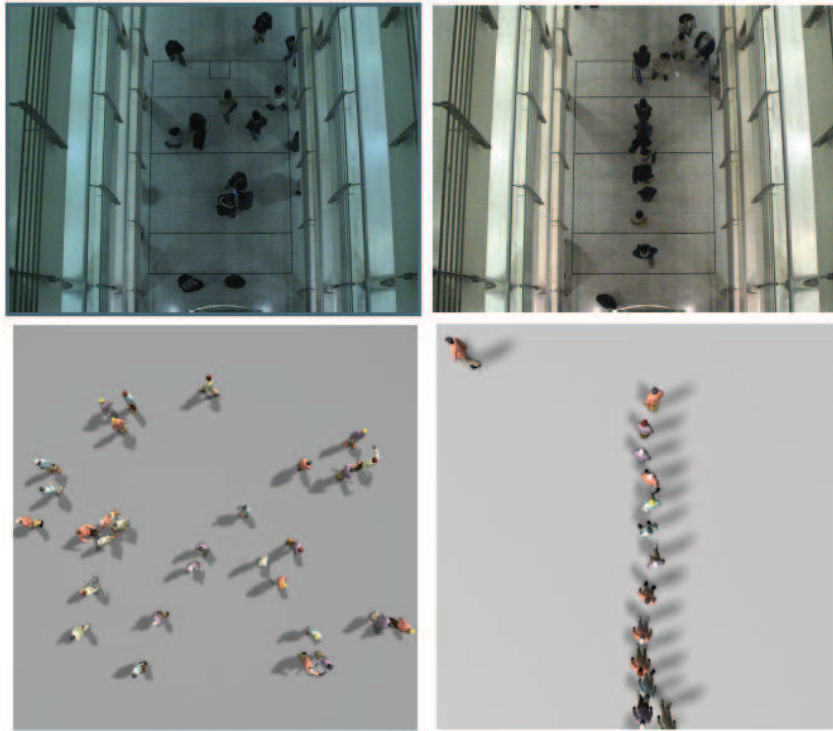


FIGURA 2.1 – Resultado da Simulação de Multidões baseada em imagens filmadas.(LEE et al., 2007)

interações individuais pelos humanóides presentes no sistema. Através dessas interações os humanóides que possuírem relações positivas irão se agrupar e formar os grupos. Após a formação de dois grupos antagônicos, eles iniciam uma nova etapa onde não existe mais interações individuais, apenas a interação entre os grupos, que nesse caso é de competição.

Em Dobbyn (DOBBYN et al., 2006) são citados alguns métodos para simular multidões, exemplificando as formas de se criar os indivíduos de uma população, como animá-los e as interações com os outros indivíduos e com o ambiente também.

Em Lee (LEE et al., 2007) é apresentado um método de simulação de multidões, esse método é feito a partir de gravações de multidões reais, utilizando câmeras com visão topográfica. Dessas gravações se extrai as trajetórias do movimento 2D de cada indivíduo na multidão e adiciona-se essas trajetórias a um modelo de agentes. Esse modelo decide cada uma das ações dos indivíduos, baseando-se nos objetos presentes no cenário e também nos indivíduos próximos. Após esse modelo de agentes aprender esses comportamentos, é possível executar as simulações, cujo resultado está demonstrado na Figura 2.1. Nela pode-se perceber que a simulação, representada pelas duas imagens de baixo estão seguindo o mesmo padrão das imagens de cima, que representam as imagens filmadas.

A movimentação de um indivíduo é influenciada pelos agentes que estão próximos a ele. Determina-se um valor  $o$  (raio) que verifica a distância aos vizinhos. Quanto mais próximos eles estiverem do indivíduo, maior influência o movimento do indivíduo irá



FIGURA 2.2 – Funcionamento da relação com os vizinhos.(LEE et al., 2007)

sofrer, se o valor da distância for maior, menor influência ele irá sofrer. Se for um caso de valor maior que  $o$ , nenhuma influência será sofrida. Essa relação do  $o$  pode ser vista na Figura 2.2. A formação dos vizinhos é feita baseada no sistema local de coordenadas, representado pelas setas amarelas da Figura 2.2. As esferas representam a posição dos vizinhos dentro do raio de influência do indivíduo. Baseado nesses dados, a movimentação do indivíduo é determinada.

Em Kwon (KWON et al., 2008) é apresentado um método para editar o movimento de grupos como um todo, mantendo a formação dos vizinhos e, se possível, as trajetórias individuais da animação original. O usuário pode deformar o grupo, clicando e arrastando os indivíduos. Pode também realizar o cruzamento de dois grupos e mesmo assim é possível detectar a colisão e evitá-la. Todas essas alterações podem ser feitas durante a simulação. Um exemplo desse método posto em prática está na Figura 2.3. Ela mostra dois casos, o caso (a) representa a animação antes das alterações, onde tem-se dois grupos indo um em direção ao outro. No caso (b) modificou-se os pontos iniciais e finais dos grupos e mesmo assim os indivíduos não se colidiram e mantiveram, o máximo possível, a trajetória original.

O trabalho de Lai (LAI et al., 2005) introduz o chamado *Group Motion Graphs* (GMGs), uma técnica de animação para simulação de grupos, tais como cardumes ou pequenas multidões. Essa técnica possui um conceito parecido com os chamados *motion graphs*, construídos através dos dados da captura de movimento, porém existem algumas importantes diferenças:

- Esse método permite simular movimentos;
- Os nodos de transição são encontrados através de *clustering* (ZAIANE, 2011) nos dados da simulação de entrada;

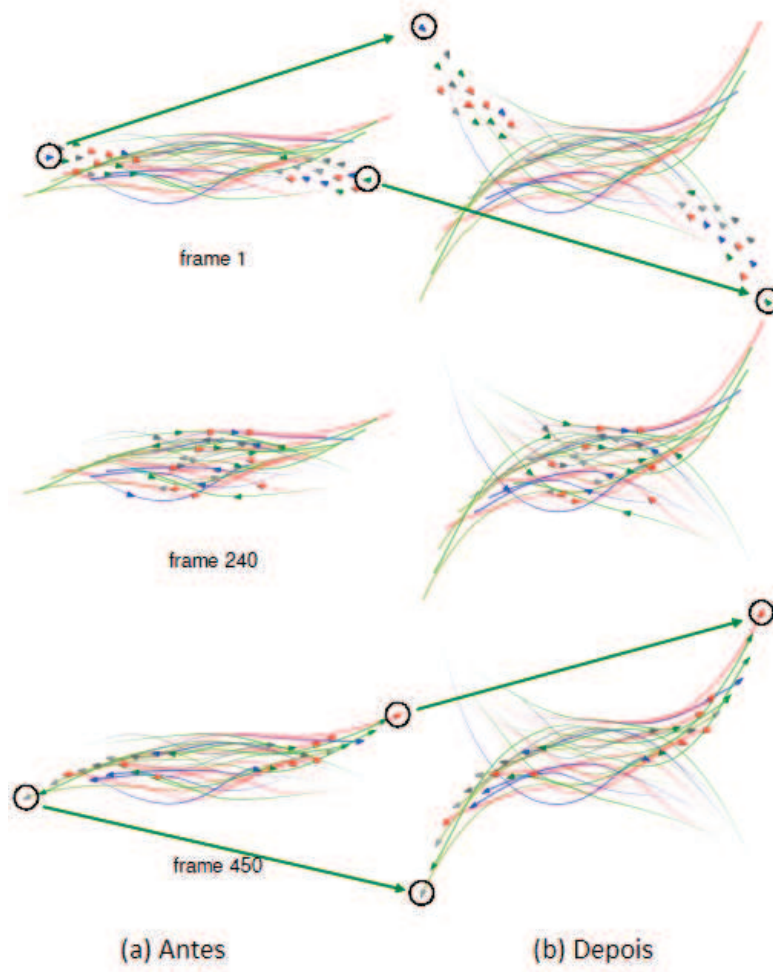


FIGURA 2.3 – Exemplo de simulação gerada pelo trabalho de Kwon(2008).

- Trechos de junção das transições são construídos através de trechos de simulações.

As animações resultantes desse método foram geradas com uma grande redução no custo computacional, em relação a outras simulações que utilizam *motion graphs*.

Considerando uma simulação com muitos humanóides é necessário escolher uma técnica para renderizar todos os elementos presentes na simulação, sem que o custo seja inviável para o resultado da mesma. Dentre essas técnicas, existe a chamada *Culling* (LAURILA, 2011), onde a renderização dos triângulos dos objetos por frame é reduzida, desenhando apenas o que está no campo de visão da imagem que está sendo renderizada.

Em Wu (WU, 2005) recomenda seguir alguns passos antes de se executar uma simulação social. Os passos que foram considerados relevantes para o modelo proposto foram:

- Definir o escopo da simulação ;
- Reduzir a complexidade do modelo.

Definir o escopo da simulação ajuda a se determinar uma forma de validar os resultados obtidos pela simulação. No caso do presente modelo o seu foco é a competição entre dois grupos com conceitos diferentes. O escopo desse modelo foi determinar e adicionar os parâmetros internos dos agentes, os quais podem possibilitar e facilitar a encontrar uma utilização para esse modelo.

## 2.3 SIMULAÇÕES LOTKA-VOLTERRA

Em Brent (BRENT et al., 1999) é comentado a importância de se utilizar agentes para modelar interações sociais. Ele explica como o modelo de Lotka-Volterra (VOLTERRA, 1926) é importante e possui uma taxa de precisão razoavelmente boa. Mesmo assim ele possui limitações.

Uma das críticas citadas por Brent é a simplicidade que o modelo de Lotka-Volterra trata as simulações. Uma dessas limitações pode ser considerada a forma em que as equações são utilizadas, sendo que os primeiros coeficientes determinados para as equações serão utilizados durante toda a simulação. O desenvolvimento desse grupo no decorrer da simulação não é considerado.

Por causa das limitações do modelo Lotka-Volterra, se optou por adicionar elementos que contém mais relação com a realidade. Um desses elementos é a atualização dos coeficientes, sendo assim, o desenvolvimento dos grupos durante a simulação pode ser analisado e assim verificar a importância dele ao se obter os resultados.

Nessa dissertação, utilizou-se o modelo de Lotka-Volterra (VOLTERRA, 1926) como base para a criação do modelo. Por isso, considerando o segundo passo de Wu (2005), foi utilizada a simplificação do modelo feita por Murray (MURRAY, 1989). Essa



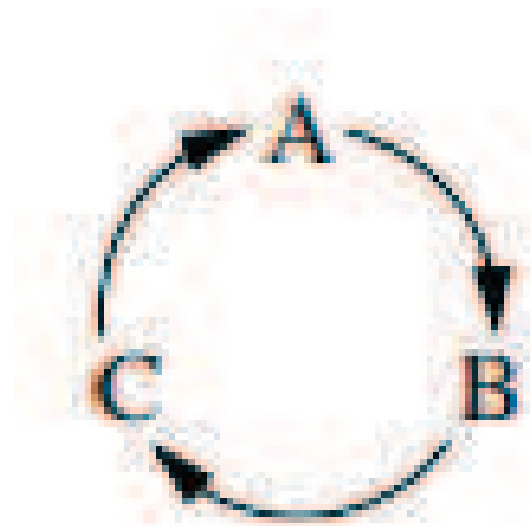


FIGURA 2.4 – Comportamento do sistema de três bactérias.

simplificação foi de grande auxílio na construção do modelo, assim como na verificação da implementação do modelo. Essa simplificação é explicada no Capítulo 3.

Como no trabalho de Villamil (VILLAMIL et al., 2005), esse trabalho também apresenta uma simulação com conotação social, mas neste caso não se tem interesse na maneira como o grupo se desloca em cena. A área de influência, por exemplo, não tem o mesmo significado em termos de espaço pessoal em uma multidão. A área de influência, neste caso, pode ser considerada como uma analogia à influência de um grande apresentador em uma grande população através da televisão, por exemplo.

O modelo de Frey (FREY, 2010), representa um sistema de bactérias que segue a Figura 2.4. Nesse sistema, temos a espécie A que é predadora da espécie B. A espécie B é predadora da espécie C. E por fim, a espécie C é predadora da espécie A. Para determinar a interação dessas espécies, são utilizadas as equações de Lotka-Volterra.

As equações demonstram um sistema cíclico, onde dependendo das condições de um dos grupos, o outro é favorecido, como pode ser visto na Figura 2.5. Após analisar esse sistema gerado pelas equações de Lotka-Volterra, esse mesmo modelo é aplicado em um caso real.

No modelo de Castiaux (CASTIAUX et al., 2004) se avalia as formas de interação entre diversos setores dentro de uma organização. Ou de interações entre organizações que estejam trabalhando junto em um mesmo projeto. O modelo utiliza as equações de Lotka-Volterra para simular essa interação utilizando a chamada "*knowledge building*"<sup>1</sup> (KB).

Ao se utilizar o modelo de Lotka-Volterra para descrever a relação entre essas

<sup>1</sup>Teoria, criada por Marlene Scardamalia e Carl Bereiter, para descrever o que uma comunidade de estudiosos precisa conquistar para se criar o conhecimento (SCARDAMALIA et al., 2003)

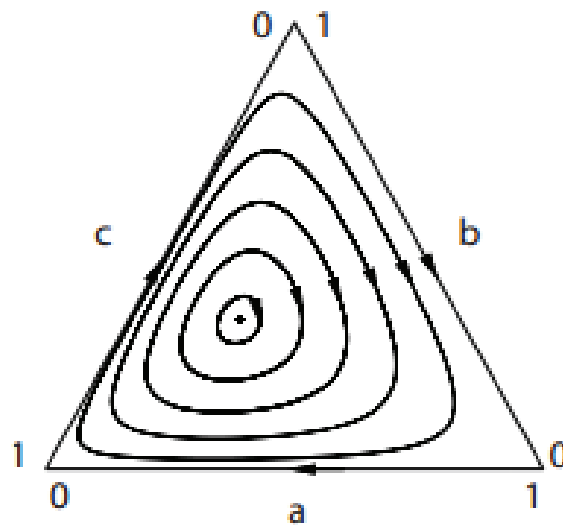


FIGURA 2.5 – Gráfico com a distribuição dos resultados no sistema de bactérias.

organizações, se chega a conclusão de que o modelo presa-predador se torna bastante eficaz, pois, considera uma das organizações sendo o predador, por necessitar dos recursos de outra organização e a outra organização sendo a presa, por fornecer esses recursos.

Esse modelo considera que a presa é um "laboratório de conhecimento", que consegue gerar novos conhecimentos graças aos seus contatos e criatividade. E o predador é considerada uma "usina de conhecimento", que possui muitos recursos para explorar parte desse novo conhecimento.

Após o término desse modelo, o trabalho de Kodama (KODAMA, 2003) utiliza o modelo de Castiaux e o aplica com sucesso em uma empresa de telecomunicação japonesa.

Em Coppex (COPPEX et al., 2004) são utilizadas as equações de Lotka-Volterra para simular populações na área da ecologia. Porém, não é utilizada para simular populações a longo termo (*macro – evolution*).

Nesse modelo,  $N$  espécies de predadores se alimentam de uma mesma espécie de presa. A competição entre os predadores leva a sua extinção e a recolocação de novas espécies de predadores. Essa distribuição de intervalos entre as sucessivas extinções segue um padrão encontrado no ecossistema real.

Em Viktor (VIKTOR, 2007) utiliza-se o modelo de presa-predador de Lotka-Volterra e o aplica em um sistema econômico, considerando que os trabalhadores sejam os predadores e os capitalistas a presa. Chega-se a conclusão de que, quando os lucros estão altos, os investimentos estão em alta e, devido a todo esse investimento requisitar mais mão de obra, os altos investimentos significam altas taxas de contratação.

Por outro lado, quando a contratação está em baixa, com salários em declínio, de certa forma, os lucros ainda possuem um acréscimo devido a menos gastos.

Em Yoshida (YOSHIDA, 2002) utiliza-se as equações de Lotka-Volterra para criar um

modelo para explicar a sobrevivência de "*living fossils*". Se tratando de "*living fossils*", os predadores ficam extintos já que a presa tende a se esconder. E a sobrevivência desses "*living fossils*" é determinada pela forma que eles encontram alimentos.

O modelo de Yoshida indica que esse é um sistema alimentar em teia e as baixas taxas de evolução dos "*living fossils*" permitem uma maior sobrevivência para o seu grupo.

Após um estudo sobre o comportamento social de pessoas, seja em grupos ou individualmente, observa-se que pode-se utilizar modelos matemáticos e técnicas de computação gráfica para tentar simular esses comportamentos. Observa-se que o modelo presa-predador de Lotka-Volterra apresenta uma alternativa sólida para se desenvolver um modelo. O primeiro passo para a criação de um novo modelo é um estudo a partir dos conceitos básicos dos modelos de competição.

### 3 CONCEITOS BÁSICOS

Nesse capítulo é explicado o que são os modelos de interação de população, focando-se no modelo de competição de Lotka-Volterra (LOTKA, 1920), o qual foi utilizado como base para a construção do modelo que é apresentado nessa dissertação. Considerando que o modelo apresentado nessa dissertação é baseado no modelo de competição de Lotka-Volterra, é necessário entender os conceitos básicos que fazem parte do modelo.

#### 3.1 MODELO PRESA-PREDADOR DE INTERAÇÃO DE POPULAÇÕES

O modelo presa-predador pode ser utilizado para descrever sistemas onde os grupos interagem de forma que, um dos grupos age de forma predatória sobre o outro. Pensando no mundo selvagem, diversos casos podem ser representados. Porém esse modelo não precisa ser utilizado apenas para representar ecossistemas animais. Ele pode representar situações onde um dos grupos tenha influência sobre o outro e a sua sobrevivência depende do outro.

##### 3.1.1 Equações do modelo Presa-Predador de Lotka-Volterra

Um modelo de interação de população pode ser representado por dois grupos antagônicos que estão presentes em uma mesma região. Um exemplo de modelo de interação é o modelo Volterra (VOLTERRA, 1926). Esse modelo foi desenvolvido para propor uma explicação na oscilação das populações de duas espécies de peixes, sendo uma predadora e a outra presa. Apesar de ter sido proposto a bastante tempo, este modelo vem sendo usado para simular os mais diversos tipos de interação de grupos, tais como economia, insetos (MARTIN et al., 1999), política (TAKAHASHI, 2009), geologia, ecologia (KREBS et al., 1985), geometria (POP, 2009), entre outros. Alguns desses exemplos foram explicados no capítulo anterior. O modelo foi assim proposto:

$$\frac{dN}{dt} = aN - bNP = N(a - bP), \quad (3.1)$$

$$\frac{dP}{dt} = cNP - dP = P(cN - d) \quad (3.2)$$

Nessas equações verifica-se que cada um dos elementos representa parâmetros do grupo de presa e do grupo de predadores. Esses parâmetros são:

- $N$  representa a quantidade de presas no sistema;
- $P$  representa a quantidade de predadores no sistema;

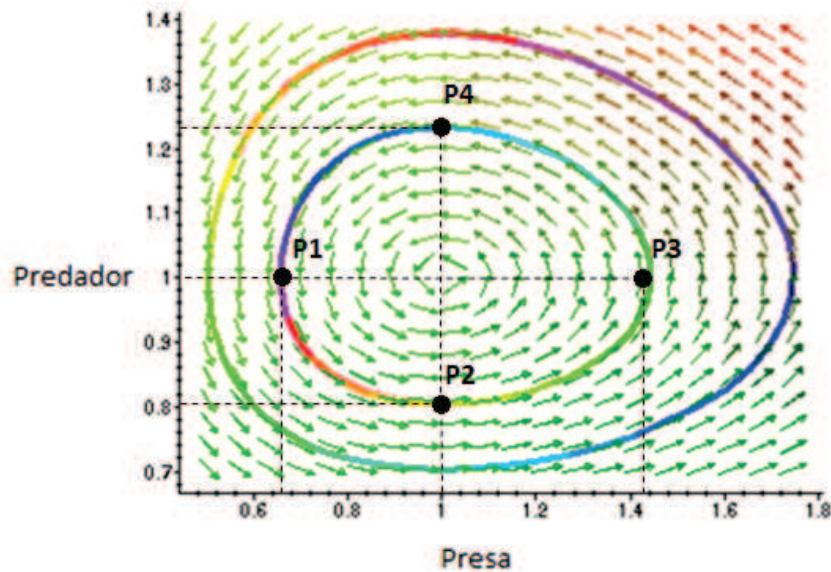


FIGURA 3.1 – Resultado do modelo presa-predador de Lotka-Volterra. P1, P2, P3 e P4 representam os pontos onde ocorre mudança no comportamento do sistema.

- $a$  representa um coeficiente de nascimento para as presas. Na ausência dos predadores o grupo de presas irá crescer de acordo com o valor de  $a$ ;
- $b$  representa o efeito da caça predatória, quando membros dos dois grupos se encontram e os predadores atacam as presas. Quanto maior a quantidade de presas e predadores, mais negativo esse efeito será para as presas.
- $c$  representa o efeito da caça predatória, onde os dois grupos se encontram. Porém nesse caso, a caça predatória é favorável ao grupo dos predadores. Quanto mais alimentos eles obtiverem, mais chances de sobrevivência e por consequência mais reprodução irá ocorrer. Por isso, no grupo de predadores, o termo do encontro é positivo;
- $d$  considera a ausência das presas, os predadores ficam sem alimentos e por causa disso ocorrem ataques ao próprio grupo. Esse valor representa um coeficiente de morte para o grupo dos predadores.

Resolvendo o sistema de equações (3.1) e (3.2) obtém-se o gráfico da Figura 3.1. O gráfico da Figura 3.1 representa, em seu eixo  $x$ , o número de presas no sistema e, em seu eixo  $y$ , o número de predadores. Neste caso, esse número representa milhões em termos de quantidade. Pode-se observar que o comportamento do sistema é repetitivo, indicado pela direção em que as setas apontam. Dependendo dos valores que resultarem das equações (3.1) e (3.2), os valores de presas e predadores irão ficar dentro de uma dessas órbitas.

Para melhor explicar esse comportamento, foram destacados quatro pontos na Figura 3.1. Considerando o ponto  $P_1$  (0.65,1), como resultado das equações (3.1) e (3.2), na primeira interação das duas populações, tem-se o caso onde a população de presas é equivalente a 650 mil e a de predadores é 1 milhão. Nesse caso, como a quantidade de presas é menor que a de predadores, considera-se que seja mais difícil para os predadores conseguirem comida, o que os leva a perecerem, reduzindo o valor de predadores no sistema. Se o número de predadores está diminuindo o número de presas tende a aumentar, o que é visível no comportamento do gráfico da Figura 3.1.

Observando o comportamento do sistema ao chegar ao ponto  $P_2$  (1,0.81), confirma-se que a população de presas aumentou e a de predadores diminuiu. Porém, quando a população de presas começa a crescer, a população de predadores tem mais facilidade em encontrar comida e com isso a população de predadores tende a crescer.

O crescimento da população de predadores começa a ser visível no ponto  $P_3$  (1.42,1). Nesse ponto, devido ao grande crescimento na população de presas, os predadores têm mais facilidade em encontrar comida e com isso a população de presas tende a diminuir.

O comportamento do ponto  $P_4$  (1,1.23), é o inverso do ponto  $P_2$ , a população de predadores está em crescimento enquanto a de presas está diminuindo. Porém, como o comportamento é cíclico, a partir desse ponto o sistema passará a resultar novamente no ponto  $P_1$ .

Considerando que poucos elementos desse ecossistema foram utilizados na criação dessas equações, o resultado é compatível com essa parte do sistema real, onde se o predador tem alimento, a quantidade de presas irá ser reduzida, e quando não houver predadores, a quantidade de presas irá aumentar.

Como essas equações representam parte do sistema real de presas e predadores, adicionar mais elementos que façam parte desse sistema é possível, porém bastante custoso em termos de cálculos. Por causa disso, é muito importante analisar o sistema que se visa simular para que se possa adicionar elementos que tenham bastante relevância, e desprezar elementos que possam dificultar a obtenção de resultados.

## 3.2 MODELO DE COMPETIÇÃO

As equações, (3.1) e (3.2), representam um modelo de interação de populações, mas não um modelo de competição. Para que o modelo seja um modelo de competição entre os dois ou mais grupos representados no modelo, é necessário que os parâmetros de suas equações, que representam o contato entre eles, por exemplo  $cNP$  e  $bNP$ , tenham a possibilidade de serem negativos.

Se existe a possibilidade desses parâmetros serem negativos, em ambas as equações, existe a possibilidade de um grupo causar um efeito negativo ao outro, o que representa a competição. Não é o caso do modelo de Volterra, já que o parâmetro  $cNP$  é sempre

positivo, representando que o encontro entre os dois grupos será sempre favorável ao grupo dos predadores.

### 3.2.1 Equações de Competição

O modelo de Lotka-Volterra (LOTKA, 1920) é um modelo de competição, pois as suas equações, (3.3) e (3.4), possuem parâmetros de interações que representam a competição. O modelo de Lotka-Volterra foi assim proposto:

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \left[ 1 - \frac{N_1}{K_1} - b_{12} \frac{N_2}{K_1} \right], \quad (3.3)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = r_2 N_2 \left[ 1 - \frac{N_2}{K_2} - b_{21} \frac{N_1}{K_2} \right], \quad (3.4)$$

Os parâmetros das novas equações do modelo de competição de Lotka-Volterra representam:

- $N_1$  e  $N_2$  representam o número de indivíduos do grupo 1 ( $G_1$ ) e do grupo 2 ( $G_2$ ) respectivamente;
- $r_1$  e  $r_2$  são as respectivas taxas de crescimento;
- $K_1$  e  $K_2$  são as capacidades de subsistência do grupo 1 ( $G_1$ ) e do grupo 2 ( $G_2$ ), respectivamente;
- o  $b_{12}$  e  $b_{21}$  são as medidas do efeito competitivo de  $N_2$  em  $N_1$  e  $N_1$  em  $N_2$  respectivamente;

A partir das equações, (3.3) e (3.4), o modelo dessa dissertação foi desenvolvido e no capítulo 4 será explicado que alterações foram feitas antes de serem implementadas.

### 3.2.2 Simplificação do Modelo de Lotka-Volterra

Além das equações de Lotka-Volterra (3.3) e (3.4), foram estudadas as simplificações dessas equações, (MURRAY, 1989). As simplificações foram feitas, para facilitar o estudo das equações reduzindo o número de parâmetros ( $r_1$ ,  $r_2$ ,  $b_{12}$ ,  $b_{21}$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ ) das equações originais. Feita a simplificação, de seis parâmetros, tem-se apenas três parâmetros ( $\rho$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$ ), como pode ser visto nos parâmetros simplificados abaixo:

$$u_1 = \frac{N_1}{K_1}; \quad (3.5)$$

$$u_2 = \frac{N_2}{K_2}; \quad (3.6)$$

$$\tau = r_1 t; \quad (3.7)$$

$$\rho = \frac{r_2}{r_1}; \quad (3.8)$$

$$a_{12} = b_{12} \frac{K_2}{K_1}; \quad (3.9)$$

$$a_{21} = b_{21} \frac{K_1}{K_2}; \quad (3.10)$$

Por fim as equações ficam o seguinte:

$$\frac{du_1}{d\tau} = u_1(1 - u_1 - a_{12}u_2); \quad (3.11)$$

$$\frac{du_2}{d\tau} = \rho u_2(1 - u_2 - a_{21}u_1). \quad (3.12)$$

A partir dessas novas equações, (3.11) e (3.12), é possível encontrar as seguintes soluções estacionárias para os valores de  $u_1^*$  e  $u_2^*$ :

$$u_1^* = 0, u_2^* = 0; \quad (3.13)$$

$$u_1^* = 1, u_2^* = 0; \quad (3.14)$$

$$u_1^* = 0, u_2^* = 1; \quad (3.15)$$

$$u_1^* = \frac{1 - a_{12}}{1 - a_{12}a_{21}}, u_2^* = \frac{1 - a_{21}}{1 - a_{12}a_{21}}. \quad (3.16)$$

Essas quatro soluções podem representar os pontos atratores do sistema, ou seja, os pontos para onde o sistema irá tender. Como os pontos são representados por duas coordenadas no sistema, onde cada eixo representa a quantidade de agentes em um respectivo grupo, o ponto atrator mostra quantos agentes irão estar em cada grupo no final da simulação. O caso onde os dois grupos são exterminados corresponde a solução (3.13). O caso onde apenas o grupo 1 sobrevive (3.14). Antagonicamente, apenas o grupo 2 sobrevive (3.15) e o caso onde os dois grupos coexistem no sistema (3.16).

Os valores obtidos através dos parâmetros (3.16) só têm relevância quando os valores de  $u_1^*$  e  $u_2^*$  forem maiores que zero. Pois, se um dos valores de  $u$  for menor que zero, isso significa que um dos grupos foi extinto.

Para facilitar a implementação do modelo da dissertação as novas equações simplificadas (3.11) e (3.12) foram alteradas. Essa alteração consiste em uma simples substituição dos parâmetros novos ( $\rho$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$ ) pelos parâmetros antigos ( $r_1$ ,  $r_2$ ,  $b_{12}$ ,  $b_{21}$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ ), resultando nas equações (3.17).



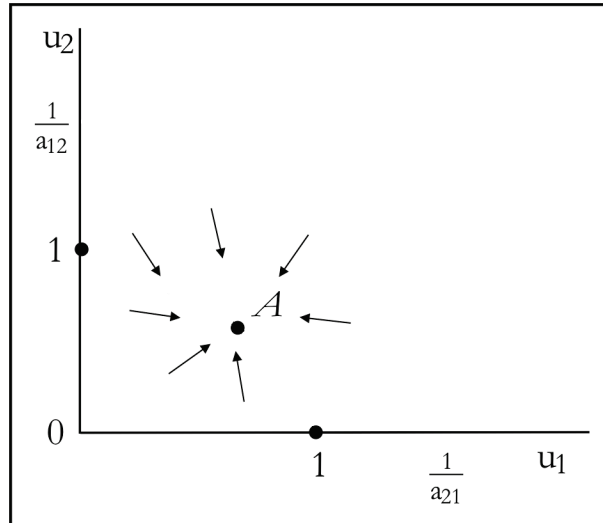


FIGURA 3.2 – Caso A. Ponto A representa o ponto atrator do sistema.

$$N_1^* = \frac{K_1 - b_{12}K_2}{1 - b_{12}b_{21}}, N_2^* = \frac{K_2 - b_{21}K_1}{1 - b_{12}b_{21}}; \quad (3.17)$$

Através das equações (3.3) e (3.4) pode se gerar a forma matricial, chamada de Jacobiana. Ao se resolver a Jacobiana se obtêm os autovalores e autovetores. Os autovalores e autovetores vão informar o tipo de comportamento que o sistema vai ter ao redor dos pontos singulares, (3.13), (3.14), (3.15) e (3.16). Através desses cálculos, obtêm-se os quatro casos, representados nas Figuras 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5.

O primeiro caso, chamado de Caso A, presente na Figura 3.2, representa a situação onde o valor  $a_{12} < 1$  e  $a_{21} < 1$ . Observando as equações (3.9) e (3.10), pode-se perceber que se os valores dos  $a$ 's forem menor que um, os dois grupos irão permanecer no sistema. O ponto A na Figura 3.2 representa o ponto atrator desse sistema, ou seja, o ponto onde o sistema tende a ir. Pelo fato dos dois grupos coexistirem no sistema, é considerado um sistema não agressivo.

O segundo caso, chamado de Caso B, presente na Figura 3.3, representa a situação onde o valor de  $a_{12} > 1$  e  $a_{21} > 1$ . Observando a Figura 3.3, percebe-se que existe uma linha chamada de *separatrix* que passa onde fica a intersecção das retas. Ela separa os dois lados, onde cada um dos lados contém um ponto atrator. Essa linha estipula que a sobrevivência dos grupos, irá depender de que lado o sistema irá tender. Se o sistema tender a ficar do lado I, o sistema estará sendo direcionado ao ponto atrator do  $u_2$ , resultando na sobrevivência do grupo 2. Caso o sistema tender a ficar para o lado II, o sistema irá ser direcionado para a sobrevivência do grupo 1.

O terceiro caso, chamado de Caso C, presente na Figura 3.4, representa a situação onde o valor de  $a_{12} < 1$  e  $a_{21} > 1$ , onde o ponto atrator fica sobre o eixo de  $u_1$ . Como o ponto atrator está sobre o eixo de  $u_1$ , então claramente obtêm-se como resultado a

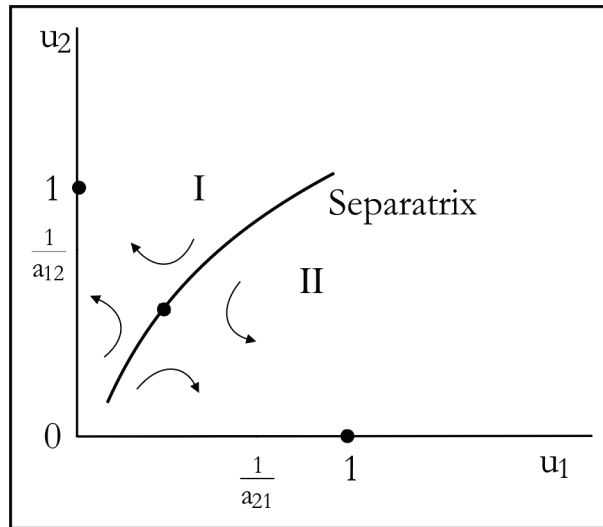


FIGURA 3.3 – Caso B. Separatrix representa a linha de divisão dos dois pontos atratores  $(1,0)$  e  $(0,1)$ .

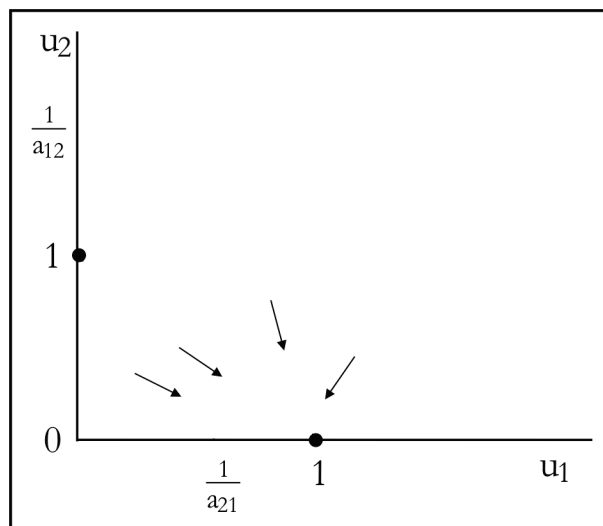


FIGURA 3.4 – Caso C. Ponto atrator do sistema  $(1,0)$ .

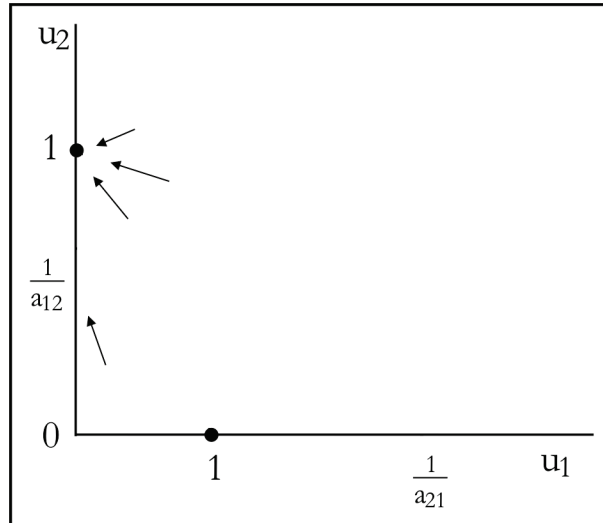


FIGURA 3.5 – Caso D. Ponto atrator do sistema (0,1).

extinção do grupo 2.

O quarto caso, chamado de Caso D, presente na Figura 3.5, representa a situação onde o valor de  $a_{12} > 1$  e  $a_{21} < 1$ , onde tem-se o oposto do caso anterior, o ponto atrator se encontra sobre o eixo de  $u_2$ . Sendo assim, ocorre a extinção do grupo 1.

Após analisar com cuidado o processo necessário para se obter os resultados das equações diferenciais e observar e analisar que tipo de comportamento as equações podem gerar, iniciou-se o processo de criação do modelo apresentado nessa dissertação.

Com o que foi estudado através dos conceitos básicos pode-se, a partir das equações (3.3) e (3.4), pensar e criar um novo modelo. Adaptar os seus parâmetros e encontrar uma representação para os resultados que são obtidos.

## 4 MODELO DE INTERAÇÃO SOCIAL

Após entender todo o processo de funcionamento do modelo de Lotka-Volterra, foi desenvolvido o modelo apresentado nessa dissertação. Esse modelo visa simular dois grupos com conceitos concorrentes e incompatíveis. Ou seja, dois grupos competindo e a forma de um grupo derrotar o outro é conseguindo adicionar mais agentes para dentro do seu grupo. As equações desse modelo não são responsáveis pelo seu completo funcionamento, o modelo funciona em três fases. As equações desse modelo são explicadas nas próximas seções desse capítulo.

A primeira fase é baseada na Fase 1 do modelo de Villamil. A Fase 1 consiste de agentes desagrupados interagindo dentro de um sistema até que dois grupos sejam formados. No modelo apresentado aqui, a Fase 1 é gerada totalmente de forma controlada, ou seja, os grupos já iniciam a simulação formados e com os seus parâmetros definidos.

A Fase 2 consiste em calcular as equações para que elas determinem o comportamento dos dois grupos. Porém ao invés de seus parâmetros ficarem estáticos durante toda a simulação, nesse modelo os parâmetros são atualizados antes de cada iteração das equações. Ao se atualizar os parâmetros, os resultados e comportamento dos grupos se modificam e resultam em algo imprevisível. Essa forma de aplicar as equações é inédita e é uma das contribuições dessa dissertação.

Durante as simulações, todo o funcionamento da simulação está representado na Figura 4.1. Nela pode-se perceber que a simulação inicia com a Fase 1, gerada automaticamente sem a necessidade de interações individuais até que os grupos se formem.

O simulador calcula todos os parâmetros iniciais (A) e com isso já se tem os dois grupos formados (B), assim como o "grupo" dos desagrupados.

A cada iteração, as equações de competição são calculadas e seus valores estão de acordo com os valores passados pelos parâmetros individuais dos dois grupos e dos agentes desagrupados (D).

Com os resultados calculados, as equações determinam quantos integrantes cada grupo irá conter e cada novo integrante irá passar de desagrupado para um dos grupos. Ou em caso de não existir mais nenhum agente desagrupado, os agentes vão trocando entre o Grupo 1 e o Grupo 2 (C).

Além de se avaliar o comportamento que as atualizações dos parâmetros irão gerar, existe a Fase 3, outra contribuição dessa dissertação. O comportamento da Fase 3 consiste basicamente do conceito da Figura 4.2. A Fase 3 tem todo o funcionamento da Figura 4.1, porém a Fase 1 fica acionada durante toda a simulação. Ou seja, enquanto as equações são calculadas, os agentes, mesmo já agrupados podem interagir entre si, alterando os seus parâmetros individuais, consequentemente alterando os parâmetros das equações e até mesmo alterando de grupo.

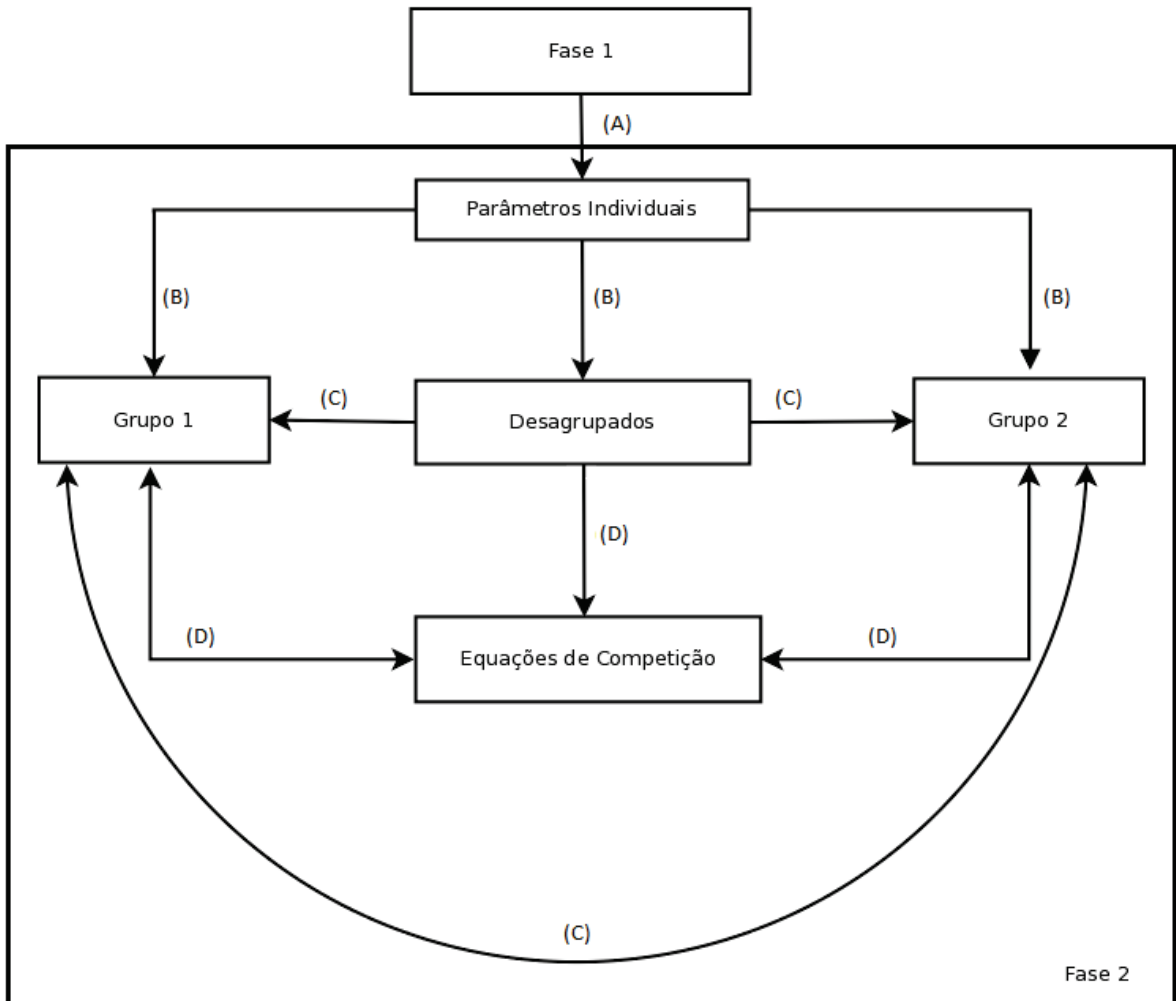


FIGURA 4.1 – Etapas da simulação.

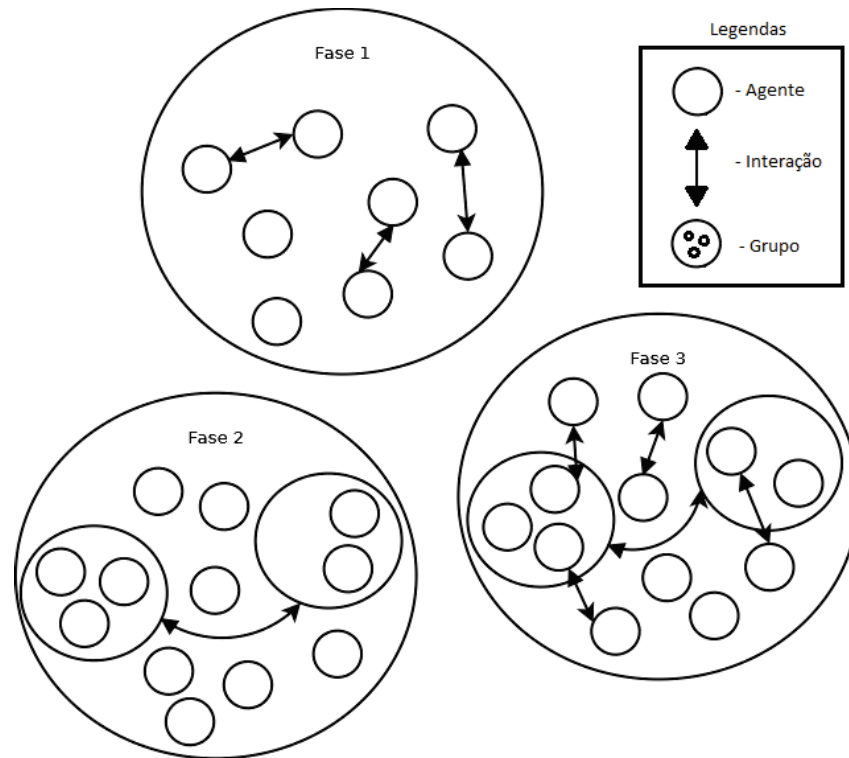


FIGURA 4.2 – Fase 1: os agentes interagem individualmente. Fase 2: interação dos grupos. Fase 3: interações individuais e de grupo.

#### 4.1 FASE 1: MODELO DE INTERAÇÕES INDIVIDUAIS

O primeiro estágio da simulação é representado na Fase 1. É nela onde todos os agentes são criados e os valores iniciais, dos seus parâmetros internos definidos. Cada agente possui três parâmetros internos, que serão explicados a seguir.

Além de definir os valores iniciais desses parâmetros, a Fase 1, representa as interações individuais dos agentes. Durante as interações individuais, os agentes irão atualizar os seus parâmetros individuais e vão se desenvolvendo até que dois grupos estejam formados.

No modelo dessa dissertação, toda essa etapa é determinada randomicamente, e após os dois grupos estarem definidos ela é desativada. Essa fase volta a ser acionada durante as simulações que envolvem a Fase 3.

No capítulo 6, é descrito o que será implementado no modelo, para que a Fase 1 se mantenha ativa durante todo o processo da simulação.

##### 4.1.1 Parâmetros dos Agentes

Observando o trabalho de Villamil (VILLAMIL et al., 2005), optou-se por utilizar a estrutura de armazenar dados dentro dos agentes. Dentre esses dados tem-se os seguintes elementos selecionados para que se possa desenvolver a interação de grupos:

### Influência ( $I$ )

A capacidade ou poder das pessoas ou coisas de possuírem uma força para a produção de efeitos nas ações, comportamentos, opiniões dos outros, foi modelada em termos de magnitude. A influência é baseada na popularidade (direta ou indireta) ou sucesso. É representada por um raio de ação em torno do agente. A área deste círculo é diretamente proporcional a influência do agente. A maior influência possível na simulação corresponde ao raio igual a largura do cenário, que neste caso é quadrado.

Com se optou por definir o intervalo de  $[-1;1]$  para definir os Estados dos agentes, e com isso definir a qual grupo determinado agente vai pertencer. Também de forma simples foram definidos os intervalos de  $[0;1]$  para representar a Influência e a Comunicabilidade dos agentes. Sendo assim, o valor 0 representa que o agente não possui nada de comunicabilidade e nada de influência. Assim como se ele possuir o valor 1 ele possuirá o máximo de comunicabilidade e influência possível.

Por causa dessas condições se optou a definir o tamanho do diâmetro da esfera de influência, representado pelo valor 1, ser do tamanho do lado do plano, que representa o ambiente do sistema. Isso foi definido, pois nesse modelo, foi considerado apropriado que um agente, seja capaz de influenciar a todos.

### Comunicabilidade ( $v$ )

A grau de comunicabilidade dos agentes é representado pela velocidade de troca de pensamentos, mensagens e informações através do uso de linguagem, sinais, escrita ou comportamento. No modelo dessa dissertação, a comunicação de cada agente é representada por sua velocidade, na qual ele percorre o espaço da simulação. O número de interações envolvendo um agente específico é proporcional a sua velocidade. O parâmetro de comunicabilidade, mantém a mesma proporção e, também, foi normalizado entre 0 e 1 para simplificar os cálculos.

### Estado ( $S$ )

No modelo dessa dissertação, o estado varia entre -1 e 1, onde os extremos indicam grande convicção em relação aos conceitos concorrentes. Ou seja, o intervalo de valores de -0.8 até -1 no parâmetro  $S$ , representa que o agente está dentro do grupo 1 e, no intervalo de valores de 0.8 até 1 em  $S$ , representa que o agente pertence ao grupo 2.

Cada um desses parâmetros será utilizado para se calcular às equações de competição criadas nesse modelo que são explicadas na próxima seção.

Durante a Fase 3, a equação 4.1 é utilizada para representar a troca de informação entre os agentes durante as interações individuais, essas interações ocorre de forma completamente aleatória, ou seja, não existe nada implementado para determinar percursos de movimentação para os agentes.

$$S_{i(n+1)} = S_{i(n)} + \frac{I_{j(n)} * S_{j(n)}}{N_T} \quad (4.1)$$

Essa equação (4.1) representa o quanto um agente influencia o outro. Primeiro, o resultado de  $S_{i(n+1)}$  é composto do seu valor de  $S$  atual ( $S_{i(n)}$ ), somado ao cálculo de quanto o outro agente irá influenciar. O quanto o agente  $j$  vai influenciar o agente  $i$ , dependerá do quão forte é a influência do agente  $j$  e do seu valor de estado  $S$ . Dependendo do grupo do agente  $j$ , a interação vai ser positiva ou negativa, pois os valores de  $S$  de cada grupo são opostos. O Grupo 1 têm os valores de -1 a -0.8 e o Grupo 2 possui os valores de 0.8 a 1. A influência e o estado são divididos por  $N_T$ , número total de agentes no sistema, pois a influência de cada agente reflete na população total do sistema.

Essa troca de informação funciona, quando um agente entra no hemisfério de influência de outro agente. O agente que tem o seu hemisfério "invadido" recebe um novo valor de  $S$  de acordo com a equação (4.1).

## 4.2 FASE 2: GRUPOS COMPETITIVOS BASEADOS EM EQUAÇÕES DE DINÂMICA DE POPULAÇÕES

A Fase 2, representa a etapa onde já se possui dois grupos formados, e assim pode-se iniciar a competição entre os mesmos. Assim que a Fase 2 inicia, utiliza-se as equações de Lotka-Volterra adaptadas para simular o comportamento dos grupos. Essa fase do modelo considera os agentes como pertencentes a dois grupos, definidos pelos valores de  $S$ , gerados randomicamente durante a Fase 1.

Os agentes agrupados são os com  $S \leq -0.8$  (Grupo 1) e os agentes com  $S \geq 0.8$  (Grupo 2), representando grupos antagônicos. O restante dos agentes, que possuírem o valor entre o intervalo,  $-0.79 < S < 0.79$ , são os desagrupados. As equações (4.2)-(4.4), representam o cálculo da média dos valores de  $S$ , de cada um dos grupos existentes na simulação.

$$\overline{S_1} = \frac{1}{N_1} \sum S_1, \quad (4.2)$$

$$\overline{S_2} = \frac{1}{N_2} \sum S_2, \quad (4.3)$$

$$\overline{S_R} = \frac{1}{N_R} \sum S_R, \quad (4.4)$$

onde:

- $\overline{S_i}$ , representa o valor médio do estado ( $S$ ) de cada elemento do respectivo grupo,  $S_1$  para o grupo 1,  $S_2$  para o grupo 2 e  $S_R$  para os desagrupados.



- $N_i$ , representa a quantidade total de agentes no respectivo grupo,  $N_1$  para o grupo 1,  $N_2$  para o grupo 2 e  $N_R$  para os desagrupados.

Os parâmetros que serão apresentados a seguir fazem parte das equações (3.3) e (3.4). Os efeitos competitivos que um grupo exerce sobre o outro foram definidos como as equações (4.5) e (4.6):

$$b_{12} = \begin{bmatrix} \overline{S_2} \\ \overline{S_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{v_2} \\ \overline{v_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{I_2} \\ \overline{I_T} \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

$$b_{21} = \begin{bmatrix} \overline{S_1} \\ \overline{S_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{v_1} \\ \overline{v_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{I_1} \\ \overline{I_T} \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

onde:

- $\overline{S_1}$  e  $\overline{S_2}$  representam os valores médios de estado do grupo 1 ( $G_1$ ) e grupo 2 ( $G_2$ ), respectivamente;
- $\overline{v_1}$ ,  $\overline{v_2}$  e  $\overline{v_T}$  representam os valores médios da velocidade dos indivíduos do grupo 1 ( $G_1$ ), do grupo 2 ( $G_2$ ) e do total de agentes no sistema;
- $\overline{I_1}$ ,  $\overline{I_2}$  e  $\overline{I_T}$  representam o raio médio da esfera de influência dos indivíduos do grupo 1 ( $G_1$ ), do grupo 2 ( $G_2$ ) e do total de agentes no sistema;

Essas equações, assim como as equações (4.7), (4.8), (4.9), (4.10) e (4.11) são a forma mais simples para se representar o seu parâmetro. Ou seja, é apenas a diferença entre os valores médios comparando os dois grupos ou comparando a população total do sistema. Para esse modelo, os valores de  $K$  foram simplificados:

$$K_1 = K_2 = N_T, \quad (4.7)$$

onde  $N_T$  é o número total de agentes no sistema. Para se calcular os parâmetros de crescimento dos grupos utilizam-se as equações (4.8) e (4.9).

$$r_1 = \begin{bmatrix} \overline{S_1} \\ \overline{S_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{v_2} \\ \overline{v_T} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \overline{I_2} \\ \overline{I_T} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.8)$$

$$r_2 = \begin{bmatrix} \overline{S_2} \\ \overline{S_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{v_1} \\ \overline{v_T} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \overline{I_1} \\ \overline{I_T} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.9)$$

onde:

- $\overline{S_R}$  representa o valor médio de sociabilidade dos indivíduos sem grupo ( $G_0$ ).

Uma segunda alteração feita nessa parte da equação foi adicionar o parâmetro  $c$  :

$$r_1 = \left[ \frac{\overline{S_1}}{\overline{S_R} + c} \right] \left[ \frac{\overline{v_2}}{\overline{v_T}} \right]^{-1} \left[ \frac{\overline{I_2}}{\overline{I_T}} \right]^{-1} \quad (4.10)$$

$$r_2 = \left[ \frac{\overline{S_2}}{\overline{S_R} + c} \right] \left[ \frac{\overline{v_1}}{\overline{v_T}} \right]^{-1} \left[ \frac{\overline{I_1}}{\overline{I_T}} \right]^{-1} \quad (4.11)$$

onde:

- $c$  representa o efeito manada;

A princípio esse parâmetro foi adicionado para evitar que a simulação terminasse quando não existisse mais nenhum agente desagrupado. Porém, para encaixá-la no teor sociológico do modelo, foi atribuído o título de "efeito manada" devido ao seu efeito na simulação. Esse efeito será melhor explicado no capítulo 5, onde serão explicados os resultados obtidos. Nos estudos sobre psicologia das massas o chamado efeito manada consiste em que pessoas consideradas normais recebem certas informações e passam a atuar em bando, como uma manada. É como as torcidas de futebol, um fenômeno grupal (FIGUEIRÓ, 2011).

Após simular diversos casos, variando o  $c$  entre 0 e 100, foi possível observar que qualquer valor acima de 1 mantém a simulação com os mesmos resultados como se  $c$  fosse igual 1. Por causa disso estipulou-se o valor máximo de  $c$  igual 1.

### 4.3 DETALHES DA SIMULAÇÃO DE INTERAÇÃO DE GRUPOS

Esta seção apresenta alguns detalhes da simulação da Fase 2 do modelo, o ciclo total da Fase 2 está representada na Figura 4.1. Até o momento, está se partindo do pressuposto que a Fase 1 já aconteceu e que os agentes já mudaram seus parâmetros individuais a partir de suas interações e da influência que sofreram de outros agentes. Desta maneira, são inseridos valores de parâmetros individuais ( $S, I, v$ ) iniciais pré-determinados como se a Fase 1 já tivesse ocorrido.

Quando a simulação da Fase 2 é iniciada, todos os agentes são posicionados dentro da simulação, com seus parâmetros internos definidos.

A cada iteração das equações (3.3) e (3.4) os parâmetros de grupo ( $b_{12}, b_{21}, K_1, K_2, r_1$  e  $r_2$ ) são recalculados. Os novos valores de  $N_1$  e  $N_2$  indicam o número de agentes em cada grupo após a simulação da interação de grupos.

A Figura 4.3 indica como é feita a seleção de quais agentes irão integrar qual grupo. No centro se tem agentes espalhados, que representam os agentes desagrupados. Na esquerda, estão os agentes que pertencem ao grupo 1 e na direita os agentes que pertencem ao grupo 2. Cada agente na imagem, possui um valor, esse valor representa o seu  $S$ . A figura mostra que dependendo do valor de  $S$  do agente, ele fica mais próximo a um dos grupos. Sendo assim, quando as equações (3.3) e (3.4) determinarem que agentes deverão

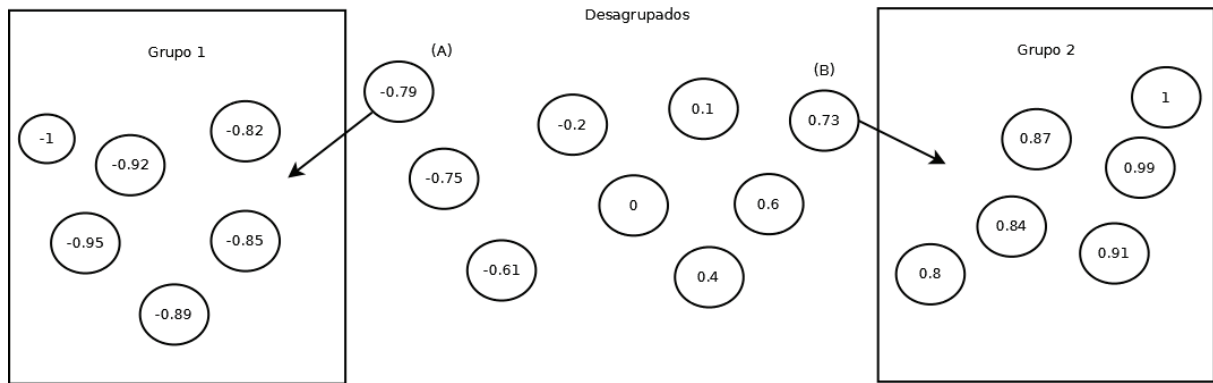


FIGURA 4.3 – Integração dos desgrupados. Funcionamento da escolha do agente desgrupado que passará a integrar um dos grupos(G1 ou G2).

passar a integrar algum dos grupos, os agentes que possuem o  $S$  mais próximo a um desses grupos serão os escolhidos para integrar o grupo.

Por exemplo, observando o agente desgrupado (A) na Figura 4.3, o seu  $S$  é igual a  $-0.79$ , ou seja, possui o  $S$  mais próximo a  $-0.8$ . O valor  $-0.8$  já representa o grupo 1. Sendo assim, esse é o agente escolhido para passar a integrar o grupo 1.

Do outro lado existe o agente desgrupado (B), o seu  $S$  é igual a  $0.73$ . O seu  $S$  é o mais próximo a  $0.8$ , que representa o grupo 2. Se as equações determinarem que um agente deva passar a integrar o grupo 2, esse será o agente escolhido. Após escolher qual agente irá passar para um dos grupos, esse novo agente precisará ter um novo  $S$ , uma vez que todos os agentes dentro dos grupos possuem o  $S$  de acordo com o intervalo de valores de cada grupo. A Figura 4.3, mostra que, tanto o agente (A) como o agente (B), vão receber um novo  $S$  quando passarem a integrar o seu grupo. No caso do agente (A), irá receber um valor entre  $-1$  e  $-0.8$ , e o agente (B) um valor entre  $0.8$  e  $1$ , como pode-se observar na Figura 4.4.

No caso de não existirem mais agentes desgrupados no sistema, o sistema irá passar a trocar agentes entre os dois grupos. Com isso, o processo de seleção passará a escolher o agente que possua o menor  $S$ , dentro do seu respectivo grupo. Por exemplo, no caso de um agente do grupo 2 passar a integrar o grupo 1, o agente que possuir o  $S$  mais próximo a  $-0.8$ , será escolhido, esse exemplo pode ser visto na Figura 4.5.

A cada iteração, quando os grupos forem atualizados, esse será o processo de escolha que o algoritmo irá seguir.

Após ajustar os agentes, e organizá-los de acordo com o resultado das equações, o algoritmo passa a pegar os parâmetros internos de todos os agentes, para que possa calcular novamente todos os parâmetros das equações (3.3) e (3.4). Após recalculer esses parâmetros, o algoritmo verifica se a simulação chegou ao fim, acionando um dos critérios de parada do modelo.

No modelo existem quatro critérios de parada, CP1, CP2, CP3 e CP4. O primeiro

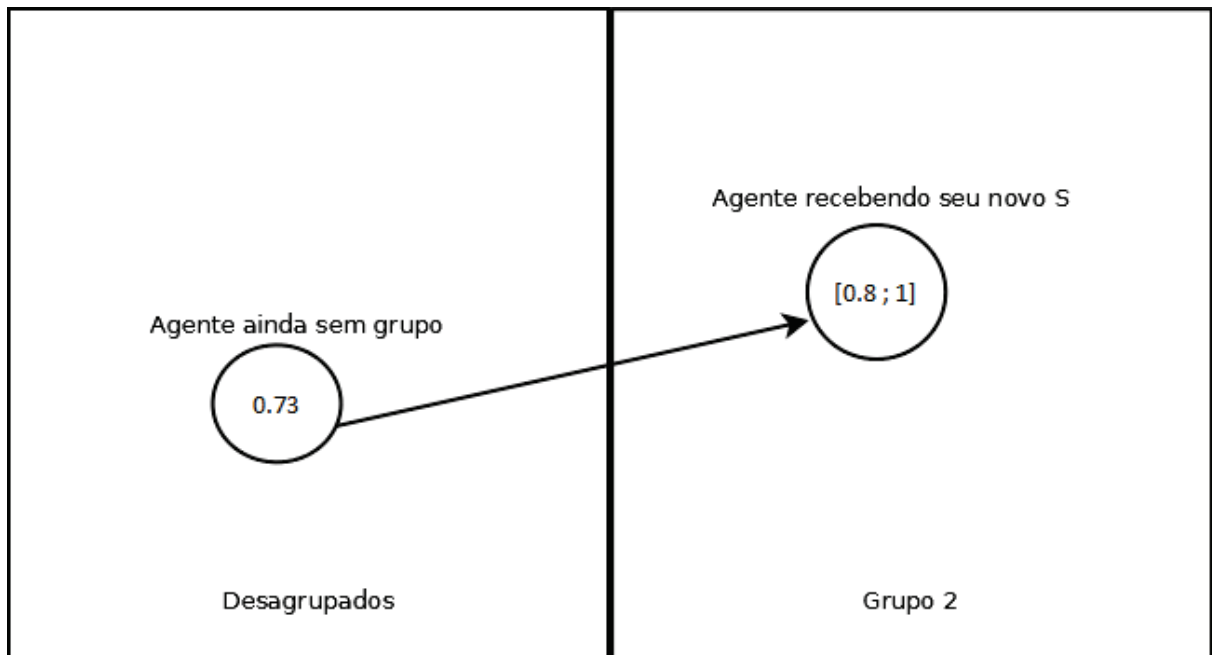


FIGURA 4.4 – Processo de integração de um desagrupado ao grupo 2.

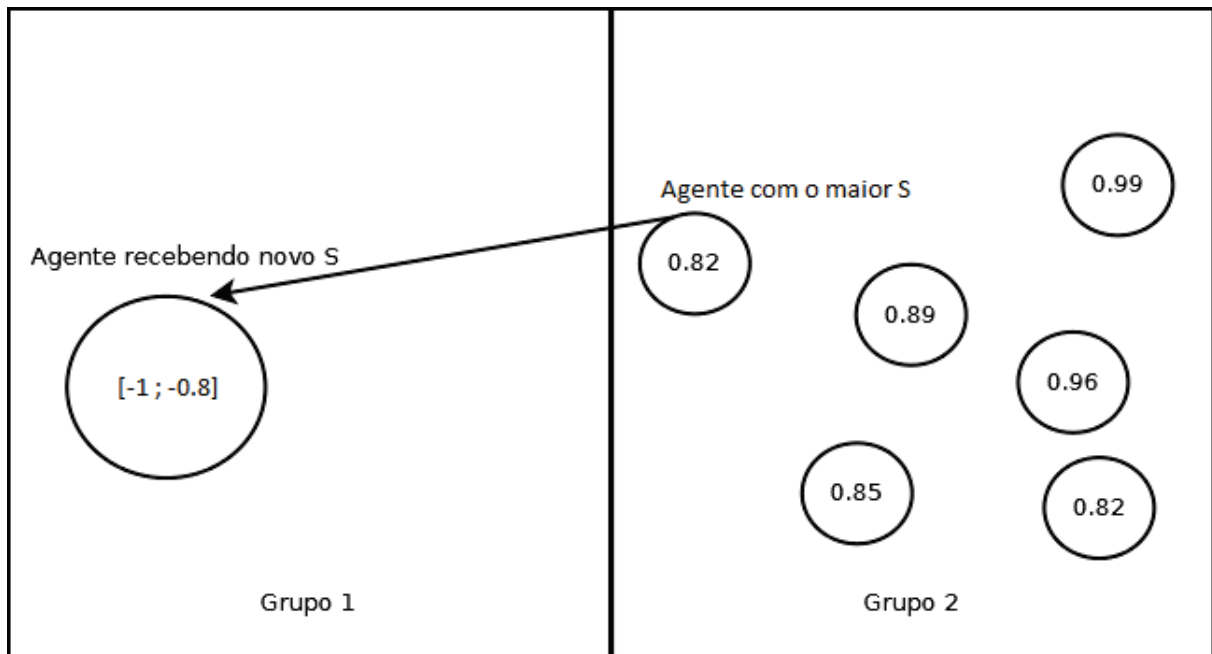


FIGURA 4.5 – Processo de troca de grupo.

critério de parada (CP1), é acionado quando o resultado das equações não pode ser representado pelo simulador, um exemplo é o caso onde o resultado das equações, somados, é maior que a quantidade total de agentes do sistema. O segundo critério de parada (CP2), é acionado quando os resultados das equações encontram um ponto de estabilidade, ou seja, toda vez que as equações são calculadas esse valor é armazenado. Assim, quando as equações são calculadas na próxima iteração, os valores são comparados, se eles forem iguais isso indica que a simulação está em um ponto de estabilidade. Durante as simulações feitas o critério de parada 2 foi testado para verificar quantos valores seriam considerados necessários para se aceitar uma estagnação no resultado da simulação. Primeiramente foi utilizado apenas uma verificação entre o ultimo valor obtido e o anterior a ele. Após esses testes foram feitas outras simulações para se verificar se essa comparação não seria considerada muito limitada, então foram utilizadas outras duas formas de se verificar o CP2. As duas formas visam verificar se a simulação não caiu dentro de um ciclo de resultados. Ou seja, uma distribuição de valores onde seja necessário verificar se um bloco de valores não fica se repetindo após algumas iterações. Para isso foi implementado um verificador de blocos de resultados para verificar o CP2, sendo assim, o critério de parada passa a verificar se os últimos 3 resultados não vão ser iguais aos próximos três resultados. Além dessa implementação foi feita uma outra verificação para os últimos 4 resultados. Apesar dessas novas implementações, os resultados se mantiveram iguais aos resultados obtidos apenas com a verificação inicial de comparar os últimos 2 valores.

O terceiro critério de parada (CP3), é acionado quando a quantidade de iterações é superior a 5000 iterações. Esse critério foi atribuído para que as simulações não fiquem em execução por muito tempo. E o quarto e último critério de parada (CP4), é acionado quando um dos grupos é exterminado pelo outro.

Com os critérios de parada definidos, espera-se a simulação chegar a um deles para se concluir a simulação e analisar os resultados. No Capítulo 6, serão apresentados os casos onde se utiliza a Fase 3 durante uma simulação. Essas simulações possuem todo o processo da Fase 2, explicado aqui, porém a Fase 1 fica acionada e os agentes podem interagir entre si, utilizando a equação (4.1).

Para se poder resolver as equações dentro do simulador, foi utilizando o método de Euler para implementar as equações (3.3) e (3.4). E o seguinte foi obtido:

$$N_1 = N_{temp1} + r_1 N_{temp1} \left[ 1 - \frac{N_{temp1}}{N_T} - b_{12} \frac{N_{temp2}}{N_T} \right] \Delta t, \quad (4.12)$$

$$N_2 = N_{temp2} + r_2 N_{temp2} \left[ 1 - \frac{N_{temp2}}{N_T} - b_{21} \frac{N_{temp1}}{N_T} \right] \Delta t, \quad (4.13)$$

onde:

- $N_1$  e  $N_2$  representam a quantidade de agentes no Grupo 1 e Grupo 2 respectivamente;



FIGURA 4.6 – Câmera para a visualização do ambiente do sistema.

- $N_{temp1}$  e  $N_{temp2}$  representam os valores de  $N_1$  e  $N_2$  obtidos na iteração anterior;
- $r_1$  e  $r_2$  representam as respectivas taxas de crescimento;
- $N_T$  representa a quantidade total de agentes dentro do sistema;
- $b_{12}$  e  $b_{21}$  representam as medidas do efeito competitivo que um grupo causa no outro;
- $\Delta t$  determina o intervalo de tempo entre os cálculos das equações(iterações).

Foi escolhido o método de Euler, pois é o método básico de se resolver equações diferenciais ordinárias que tenham os valores iniciais já determinados.

#### 4.3.1 Visualização do Modelo

Nessa seção será descrito os componentes e funções do simulador desenvolvido para essa dissertação. Primeiramente, o simulador foi criado em Unity 3D, uma *game engine*<sup>1</sup> que proporciona mais facilidade para se criar um ambiente para simulações. Dentre essas facilidades é possível carregar modelos com a própria interface do programa e para adicionar os comandos e funcionalidades do simulador se utiliza uma simples interface de integração por scripts, nesse caso escritos em C#.

Na Figura 4.6 tem-se a visão principal do simulador, assim que é carregado. Ela mostra basicamente o ambiente da simulação, colocando o usuário no controle da câmera,

<sup>1</sup>Ferramenta para desenvolvimento de jogos eletrônicos.

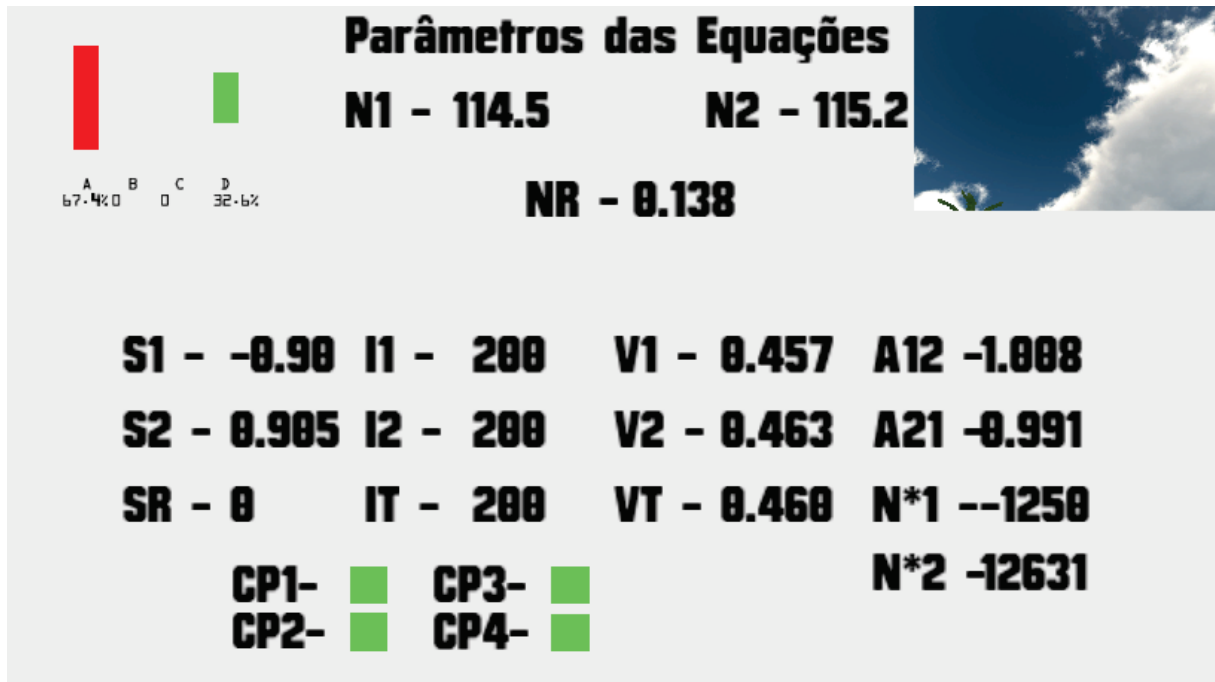


FIGURA 4.7 – Câmera para a visualização das estatísticas da simulação.

podendo também se deslocar pelo ambiente utilizando as setas direcionais do teclado e utilizando o mouse como direcionador. Ela mostra também, nos cantos superiores duas telas que podem ser aproximadas. Ao pressionar a tecla "Q", o usuário traz a tela da esquerda para frente, como pode ser visto na figura 4.8.

Nessa tela têm-se os dados de quantas vezes cada um dos quatro casos, citados no Capítulo 3, foi dado como resultado em cada uma das iterações das equações do modelo. No caso da Figura 4.8, tem-se como exemplo uma etapa da simulação onde, até o momento, o Caso A foi resultado em 13,2% das iterações, o Caso B foi resultado em 0% das iterações, o Caso C foi resultado em 27,4% e o Caso D em 59,4%. Na Figura 4.7 tem-se a visão caso o usuário pressione a tecla "E", nela aparecem os valores dos parâmetros das equações (3.3) e (3.4) atualizados a cada *frame*.

Além disso, existem as siglas CP1, CP2, CP3 e CP4, seguidas por um quadrado verde. Para que a simulação chegue ao fim, é necessário que ela acione um dos quatro critérios de parada, já explicados anteriormente. Nesse caso, para poder se identificar qual dos critérios de parada foi utilizado, esse pequeno quadrado verde ficará vermelho, encerrando a simulação. Para que o usuário possa retornar a tela inicial, representada pela Figura 4.6, basta que ele pressione a tecla "Space".

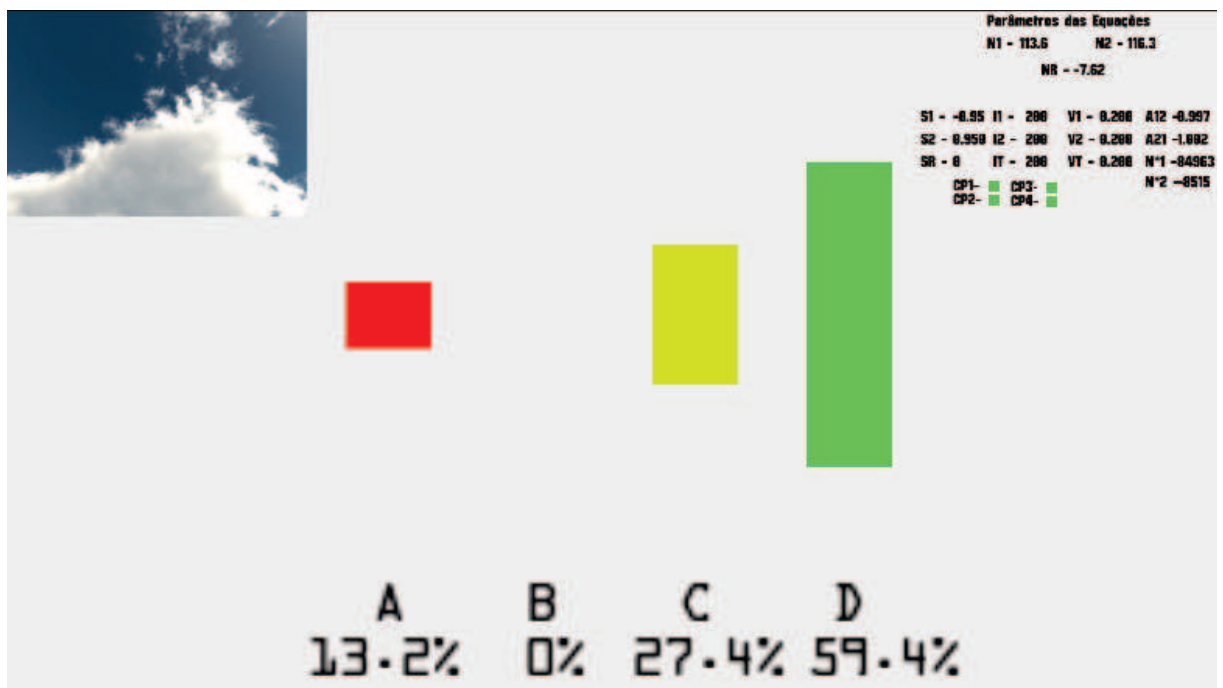


FIGURA 4.8 – Câmera para a visualização das porcentagens de incidência dos Casos A, B, C e D.



## 5 ESTUDO DE CASO - SIMULAÇÃO DE BATALHA

As equações de Lotka-Volterra foram utilizadas como base para a representação de batalha de dois grupos competitivos (LARENTIS et al., 2010). Esse modelo foi criado para ser posteriormente utilizado em jogos de estratégia, onde os parâmetros das equações (5.1) e (5.2) fossem estipulados de acordo com as escolhas do jogador, resultando em diferentes fins para as batalhas.

$$\frac{dx}{dt} = z_1 + a(y - x) + by(x - y) \quad (5.1)$$

$$\frac{dy}{dt} = z_2 + c(x - y) + dx(y - x) \quad (5.2)$$

Os parâmetros das equações (5.1) e (5.2) representam elementos que estão presentes durante uma batalha. Os elementos são:

- $x$  e  $y$  representam o número de indivíduos do grupo 1 ( $G_1$ ) e do grupo 2 ( $G_2$ ) respectivamente;
- $z_1$  e  $z_2$  representam um contingente de alistamento. De tempo em tempo novos integrantes são adicionados no grupo 1 ( $G_1$ ) e no grupo 2 ( $G_2$ ), respectivamente;
- $a$  e  $c$  representam um coeficiente de estratégia para o grupo 1 ( $G_1$ ) e grupo 2 ( $G_2$ ) respectivamente;
- $b$  e  $d$  representam o poder de armamento, os tipos de armas, a quantidade. O poder de fogo é convertido nesse dois parâmetros, para o grupo 1 ( $G_1$ ) e grupo 2 ( $G_2$ ) respectivamente;

Além desses parâmetros, as equações também representam o tipo de interação que os grupos possuem,

- $a(y - x)$  e  $c(x - y)$ : Nesses termos das equações se calcula o quão importante é a estratégia de um grupo em relação ao outro. Pode-se verificar que  $a$  e  $c$  representam a estratégia dos grupos, mas essa estratégia é relacionada com a diferença do número de integrantes de cada grupo. Se o grupo 2 estiver com mais integrantes que o grupo 1, a estratégia do grupo 1 terá um valor mais significativo. Essa parte da equação, tenta representar o pensamento estratégico do grupo, quando ele se encontra em uma situação de desvantagem. Representa também a situação quando um grupo se encontra em grande vantagem, em relação ao outro, e resolve atacá-lo sem nenhuma estratégia em mente. Por causa disso, tem-se os valores  $(y - x)$  no caso do grupo 1 e o oposto  $(x - y)$  para o grupo 2.

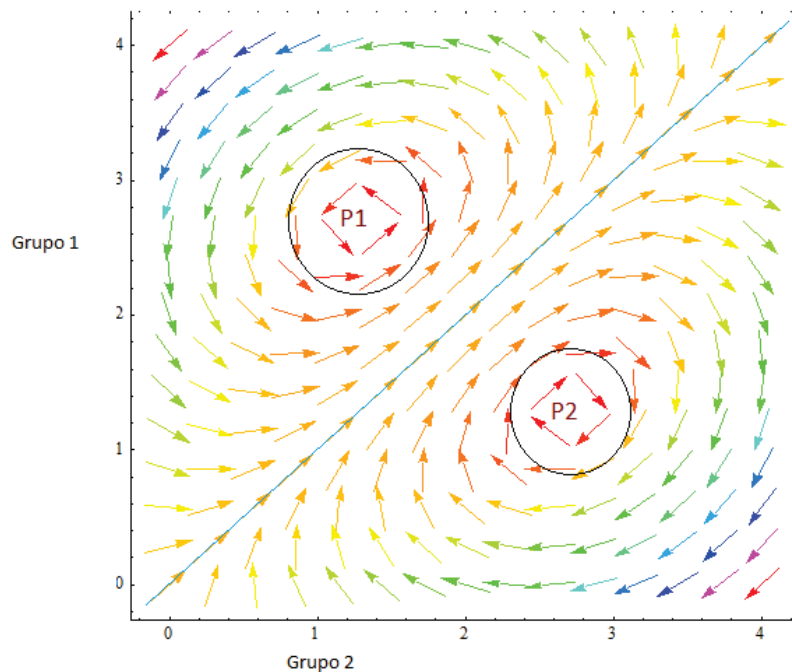


FIGURA 5.1 – Comportamento do modelo de batalha. Sendo P1 e P2 os pontos onde ocorrerá um comportamento orbital. Linha Diagonal representa o fluxo do sistema quando os grupos estiverem equilibrados.

- $by(x - y)$  e  $dx(y - x)$ : Nesses termos das equações é representado o confronto entre os dois grupos. Se tratando da batalha em si, o parâmetro mais apropriado para estar presente é o poder de armamento dos grupos, já que representam um fator muito importante durante uma batalha.

Nessa parte, existe uma relação com a diferença no número de integrantes dos grupos para determinar se a batalha será favorável ou desfavorável para os grupos. Considera-se que quanto maior for o tamanho do grupo melhor para ele. Se o grupo 1 possuir mais integrantes, o seu armamento terá mais importância e por consequência será mais favorável para o grupo. Por exemplo, uma batalha onde o grupo 1 possuir 100 membros e o outro grupo possuir 40 membros, e os grupos possuírem o mesmo armamento. Admite-se que o grupo que possuir mais membros, terá as suas chances de vitória mais favoráveis.

Atribui-se valores a esses parâmetros, de forma que o sistema seja iniciado de forma justa, ou seja, os valores de  $z_1$  e  $z_2$ ,  $a$  e  $c$ ,  $b$  e  $d$  iguais. Nesse caso, considerando que os dois grupos de batalha estejam em condições iguais, com uma mesma taxa de alistamento, a mesma estratégia e o mesmo poder de armamento, foi gerado o gráfico da Figura 5.1 com o comportamento do sistema.

Esse gráfico mostra como seria o curso da batalha caso as condições iniciais fossem idênticas para os dois grupos. Primeiramente, analisa-se a linha diagonal que corta o gráfico ao meio e percebe-se que ela representa o caso dos grupos possuírem o mesmo

numero de integrantes. Sendo assim, os termos que se baseiam na diferença do número de integrantes será igual a zero, resultando em um cenário onde o único fator que irá ser considerado será a quantidade de integrantes alistados de tempos em tempos, resultando em um crescimento linear para os dois grupos. Ao analisar as órbitas ao redor dos pontos  $P1$  e  $P2$ , verifica-se um comportamento similar ao do sistema presa e predador de Lotka-Volterra. Observando os parâmetros, pode-se confirmar que esse comportamento acontece devido ao fato que, enquanto o grupo 2 inicia com um contingente maior que o grupo 1, a estratégia do grupo em desvantagem irá contar a favor desse grupo e irá diminuir o contingente do grupo 2. Quando o grupo 2 se encontrar em desvantagem numérica, o oposto irá acontecer, e a estratégia do grupo 2 agora irá valer mais, resultando na queda dos integrantes do grupo 1. Os grupos se mantêm vivos, pois de tempo em tempo as variáveis  $z_1$  e  $z_2$  adquirem sempre um adicional de alistamento para os grupos, resultando em nenhum extermínio.

Para validar os resultados obtidos é apresentado um indício histórico, encontrado na batalha nas águas de Morom, em c.1240 a.C., ocorre o seguinte: "Josué faz um ataque temerário com várias frentes enquanto as forças canaanitas setentrionais estão se reunindo. Pego despreparados, os canaanitas não tem tempo de aproveitar as vantagens de seus carros antes que os hebreus estivessem no meio deles."(Dougherty, 2010, p.32).

E assim como o gráfico 5.1 aponta, se um exército começar com muito mais soldados que o outro exército, ele irá obter mais vantagem e conseguirá a vitória. Devido a esse caso, o segundo indício foi encontrado. Os seguintes indícios são de relatos de batalhas durante a segunda guerra mundial. Assim como a política de guerra alemã foi mobilizar um grande grupo organizado para atacar um inimigo em inferioridade ou de surpresa, o desfecho da 2º guerra mundial na Europa começou no Dia D.

"Eisenhower leva os planos adiante e no início de junho de 1944 tudo está pronto. A invasão está planejada e mais de 250 mil homens lançam uma das maiores e mais complexas operações militares da história."(Jordan, 2011, p.169).

Mesmo ocorrendo grandes baixas e até mesmo imprevistos durante a operação, a enorme quantidade de homens enviadas às frentes de batalha foi crucial para determinar o fim da 2º guerra mundial. Além das batalhas durante a segunda guerra mundial, existem outros relatos de batalhas ocorridas e descritas no velho testamento da Bíblia Sagrada.

Focalizando numa estratégia de batalha, pode-se observar uma das guerras relâmpago (*Blitzkrieg*) do exército alemão na segunda guerra mundial.

"Nas primeiras horas da manhã de primeiro de setembro de 1939, bases aéreas polonesas são atacadas por bombardeiros alemães. O plano da *Luftwaffe* era infringir o maior dano possível à força aérea polonesa para assegurar que não interferisse na invasão por terra que viria a seguir ... os poloneses foram pegos de surpresa."(Jordan, 2011, p.35).

Esse indício histórico apresenta uma situação onde a estratégia é valorizada, sendo assim, um ataque surpresa bem efetuado reduz o contingente inimigo possibilitando a

vitória.

## 6 RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo encontram-se os resultados obtidos pelo modelo apresentado nessa dissertação. Os resultados para a verificação das equações que foram utilizadas. Também são apresentados os gráficos gerados por algumas das simulações desse modelo, essas simulações foram feitas baseadas nos casos descritos no Capítulo 3.

### 6.1 VERIFICAÇÃO DO SISTEMA - COMPARAÇÃO DAS SOLUÇÕES NUMÉRICA E ANALÍTICA.

Antes de começar a desenvolver o sistema baseado nas equações de Lotka-Volterra, as equações (3.3) e (3.4) foram implementadas para verificar se os resultados numéricos estavam corretos. Para isso simulou-se um resultado que já se conhecia analiticamente.

Implementando essas equações e determinando os parâmetros iniciais, pode-se calcular as equações e obter os valores de  $a_{12}$ ,  $a_{21}$ ,  $N_1^*$  e  $N_2^*$ . Com esses valores definidos, descobre-se em qual caso, Figuras 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5, a simulação se encaixa. Fazendo essa comparação, juntamente com os valores finais de  $N_1$  e  $N_2$  que a simulação gerou, pode-se verificar se o modelo está funcionando corretamente.

Os resultados obtidos nessa etapa foram representações de alguns dos casos apresentados no Capítulo 3. Foram determinados valores iniciais que resultariam nos casos A, B, C e D.

Para que as equações (3.3) e (3.4) cheguem ao resultado do Caso A, é necessário que a cada iteração, todos os parâmetros estejam estáticos, com exceção dos valores de  $N$ . Após ajustar a simulação para que não haja alteração nos valores, os valores iniciais, da Tabela 6.1, foram inseridos na simulação:

TABELA 6.1 – Parâmetros Iniciais Para o Caso A

Parâmetros Iniciais	valores
$\overline{S_1}$	-0.9
$\overline{S_2}$	0.9
$\overline{S_R}$	0.01
$\overline{v_1}$	0.2
$\overline{v_2}$	0.2
$\overline{v_R}$	0.5

Durante a fase de instanciar os agentes no sistema, é gerado randomicamente valores para os parâmetros  $S$ ,  $v$  e  $I$ . No caso do parâmetro  $I$ , determina-se o mesmo valor para todos os agentes, pois a simulação foca, inicialmente, o comportamento que os parâmetros,  $S$  e  $v$ , podem gerar. Nas simulações feitas durante essa etapa, os valores

referenciados nas tabelas (6.1), (6.3), (6.5) e (6.7) foram determinados para que os resultados obtidos fossem os estudados. Ou seja, todos esses valores foram escolhidos para que os resultados analíticos fossem os 4 casos que foram apresentados no capítulo 3. Ajustando os parâmetros e resolvendo as equações analiticamente foi possível chegar a esses valores.

Após todos os agentes serem inseridos no sistema, com os valores dos seus parâmetros internos definidos, iniciam-se as iterações das equações, (3.3) e (3.4). Essas equações são calculadas a cada *frame*. Após cada cálculo o sistema se atualiza, ajustando o número de agentes em cada grupo de acordo com o resultado das equações.

Para que seja possível representar os casos com uma simulação, é necessário manter todos os parâmetros estáticos, com exceção de  $N_1$  e  $N_2$ .

Assim, a cada iteração, das equações, a variação, de número de agentes nos grupos, levará a simulação para os pontos atratores, obtidos pelas equações (3.3) e (3.4).

Pode-se melhor perceber essa análise observando as tabelas 6.1 e 6.2. Na tabela 6.1, são representados os valores iniciais utilizados na simulação, para se obter o Caso A, Figura 3.2, como resultado. Os valores dessa tabela representam as médias do estado  $S$ , para todos os grupos, assim como os valores médios da comunicabilidade  $v$ , também para todos os grupos. Ou seja, fornecendo esses valores no início da simulação, pode-se obter os resultados representados na tabela 6.2.

TABELA 6.2 – Resultados para o Caso A

Parâmetros	valores
$a_{12}$	0.4035
$a_{21}$	0.4035
$N_1^*$	1011.5
$N_2^*$	1011.5
$N_1$	1011.5
$N_2$	1011.5
Quantidade de Iterações	49

Observando a Tabela 6.2, verifica-se os valores de  $a_{12}$  e  $a_{21}$ , assim como os valores de  $N_1^*$  e  $N_2^*$ . Esses valores gerados pelas equações (3.17), logo no início da simulação são utilizados para verificar se a forma numérica do sistema foi implementada corretamente.

Com os valores de,  $a_{12}$  e  $a_{21}$  (Parâmetros (3.9) e (3.10)), pode-se saber em que caso a simulação deverá resultar. Nesse caso, obtiveram-se os valores iguais para as duas variáveis, sendo o valor menor que um. De acordo com a análise, feita no Capítulo 3, se  $a_{12} < 1$  e  $a_{21} < 1$ , obtém-se o Caso A como resultado.

Além disso, de acordo com a Tabela 6.2, obteve-se os valores de  $N_1^*$  e  $N_2^*$  iguais 1446.3 e  $N_2^*$ . Esses valores representam, que o ponto atrator do sistema é o ponto (1446.3,1446.3), significando que os dois grupos irão se manter vivos ao final da simulação, já que a primeira

coordenada, representa o número de agentes no Grupo 1, e a segunda coordenada o número de agentes do grupo 2.

Os valores de  $N_1$  e  $N_2$  iguais a 1011.5 representam os resultados obtidos no final da simulação. Conclui-se, com a indicação das variáveis  $a_{12}$  e  $a_{21}$ , que o caso obtido é o Caso A. Assim como, os valores obtidos por  $N_1$  e  $N_2$  serem equivalentes a  $N_1^*$  e  $N_2^*$ , demonstrando a sobrevivência dos dois grupos, que representa também o Caso A.

O último valor da tabela 6.2, representa a quantidade de iterações que foram necessárias para concluir a simulação.

O próximo caso para se verificar a validação da implementação é o Caso B. Nessa etapa, foram estipulados os valores iniciais, presentes na Tabela 6.3. Essa distribuição de valores, resulta analiticamente no Caso B.

TABELA 6.3 – Parâmetros Iniciais Para o Caso B

Parâmetros Iniciais	valores
$\overline{S_1}$	-0.9
$\overline{S_2}$	0.9
$\overline{S_R}$	0.01
$\overline{v_1}$	0.72
$\overline{v_2}$	0.72
$\overline{v_R}$	0.5

Isso pode ser percebido, ao se observar os dados da Tabela 6.4. Nela percebe-se que os valores de  $a_{12}$  e  $a_{21}$  estão acima de 1. Essa é a condição necessária para que o Caso B seja o resultado. A solução analítica, apresenta como resultado o valor, de  $N_1^*$  e  $N_2^*$ , 97.38. Ou seja, o resultado para uma simulação com esses valores iniciais deve se encerrar com os dois grupos com 97.38 agentes. Ao se observar na tabela os resultados de  $N_1$  e  $N_2$ , percebe-se que os seus valores estão iguais a 97.38. Isso comprova a implementação, pois a simulação feita com os valores iniciais correspondeu ao resultado analítico feito anteriormente.

TABELA 6.4 – Resultados para o Caso B

Parâmetros	valores
$a_{12}$	1.36
$a_{21}$	1.36
$N_1^*$	97.38
$N_2^*$	97.38
$N_1$	97.38
$N_2$	97.38
Quantidade de Iterações	259

TABELA 6.5 – Parâmetros Iniciais Para o Caso C

Parâmetros Iniciais	valores
$\overline{S_1}$	-0.9
$\overline{S_2}$	0.9
$\overline{S_R}$	0.01
$\overline{v_1}$	0.8
$\overline{v_2}$	0.2
$\overline{v_R}$	0.5

TABELA 6.6 – Resultados para o Caso C

Parâmetros	valores
$a_{12}$	0.4
$a_{21}$	1.6
$N_1^*$	1
$N_2^*$	0
$N_1$	2026.9
$N_2$	0
Quantidade de Iterações	52

O próximo caso a ser simulado foi o Caso C. As tabelas 6.5 e 6.6 representam, os valores iniciais e os resultados obtidos, respectivamente.

Analisando a Tabela 6.5, observa-se que o Grupo 1 possui uma média de comunicabilidade maior que o Grupo 2. Essa alteração foi feita pois conhecendo o comportamento do Caso C, apenas o Grupo 1 irá sobreviver. Por isso, que propositalmente, foi adicionado uma vantagem para o Grupo 1.

Devido às alterações nos valores iniciais da simulação, obteve-se os resultados presentes na tabela 6.5. Os valores de  $a_{12}$  e  $a_{21}$ , confirmam, que os resultados representam o Caso C, pois  $a_{12} < 1$  e  $a_{21} > 1$ .

Os valores de  $N_1^* = 1$  e  $N_2^* = 0$ , confirmam o ponto atrator sendo sobre o eixo do Grupo 1, como mostra o gráfico 3.4 do Caso C. Este fato representa que a simulação, obrigatoriamente, irá terminar com apenas o Grupo 1 possuindo agentes.

Para concluir a verificação do sistema, são analisados os valores de  $N_1 = 2026.9$  e  $N_2 = 0$ , representando a sobrevivência do Grupo 1 e a exterminação do Grupo 2. Essa simulação foi executada, computando 52 iterações das equações. Para simular o Caso D, inverteu-se a vantagem da comunicabilidade para o Grupo 2, como pode ser visto na Tabela 6.7, onde o valor de  $\overline{v_2}$  é igual a 0.8. O valor foi invertido, pois o Caso D, representa o oposto do Caso C, ou seja, o Grupo 2 se mantém com agentes no sistema, enquanto o Grupo 1 perece.

Após a simulação ser executada, obteve-se os valores da Tabela 6.8. Que confirmam



TABELA 6.7 – Parâmetros Iniciais Para o Caso D

Parâmetros Iniciais	valores
$\overline{S_1}$	-0.9
$\overline{S_2}$	0.9
$\overline{S_R}$	0.01
$\overline{v_1}$	0.2
$\overline{v_2}$	0.9
$\overline{v_R}$	0.5

TABELA 6.8 – Resultados para o Caso D

Parâmetros	valores
$a_{12}$	1.79734
$a_{21}$	0.39941
$N_1^*$	0
$N_2^*$	1
$N_1$	0
$N_2$	2026.9
Quantidade de Iterações	52

que o sistema teve sucesso em simular o Caso D. Com os valores de  $a_{12} > 1$  e  $a_{21} < 1$ , representando o Caso D, assim como os valores de  $N_1^* = 0$  e  $N_2^* = 1$ , indicando o mesmo. Por fim, os valores de  $N_1 = 0$  e  $N_2 = 2026.9$ , que representam os valores finais gerados pelas equações durante a simulação, garantindo a extinção do Grupo 1.

## 6.2 QUANTIFICADORES

Durante a execução de uma simulação os valores de  $a_{12}$  e  $a_{21}$  são armazenados. Isso é feito, pois a comparação desses valores informam a tendência da simulação. Ao se observar esses valores, pode-se verificar qual grupo está tendo vantagem sobre o outro, e por isso que os gráficos de análise do comportamento das simulações são gerados baseados nesses valores.

Quando um grupo estiver com mais agentes que o outro, isso é indicado ao se observar os valores de  $a_{12}$  e  $a_{21}$ . Se observarmos as condições dos Casos C e D, analisados no Capítulo 3, para que um grupo vença o outro o valor de  $a_{12}$  (no Caso C) ou  $a_{21}$  (no Caso D) deve estar abaixo de 1. Sendo assim, o conjunto de equações (6.1) e (6.2) foram definidos:

$$Q_{12} = \frac{\sum a_{12}}{T} - 1 \quad (6.1)$$

$$Q_{21} = \frac{\sum a_{21}}{T} - 1 \quad (6.2)$$

onde:

- $Q_{12}$  representa o quantificador do Grupo 1;
- $Q_{21}$  representa o quantificador do Grupo 2;
- $a_{12}$  representa o coeficiente de competição do Grupo 1 em relação ao Grupo 2;
- $a_{21}$  representa o coeficiente de competição do Grupo 2 em relação ao Grupo 1 ;
- $T$  representa o número total de iterações da simulação.

As equações (6.1) e (6.2) calculam qual quantificador é o menor no final da simulação. Como os Casos apontam, quanto mais distante do valor 1 mais chances o grupo tem de vencer. Por isso é calculado a média dos valores de  $a_{12}$  e  $a_{21}$  e se subtrai 1 dessa média. O quantificador que apontar o menor valor dentre os dois, será o grupo que possuirá mais agentes ao final da simulação.

Isso pode ser visto na Figura 6.1, onde os valores de  $a_{12}$  durante essa simulação se mantiveram abaixo do valor 1 durante praticamente toda a simulação. E ao se observar a Figura 6.2, os valores de  $a_{21}$  se mantiveram acima de 1 durante praticamente toda a simulação. De acordo com esses dois gráficos o resultado esperado é que o Grupo 1 tenha mais agentes no final da simulação, o que pode ser confirmado ao se observar a Figura 6.3, que representa a quantidade de agentes do Grupo 1 no decorrer da simulação e a Figura 6.4, que representa a quantidade de agentes do Grupo 2 no decorrer dessa mesma simulação. No final da simulação o Grupo 1 encerrou com aproximadamente 130 agentes enquanto o Grupo 2 encerrou com aproximadamente 100 agentes.

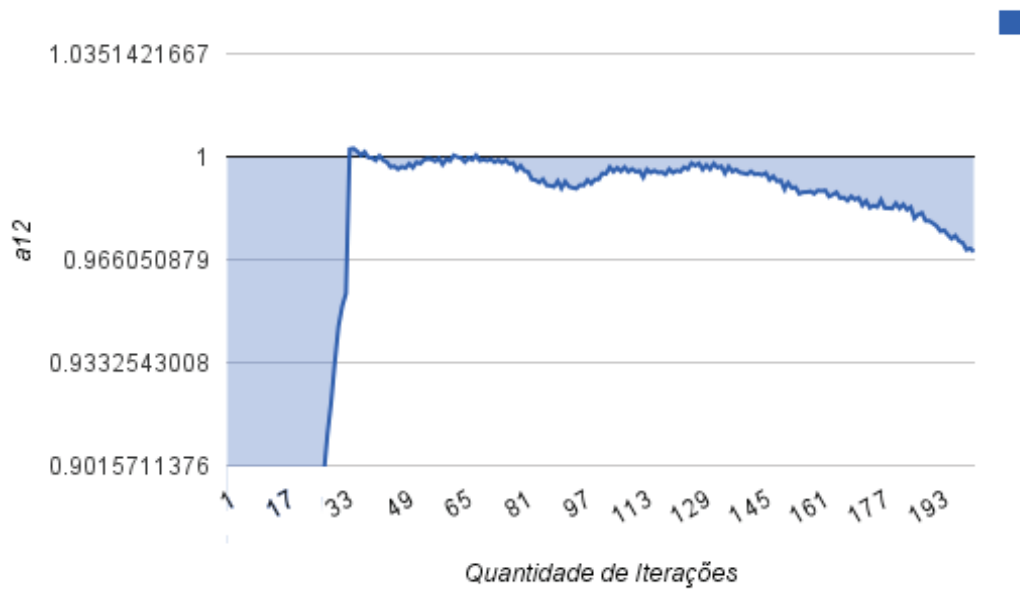


FIGURA 6.1 – Gráfico demonstrando os valores de  $a_{12}$  durante a simulação.

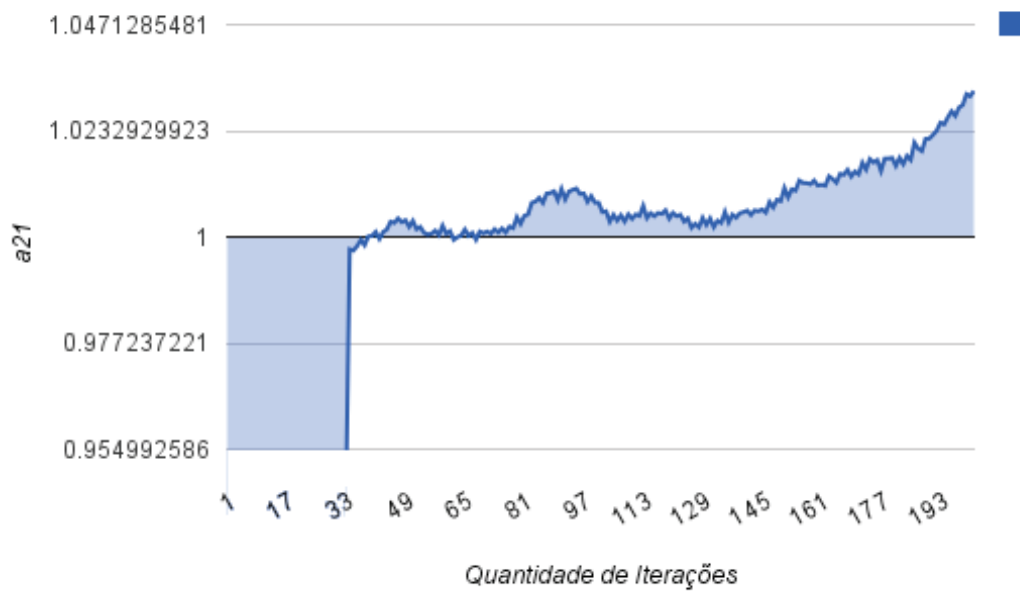


FIGURA 6.2 – Gráfico demonstrando os valores de  $a_{21}$  durante a simulação.

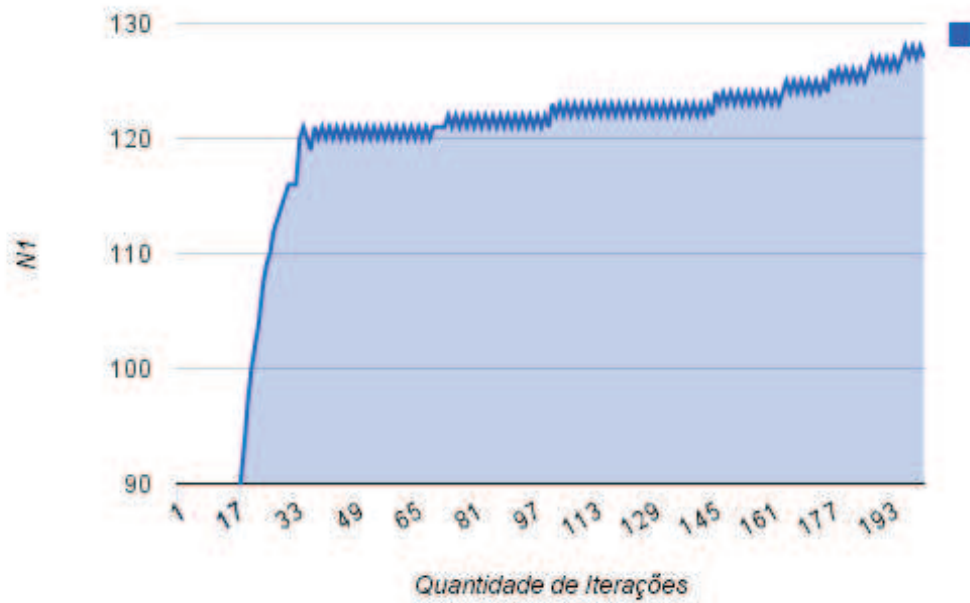


FIGURA 6.3 – Gráfico demonstrando os valores de  $N_1$  durante a simulação.

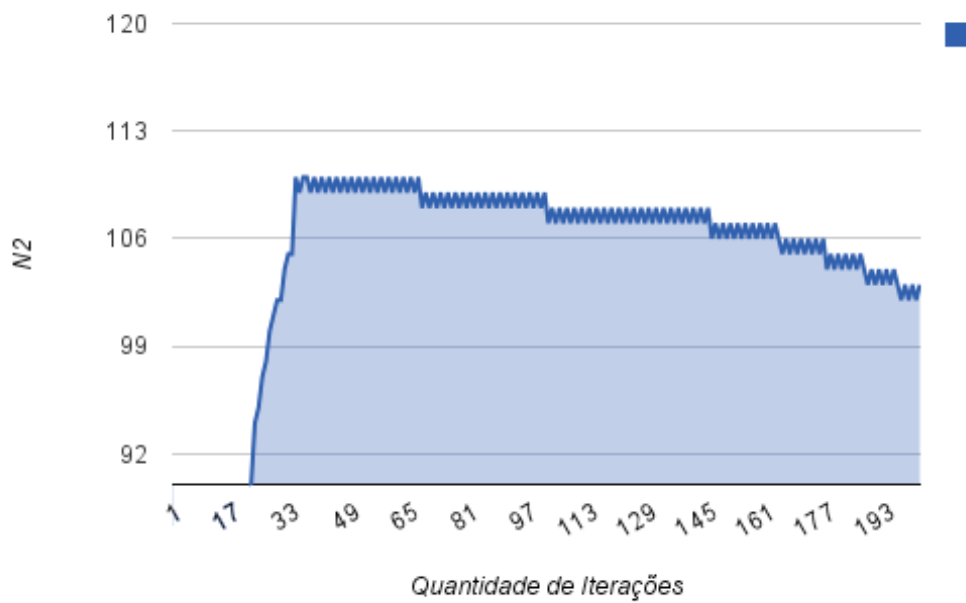


FIGURA 6.4 – Gráfico demonstrando os valores de  $N_2$  durante a simulação.

### 6.3 RESULTADOS COM PARÂMETROS INDIVIDUAIS VARIÁVEIS

Após a verificação correta da implementação do sistema, por meio do confronto entre a simulação numérica e a resolução analítica das equações, inicia-se a etapa proposta no modelo, que consiste em verificar o quanto influenciam os parâmetros internos dos agentes durante a simulação.

TABELA 6.9 – Distribuição de valores

Parâmetros	valores
$G$	0 , 1 ou 2
$S_1$	-1 até -0.8
$S_2$	0.8 até 1
$S_R$	-0.79 até 0.79
$v_1, v_2$ e $v_T$	0 até 1
$I_1, I_2$ e $I_T$	0 até 1
$\Delta t$	0.01

Para avaliar alguns resultados referentes ao comportamento final do sistema no caso de alteração dos parâmetros individuais (iterações das equações (3.3) e (3.4)) foram realizadas diversas simulações. Os parâmetros iniciais permaneceram iguais para cada caso dessa seção. Os valores que os parâmetros internos dos agentes podem comportar, estão representados na tabela 6.9. Os valores presentes na tabela 6.9 representam os valores possíveis adotados para os parâmetros das equações. Sendo assim, tem-se os indicadores R,1 e 2 para definir os grupos, onde R representam os desagrupados, 1 o Grupo 1 e 2 o Grupo 2. Os valores de  $v$  e  $I$  foram determinados entre 0 e 1 para simplificar ao máximo a variação de valores assim como o estudo deles. O valor de  $S$  foi determinado entre -1 e 1 para poder ter dois extremos bem definidos. Ou seja, para que os dois grupos fiquem em pontas diferentes e tenham a mesma distância de valores entre si, assim como são valores opostos para dar mais contraste para a rivalidade entre os grupos.

Em todas as simulações dessa dissertação foi atribuído que a Influência máxima de cada agente seja igual a área total do ambiente em que eles estão interagindo. Esse valor foi definido para que nessas simulações um agente, com a maior influência possível, seja capaz de influenciar todo o ambiente. Essa condição foi determinada pois, nesse caso, se optou para que Influência tivesse força suficiente para alcançar a todos. Como se representasse todas as formas disponíveis na atualidade para poder espalhar informações, tais como redes sociais, mídia, internet, entre outras. Sempre considerando que esses valores podem ser alterados em futuras implementações para que seja possível encaminhar novos estudos.

Para representar a segmentação em dois grupos, optou-se por adotar  $S$  no intervalo  $[-1, 1]$ , onde as proximidades a um ou a outro extremo, identifica para qual dos grupos cada indivíduo está pendendo. Além disso, escolheu-se o limite  $L = 0.2$  como distância

aos dois extremos, que identifica se um certo indivíduo pertence a um ou a outro grupo. Mais precisamente, se o  $S$  de um indivíduo pertence ao intervalo  $[-1, -0.8]$ , então ele pertence ao grupo A. Se pertence a  $[0.8, 1]$ , então ele pertence ao grupo B. O limite  $L = 0.8$  foi escolhido aleatoriamente, podendo ser escolhido de forma que  $L \leq 1$ . A escolha  $L = 0.8$  permite uma caracterização suficientemente forte de cada grupo, bem como uma diferenciação suficiente de indivíduos dentro de cada grupo, e também entre aqueles desagrupados, o que não aconteceria com valores do tipo  $L=0$ ,  $L=0.1$ ,  $L=0.5$  ou  $L=1$ .

Para o caso do  $\Delta t$  foi atribuído o valor de 0.01. Se tratando de uma variável que determina de quanto em quanto tempo irá ocorrer cada iteração, quanto maior o seu valor, mais tempo irá durar a simulação. Para comprovar isso, foram feitas simulações de teste, atribuindo os valores de 0.001 e 0.0001 para  $\Delta t$ . Os resultados obtidos foram os mesmos de quando se utilizou o valor 0.01, o único diferencial foi a quantidade de iterações necessárias para que a simulação terminasse. Ou seja, em uma simulação que em média iria levar 100 iterações para terminar, isso com o valor 0.01, passou a terminar com 1000 iterações em média. Para o caso de 0.0001 elas passaram a ocorrer com 10000 iterações em média. Como os resultados não eram alterados pelo  $\Delta t$ , foi escolhido o valor de 0.01 para se efetuar todas as simulações desse Capítulo e da dissertação.

### 6.3.1 Resultados baseados nos valores iniciais do Caso A

Nessa seção são apresentados os resultados obtidos com as simulações, onde os parâmetros dos agentes podem sofrer alterações e com isso os parâmetros das equações também são alterados. Com isso, o caso inicial, que antes em 100% das simulações iria corresponder ao Caso A, agora pode apresentar novos resultados. A Tabela 6.10 apresenta estatísticas obtidas no final de todas as simulações que quando um agente passa a integrar um grupo, ele recebe um  $v$  de acordo com o  $\bar{v}$  médio do seu novo grupo. Nesse caso, se um agente desagrupado vai tanto para o Grupo 1 como para o Grupo 2, ele receberá o valor 0.2 para o seu  $v$ .

Na Tabela 6.10 pode-se perceber que os casos resultantes não foram apenas o Caso A, mas sim os Casos C e D também ocorreram. Além disso, nas simulações efetuadas os resultados apontaram que os dois grupos podem sair vitoriosos, assim como ocorrer empates. Esse dado representado pela taxa de 45% de vitória para Grupo 1, assim como 45% de vitória para o Grupo 2. E os 10% restantes, referentes aos empates ocorridos.

Chama-se um grupo de vitorioso, pois ao final da simulação ele possui mais agentes que o grupo adversário. Ela também indica que houve casos em que as simulações se encerraram devido ao CP2 (Critério de Parada 2- ponto de estabilidade). Isso indica que os dois grupos vão coexistir nessa simulação, porém mesmo assim não conta-se como empate, pois nesse ponto de estabilidade um dos grupos é maior que o outro.

A Tabela 6.11 mostra as estatísticas das simulações onde o valor de  $v$  dos agentes se mantém inalterados durante toda a simulação. Isso fará com que a média dos  $\bar{v}_1$  e  $\bar{v}_2$

TABELA 6.10 – Estatísticas das simulações com Caso A inicial, trocando o valor de  $v$ 

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 8.3%	B = 0%	C = 43%	D = 48.7%
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 40%	CP2 = 60%	CP3 = 0%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 45%	Grupo 2 = 45%	Empate = 10%	
Valor médio de iterações nas simulações	1194			
Quantidade de simulações efetuadas	100			

TABELA 6.11 – Estatísticas das simulações com Caso A inicial, mantendo o valor de  $v$ 

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 34.2%	B = 2%	C = 26.4%	D = 37.4%
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 100%	CP2 = 0%	CP3 = 0%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 45%	Grupo 2 = 45%	Empate = 10%	
Valor médio de iterações nas simulações	116			
Quantidade de simulações efetuadas	100			

nas equações sofram alterações. A Tabela 6.11 mostra que os Casos A, C e D aparecem como resultados. Além desses casos, agora o Caso B chega a ocorrer. Ela também mostra que a porcentagem de vitória dos grupos se mantém em 45% - 45%.

O que apresenta mudanças é a quantidade de iterações, que passa a ser 90% menor. Ou seja, se os grupos mantiverem-se equilibrados, mais rápido ocorre o critério de parada, que nesse caso também mudou, já que o CP2 não ocorreu mais. As simulações se encerraram mais cedo, pois elas não conseguiram representar os valores obtidos pelas equações. Já o comportamento dessas simulações pode ser visto nos gráficos a seguir.

TABELA 6.12 – Dados dos Gráfico 6.5, 6.6, 6.7, 6.8

Parâmetros	Valores
Valor do Quantificador $Q_{12}$	-0.009
Valor do Quantificador $Q_{21}$	-0.006
Valor final de $N_1$	127
Valor final de $N_2$	103
Total de Iterações	1518

A Tabela 6.12 mostra os valores referentes aos Gráficos 6.5, 6.6, 6.7 e 6.8. Esses gráficos representam uma das simulações feitas quando os agentes, ao trocarem de grupo, trocam o valor do seu  $v$ . Nessa tabela também estão presentes os quantificadores, calculados no final da simulação. Os seus valores comprovam que o Grupo 1 será o vencedor, já que o quantificador  $Q_{12}$  é menor que o quantificador  $Q_{21}$ .

No Gráfico 6.5, tem-se os valores do parâmetro  $a_{12}$  no decorrer da simulação. E o Gráfico 6.6 mostra os valores de  $a_{21}$ . A comparação entre esses valores pode-se determinar qual dos 4 casos seria o resultante em cada iteração.

Já os Gráficos 6.7 e 6.8 apresentam os valores de  $N_1$  e  $N_2$ , respectivamente, durante as simulações. Observando os Gráficos 6.5 e 6.6, pode-se perceber que os valores de  $a_{12}$  se mantiveram mais tempo abaixo de 1, do que os valores de  $a_{21}$ . Isso indica que a maior parte do tempo da simulação os valores foram válidos para condicionar a obtenção do Caso C como resultado, caso onde o Grupo 1 elimina o Grupo 2. Agora analisando os gráficos 3 e 4, percebe-se que o Grupo 1 termina a simulação com mais agentes que o Grupo 2. E a tendência do gráfico é a de que o Grupo 1 continue a crescer enquanto o Grupo 2 continue perdendo agentes.

Já a Tabela 6.13 apresenta os valores para os Gráficos 6.9, 6.10, 6.11 e 6.12. Esses dados e figuras representam uma das simulações feitas onde os agentes mantiveram o seu valor de  $v$  durante toda a simulação. Nela agora percebe-se o oposto da Tabela 6.12. Aqui o valor do quantificador  $Q_{21}$  é menor que  $Q_{12}$ , comprovando a vitória do Grupo 2.

Nesse caso pode-se observar, através dos Gráficos 6.9 e 6.10, que o valor de  $a_{21}$  ficou durante quase toda a simulação abaixo do valor 1, e os valores de  $a_{12}$  passaram de 1 em



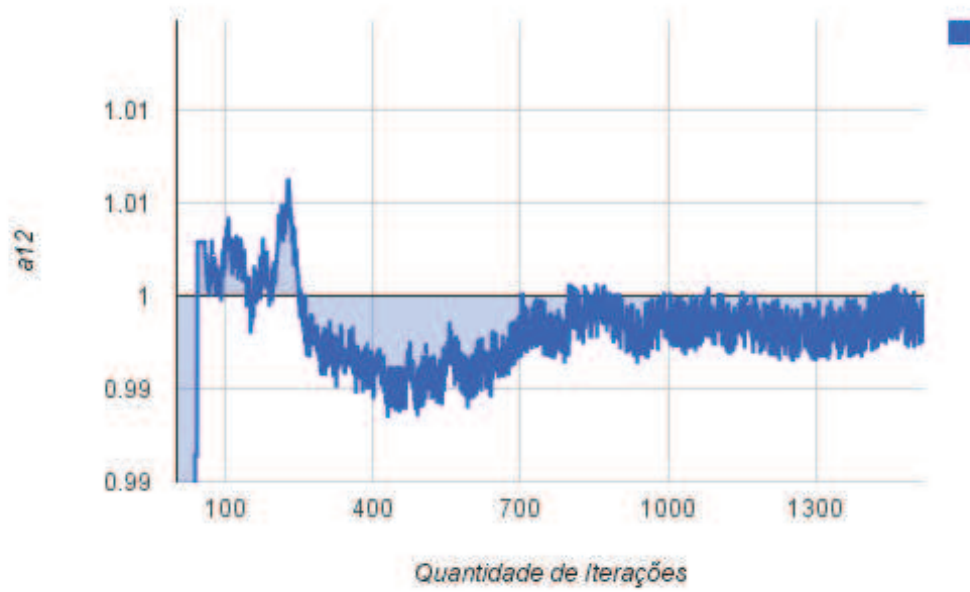


FIGURA 6.5 – Gráfico com os valores de  $a_{12}$  durante a simulação.

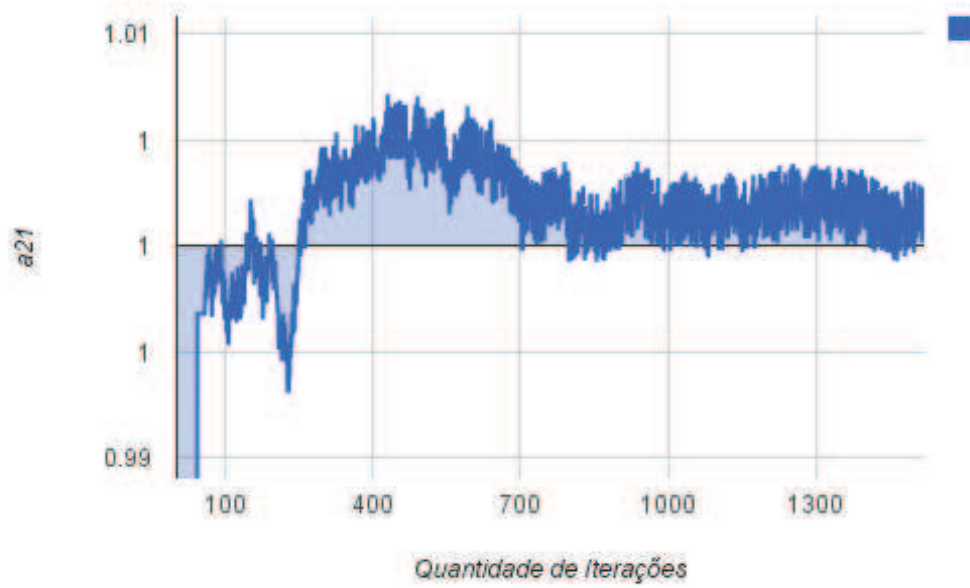


FIGURA 6.6 – Gráfico com os valores de  $a_{21}$  durante a simulação.

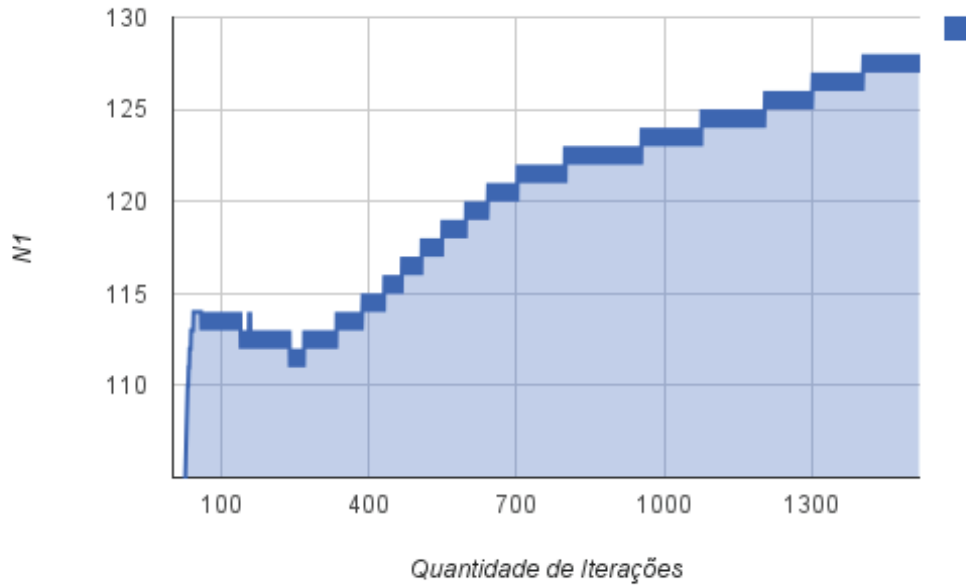
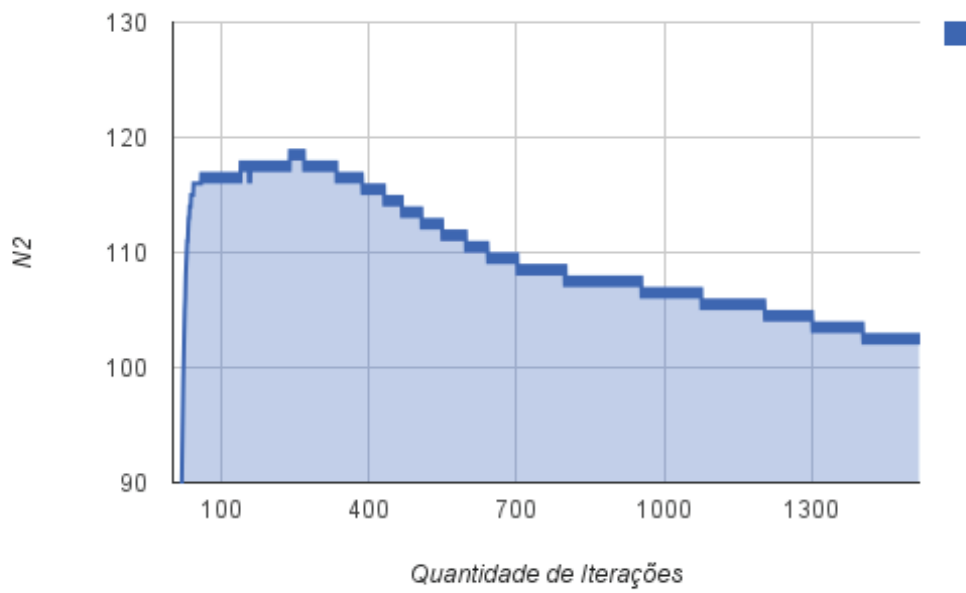
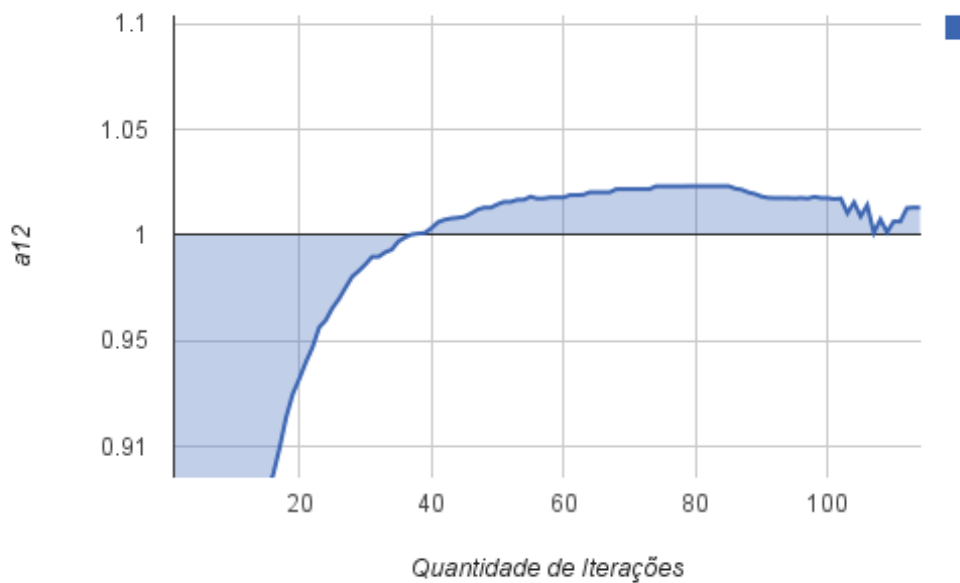
FIGURA 6.7 – Gráfico com os valores de  $N_1$  durante a simulação.FIGURA 6.8 – Gráfico com os valores de  $N_2$  durante a simulação.

TABELA 6.13 – Dados do Gráfico 6.9, 6.10, 6.11, 6.12

Parâmetros	Valores
Valor do Quantificador $Q_{12}$	-0.032
Valor do Quantificador $Q_{21}$	-0.055
Valor final de $N_1$	107
Valor final de $N_2$	123
Total de Iterações	114

FIGURA 6.9 – Gráfico com os valores de  $a_{12}$  durante a simulação.

determinado instante e não tiveram mais o valor menor que 1 pelo resto da simulação. Se a tendência desse gráfico continuar e os valores de  $a_{12}$  não ficarem menores que 1, o resultado se manterá. Nos Gráficos 6.11 e 6.12, tem-se os valores de  $N_1$  e  $N_2$ , respectivamente, onde se confirma a relação de  $a_{12}$  e  $a_{21}$ , pois o Grupo 2 termina a simulação com mais agentes que o Grupo 1. A tendência dos gráficos apresenta um crescimento mais desacelerado, em relação ao início da simulação, na quantidade de agentes do Grupo 2. Conseqüentemente ocorre uma redução nos agentes do Grupo 1.

### 6.3.2 Resultados baseados nos valores iniciais do Caso B

Nessa seção, são feitas simulações utilizando apenas a Fase 2 e utilizando os parâmetros iniciais que geram o Caso B como resultado analítico. A Tabela 6.14 apresenta

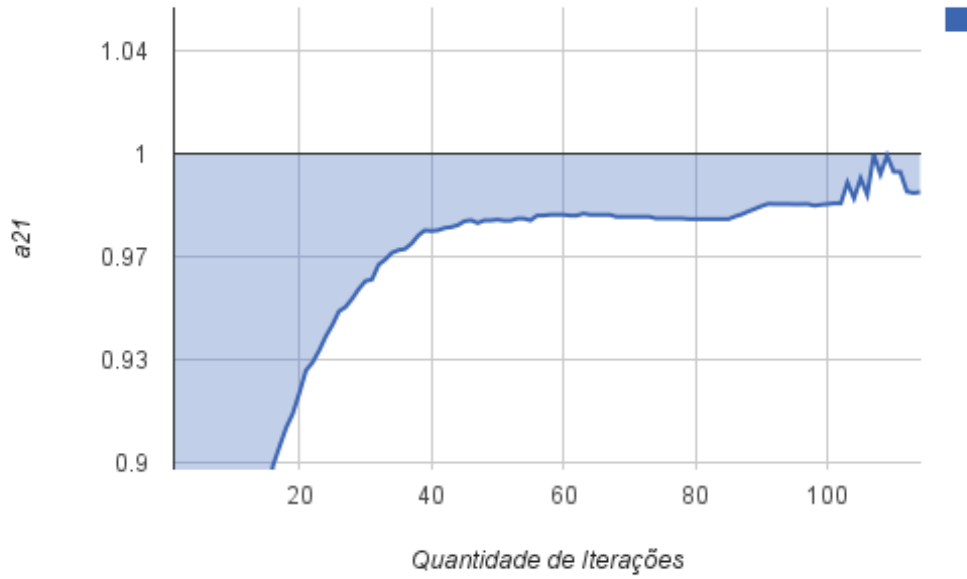


FIGURA 6.10 – Gráfico com os valores de  $a_{21}$  durante a simulação.

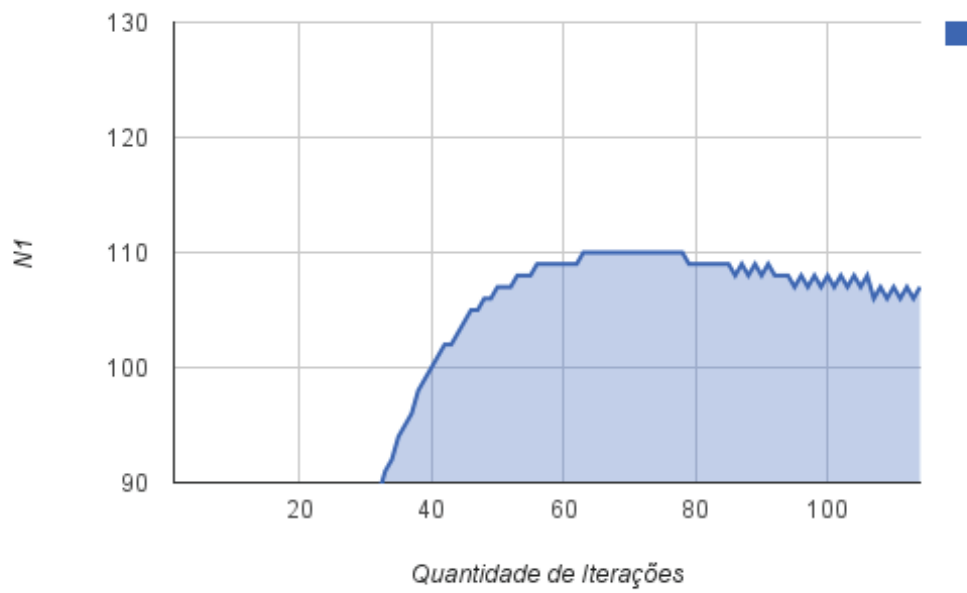


FIGURA 6.11 – Gráfico com os valores de  $N_1$  durante a simulação.

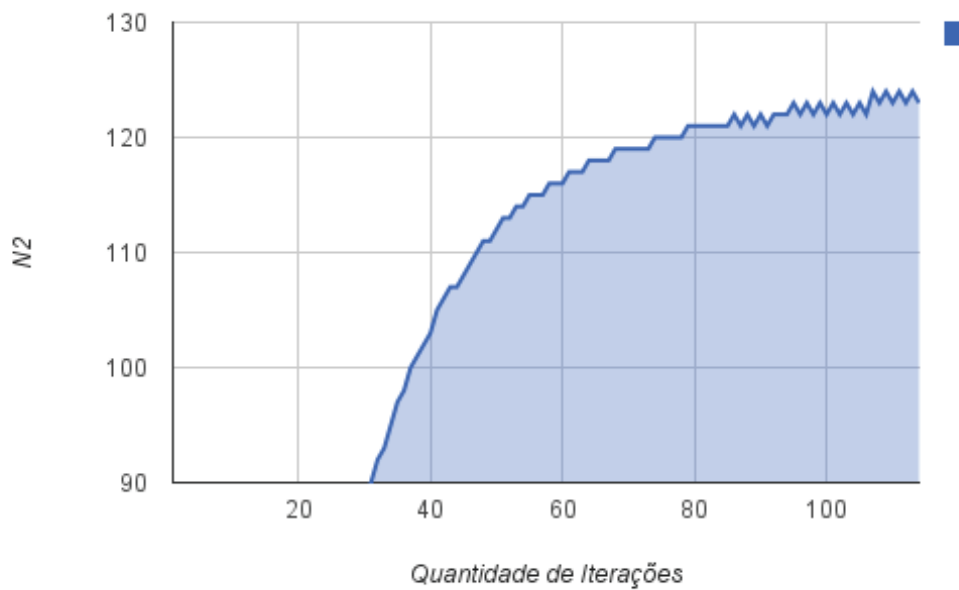


FIGURA 6.12 – Gráfico com os valores de  $N_2$  durante a simulação.

as estatísticas de todas as simulações feitas, quando o parâmetro  $v$  dos agentes é trocado quando ele passa a integrar outro grupo. Com essas condições, os resultados obtidos apresentam que além do Caso B ocorrer, os casos C e D também passam a acontecer.

Ao se resultar nos casos C e D, é possível que ambos os grupos sejam vencedores. Essa condição, confirmada pela porcentagem de 45% de vitória para o Grupo 1 e para o Grupo 2. Além disso, foi possível obter empates em algumas simulações.

Um ponto a se destacar nessas simulações, é o fato de que o CP3 foi utilizado na maioria das simulações. Ou seja, 70% das simulações levaram mais de 5000 iterações para se concluírem. Indicando um alto nível de competitividade entre os grupos.

Na Tabela 6.15, estão presente as estatísticas das simulações onde o parâmetro  $v$  dos agentes se mantém em 0.5, mesmo após a troca de grupos. Os resultados dessas simulações foram bem similares aos anteriores, porém houve um crescimento na porcentagem de empate, agora em 20%. E não ocorreu nenhum CP3 durante essas simulações, reduzindo a média de iterações por simulações para 325 iterações.

Os gráficos, 6.13, 6.14, 6.15 e 6.16, representam uma das simulações feitas, enquanto o parâmetro  $v$  dos agentes é trocado quando eles mudam de grupo. Nos gráfico 6.13 e 6.14 é possível perceber que o valor de  $a_{12}$  e  $a_{21}$  se mantém parecidos durante grande parte da simulação. O que irá determinar o vencedor nesse caso, é que após certo instante, o valor  $a_{12}$  passa a ficar menor que 1, enquanto o valor de  $a_{21}$  se mantém acima de 1. Com essas

TABELA 6.14 – Estatísticas das simulações com Caso B inicial, trocando o valor de  $v$ 

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 0%	B = 10.1%	C = 54.2%	D = 35.7%
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 30%	CP2 = 0%	CP3 = 70%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 45%	Grupo 2 = 45%	Empate = 10%	
Valor médio de iterações nas simulações	3510			
Quantidade de simulações efetuadas	100			

TABELA 6.15 – Estatísticas das simulações com Caso B inicial, mantendo o valor de  $v$ 

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 0%	B = 29.1%	C = 37.2%	D = 33.7%
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 100%	CP2 = 0%	CP3 = 0%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 40%	Grupo 2 = 40%	Empate = 20%	
Valor médio de iterações nas simulações	325			
Quantidade de simulações efetuadas	100			



FIGURA 6.13 – Gráfico com os valores de  $a_{12}$  durante a simulação.

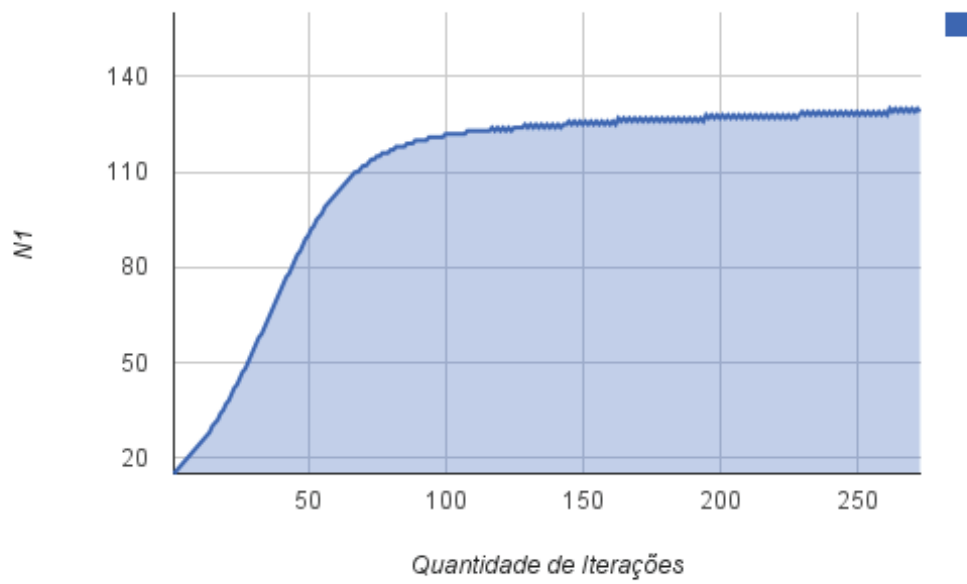
condições e os quantificadores apontando o valor de  $Q_{12}$  menor que  $Q_{21}$ , confirma-se a vitória do Grupo 1. Também representada pelos gráficos 6.15 e 6.16. Os valores referentes a esses gráficos estão presentes na Tabela 6.16.

TABELA 6.16 – Dados dos Gráfico 6.13, 6.14, 6.15, 6.16

Parâmetros	Valores
Valor do Quantificador $Q_{12}$	0.0033
Valor do Quantificador $Q_{21}$	0.0057
Valor final de $N_1$	130
Valor final de $N_2$	100
Total de Iterações	274

Nessa simulação, onde o valor de  $v$  dos agentes se mantém igual, mesmo quando eles trocam de grupos, apresenta um caso onde ocorreu empate. Nesse caso pode-se observar pelos gráficos 6.17 e 6.18 que os valores de  $a_{12}$  e  $a_{21}$  ficam oscilando acima e abaixo de 1. Ou seja, após a iteração 60, aproximadamente, os valores de  $a_{12}$  e  $a_{21}$  começam a se diferenciar. Após esse trecho, enquanto o valor de  $a_{12}$  ficar acima de 1, o valor de  $a_{21}$  fica abaixo de 1 e vice-versa.

O resultado dessa simulação é um caso de empate. Onde os quantificadores apresentaram o mesmo valor de 0.002. Os grupos encerraram a simulação com a mesma

FIGURA 6.14 – Gráfico com os valores de  $a_{21}$  durante a simulação.FIGURA 6.15 – Gráfico com os valores de  $N_1$  durante a simulação.



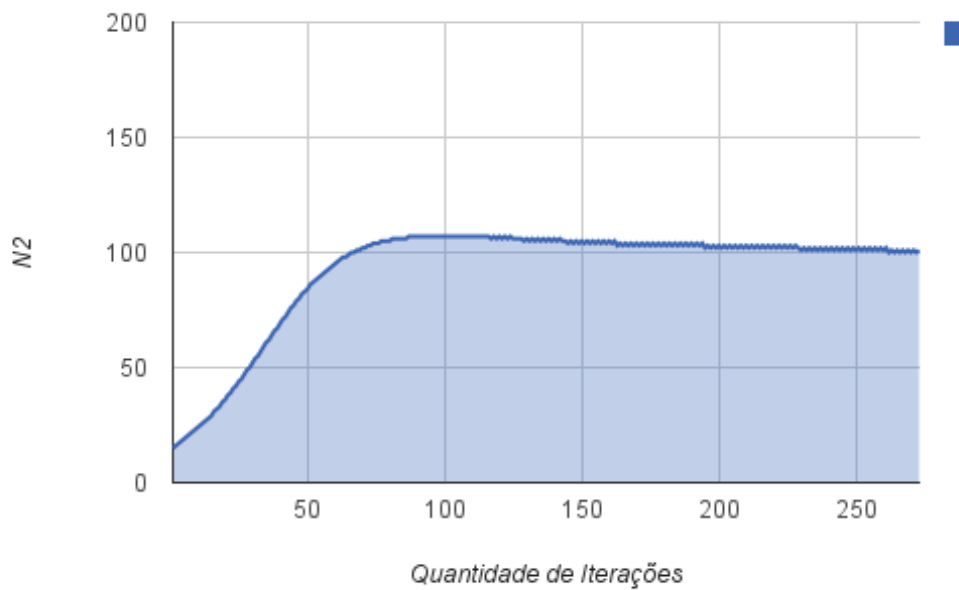


FIGURA 6.16 – Gráfico com os valores de  $N_2$  durante a simulação.

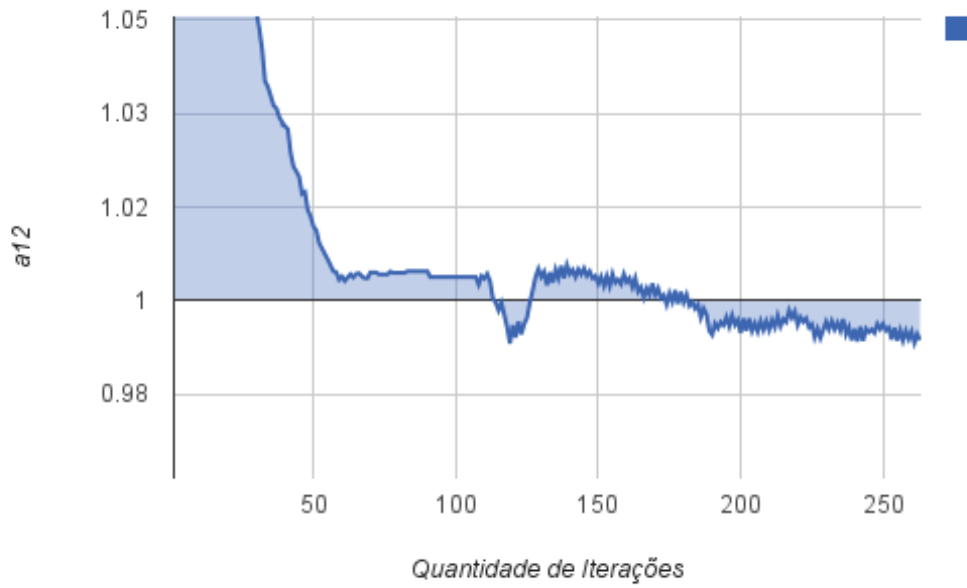
quantidade de agentes. O que pode ser visto nos gráficos 6.19 e 6.20. Os valores referentes a esses gráficos estão presentes na Tabela 6.17.

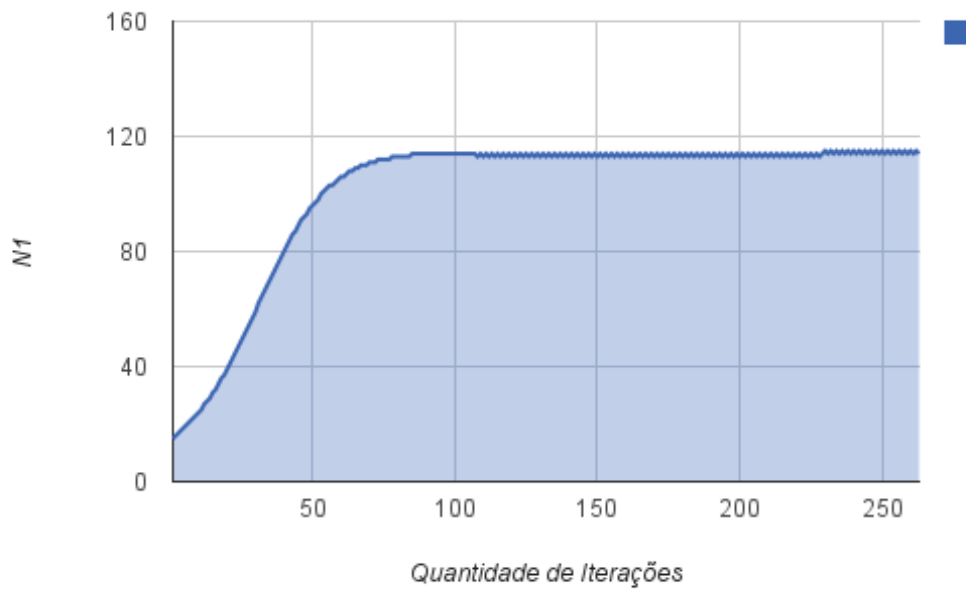
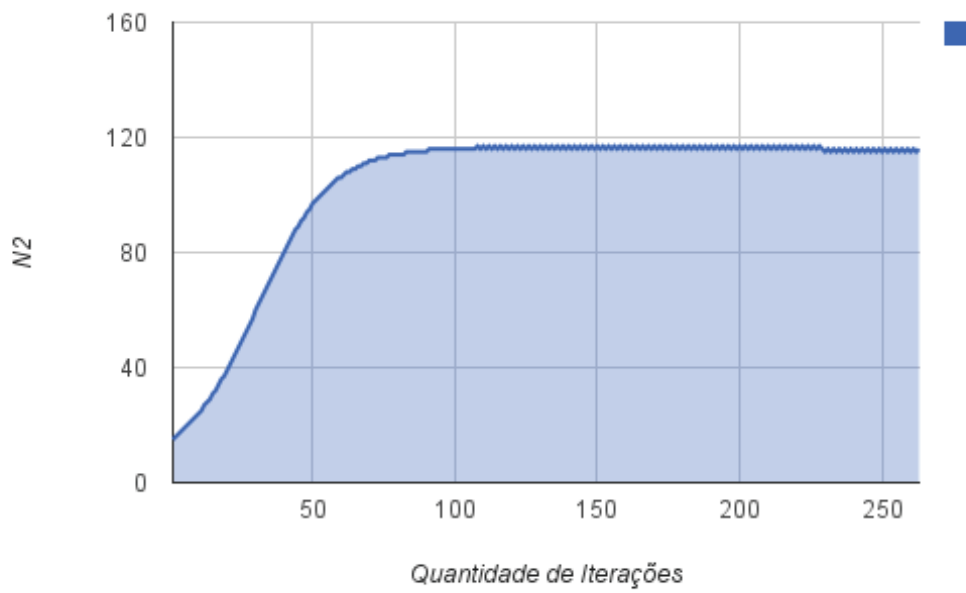
TABELA 6.17 – Dados dos Gráfico 6.17, 6.18, 6.19, 6.20

Parâmetros	Valores
Valor do Quantificador $Q_{12}$	0.002
Valor do Quantificador $Q_{21}$	0.002
Valor final de $N_1$	115
Valor final de $N_2$	115
Total de Iterações	264

### 6.3.3 Resultados baseados nos valores iniciais do Caso C

Para as simulações executadas com os valores iniciais que analiticamente representam o Caso C, os resultados foram os seguintes. As Tabelas 6.18 e 6.19 mostram que, independentemente de trocar o valor de  $v$  ou manter ele, quando um agente entra para algum grupo, o resultado obtido é o mesmo, sempre o Caso C. Isso acontece, pois no primeiro caso se ao trocar os valores de  $v$ , a vantagem do Grupo 1 irá ser sempre mantida. Ou seja, se um agente passar a integrar o Grupo 1, ele irá receber um valor de  $v$  igual a 0.8 e caso vá para o Grupo 2, ele irá receber um valor de  $v$  igual a 0.2. Sendo assim o

FIGURA 6.17 – Gráfico com os valores de  $a_{12}$  durante a simulação.FIGURA 6.18 – Gráfico com os valores de  $a_{21}$  durante a simulação.

FIGURA 6.19 – Gráfico com os valores de  $N_1$  durante a simulação.FIGURA 6.20 – Gráfico com os valores de  $N_2$  durante a simulação.

valor de  $\bar{v}_1$  será sempre maior que o valor de  $\bar{v}_2$  e com isso o Grupo 1 será sempre mais mobilizado que o Grupo 2, conseqüentemente será sempre o vencedor. Agora se ao manter os valores de  $v$  para cada agente, os valores de  $\bar{v}_1$  e  $\bar{v}_2$  vão tender a se aproximar. Porém, como inicialmente os valores médios de  $v_1$  e  $v_2$  são bem distantes, essa vantagem inicial irá proporcionar uma vantagem definitiva para o Grupo 1, levando novamente ele sempre a vitória.

Por causa desses resultados, foram feitas novas simulações. Agora ao invés de manter uma vantagem grande entre  $\bar{v}_1$  e  $\bar{v}_2$ , ela foi alterada para valores mais próximos.

TABELA 6.18 – Estatísticas das simulações com Caso C inicial, trocando o valor de  $v$

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 0%	B = 0%	C = 100%	D = 0%
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 100%	CP2 = 0%	CP3 = 0%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 100%	Grupo 2 = 0%	Empate = 0%	
Valor médio de iterações nas simulações	215			
Quantidade de simulações efetuadas	100			

TABELA 6.19 – Estatísticas das simulações com Caso C inicial, mantendo o valor de  $v$

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 0%	B = 0%	C = 100%	D = 0%
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 100%	CP2 = 0%	CP3 = 0%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 100%	Grupo 2 = 0%	Empate = 0%	
Valor médio de iterações nas simulações	525			
Quantidade de simulações efetuadas	100			

Nos resultados, apresentados pelas Tabelas 6.20 e 6.21, os valores de  $\bar{v}_1$  e  $\bar{v}_2$ , foram alterados de 0.8 e 0.2, para 0.52 e 0.48, respectivamente. Nos novos casos a vantagem do Grupo 1 se mantém, porém ela não é tão superior a do Grupo 2.

Os resultados, presentes na Tabela 6.20, mostram algo já esperado. O percentual de 100% de vitória para o Grupo 1 se mantém devido a sua, mesmo pequena, vantagem inicial. A vitória se mantém, pois ao manter a vantagem durante toda a simulação, o Grupo 2 não tem como reagir.

Porém nos resultados apresentados na Tabela 6.21, já ocorrem mudanças. Agora, como a vantagem não é tão grande e os valores de  $\bar{v}_1$  e  $\bar{v}_2$  tendem a se aproximar. Assim, os grupos vão ficar próximos de um equilíbrio, nos valores de  $\bar{v}$ , o que resulta em outros casos como resultado. Nessas simulações foram obtidos, o Caso A com um percentual de 1.8% de ocorrência, o Caso C com 95.2% e o Caso D com 3%.

Para que exista 100% de ocorrência do Caso C, é necessário que os valores de  $a_{12}$  permaneçam durante toda a simulação abaixo de 1 e que os valores de  $a_{21}$  permaneçam acima de 1. Quando os valores iniciais foram alterados, devido ao forte poder de decisão do parâmetro  $v$ , essa condição não foi contemplada e com isso a ocorrência de 100% dos resultados em Caso C não apareceu. Devido a essa oscilação na soberania do Grupo 1 sobre o Grupo 2, foi possível que em algumas simulações ocorrem empates.

TABELA 6.20 – Estatísticas das simulações com Caso C com novos valores iniciais, trocando o valor de  $v$

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 0%	B = 0%	C = 100%	D = 0%
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 100%	CP2 = 0%	CP3 = 0%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 100%	Grupo 2 = 0%	Empate = 0%	
Valor médio de iterações nas simulações	882			
Quantidade de simulações efetuadas	100			

Ao se observar o Gráfico 6.21, feito com os dados de uma simulação onde os valores iniciais foram alterados e o valor de  $v$  de cada agente foi mantido, pode se perceber que em determinados instantes os valores de  $a_{12}$  ficam acima de 1. Aproximadamente no trecho de iterações 300-325, ocorre um aumento no valor de  $a_{12}$  e no mesmo trecho o valor de  $a_{21}$  fica abaixo de 1, presente no Gráfico 6.22.

Com essas condições o caso resultante passa de Caso C para o Caso D. O mesmo ocorre quando a simulação está próxima do fim, aproximadamente nos trechos 1250-1275. Ao se observar os Gráficos 6.23 e 6.24, percebe-se que não aparentam ser o resultado do Caso C, onde o Grupo 2 seria exterminado. A tendência dos valores de  $a_{12}$  e  $a_{21}$  parece

TABELA 6.21 – Estatísticas das simulações com Caso C com novos valores iniciais, mantendo o valor de  $v$

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 1.8%	B = 0%	C = 95.2%	D = 3%
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 100%	CP2 = 0%	CP3 = 0%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 90%	Grupo 2 = 0%	Empate = 10%	
Valor médio de iterações nas simulações	1258			
Quantidade de simulações efetuadas	100			

TABELA 6.22 – Dados dos Gráfico 6.21, 6.22, 6.23, 6.24

Parâmetros	Valores
Valor do Quantificador $Q_{12}$	-0.0013
Valor do Quantificador $Q_{21}$	0.0013
Valor final de $N_1$	126
Valor final de $N_2$	104
Total de Iterações	1258



FIGURA 6.21 – Gráfico com os valores de  $a_{12}$  durante a simulação.

ser se aproximar do valor 1, e tanto os valores de  $N_1$  como os de  $N_2$ , durante toda a simulação tendem a crescer. O estado dessa simulação parece ser a de um dos casos onde os dois grupos vão coexistir no sistema.

Os dados desses gráficos estão presentes na Tabela 6.22. Nela pode-se perceber que o menor quantificador é o  $Q_{12}$ , confirmando a vitória do Grupo 1 sobre o Grupo 2.

#### 6.3.4 Resultados baseados nos valores iniciais do Caso D

Nas simulações feitas com os valores iniciais do Caso D, os resultados obtidos são o inverso dos resultados anteriores, apresentados para o Caso C. Agora com uma vantagem ainda maior para o Grupo 2, a sua vitória é 100% garantida.

As Tabelas 6.23 e 6.24 mostram que mesmo trocando os valores de  $v$  ou mantendo eles, quando um agente entra para algum grupo, a vantagem se mantém determinante para garantir a vitória do Grupo 2.

Porém, ao se alterar essa vantagem, como no caso anterior, para que os valores de  $\bar{v}_1$  e  $\bar{v}_2$  fiquem mais próximos, os resultados ficam diferentes.

Nessa variação de valores, o valor de  $\bar{v}_1$  é igual a 0.47 e o valor de  $\bar{v}_2$  é igual a 0.53. No caso de trocar o valor de  $v$ , representado pela Tabela 6.25, a vantagem mesmo que pequena ainda conquista a vitória para o Grupo 2, em 100% dos casos.

Já se ao manter o valor de  $v$  de cada agente, o Caso D não ocorre em 100% dos



FIGURA 6.22 – Gráfico com os valores de  $a_{21}$  durante a simulação.

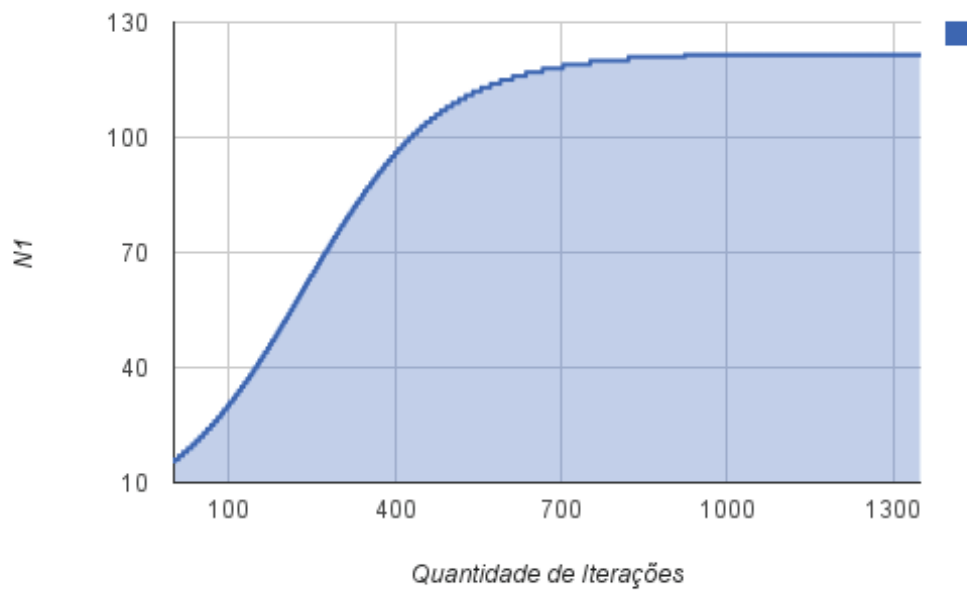


FIGURA 6.23 – Gráfico com os valores de  $N_1$  durante a simulação.



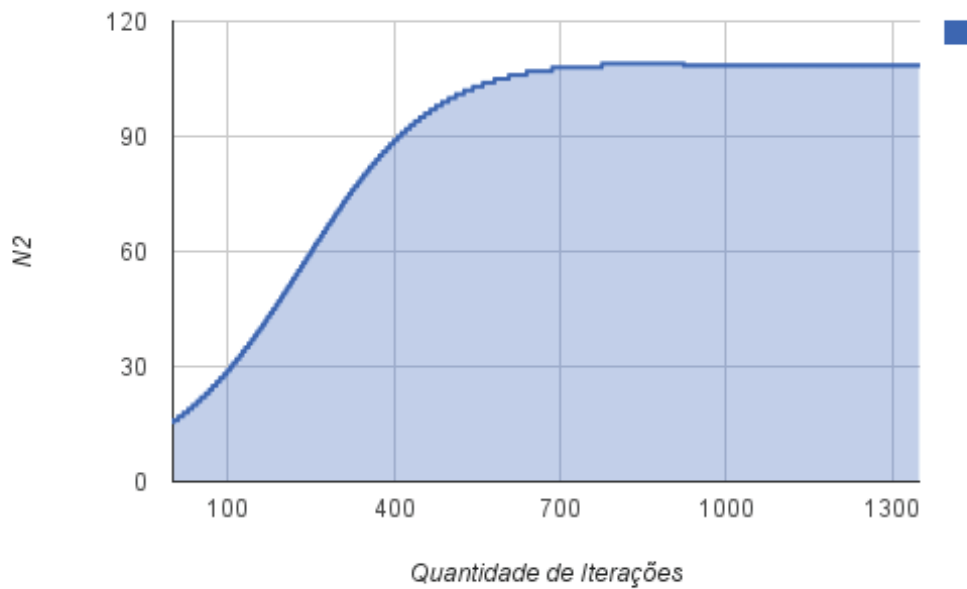


FIGURA 6.24 – Gráfico com os valores de  $N_2$  durante a simulação.

TABELA 6.23 – Estatísticas das simulações com Caso D inicial, trocando o valor de  $v$

Parâmetros	Valores			
	Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 0%	B = 0%	C = 0%
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 100%	CP2 = 0%	CP3 = 0%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 0%	Grupo 2 = 100%	Empate = 0%	
Valor médio de iterações nas simulações	202			
Quantidade de simulações efetuadas	100			

TABELA 6.24 – Estatísticas das simulações com Caso D inicial, mantendo o valor de  $v$ 

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 0%	B = 0%	C = 0%	D = 100%
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 100%	CP2 = 0%	CP3 = 0%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 0%	Grupo 2 = 100%	Empate = 0%	
Valor médio de iterações nas simulações	498			
Quantidade de simulações efetuadas	100			

casos. Para esses resultados, presentes na Tabela 6.26, a vitória do grupo vai depender do grupo que conseguir mais integrantes em menos tempo. Nos resultados existe uma ocorrência mais forte do Caso D, pois essa pequena vantagem inicial possui uma força de influência, porém pode ser combatida. Novamente, com o enfraquecimento da força de mobilização do Grupo 2, é possível que exista uma competitividade maior, fazendo com que ocorra o empate em algumas das simulações.

TABELA 6.25 – Estatísticas das simulações com Caso D com novos valores iniciais, trocando o valor de  $v$ 

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 0%	B = 0%	C = 0%	D = 100%
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 100%	CP2 = 0%	CP3 = 0%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 0%	Grupo 2 = 100%	Empate = 0%	
Valor médio de iterações nas simulações	828			
Quantidade de simulações efetuadas	100			

Os Gráficos 6.25, 6.26, 6.27 e 6.28 representam uma das simulações feitas com os valores iniciais para o Caso D, mantendo o valor de  $v$  de cada agente. Nos Gráficos 6.25 e 6.26, pode se perceber que durante toda a simulação os valores de  $a_{12}$  se mantiveram acima de 1 e os valores de  $a_{21}$  ficaram abaixo de 1. Essa distribuição de valores contempla

TABELA 6.26 – Estatísticas das simulações com Caso D com novos valores iniciais, mantendo o valor de  $v$

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 1.1%	B = 0%	C = 1.8%	D = 97.1%
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 100%	CP2 = 0%	CP3 = 0%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 0%	Grupo 2 = 95%	Empate = 5%	
Valor médio de iterações nas simulações	1161			
Quantidade de simulações efetuadas	100			

a condição de 100% de ocorrência para o Caso D.

Os Gráficos 6.27 e 6.28 representam a superioridade na quantidade de agentes do Grupo 2. Apesar do Gráfico 6.27 mostrar um comportamento de crescimento para a quantidade de agentes no Grupo 1, ela é muito fraca e aparenta chegar ao seu máximo perto do final da simulação. A tendência do gráfico parece ser de que o Grupo 1 irá iniciar um declínio na sua quantidade de agentes.

A Tabela 6.27 contém alguns dados da simulação representada por esses gráficos. E nela pode-se confirmar claramente a vitória do Grupo 2, tanto pelo valor de  $N_2$ , como pela confirmação dos quantificadores, que indicam o  $Q_{21}$  com o valor menor dentre os quantificadores.

TABELA 6.27 – Dados dos Gráfico 6.25, 6.26, 6.27, 6.28

Parâmetros	Valores
Valor do Quantificador $Q_{12}$	0.015
Valor do Quantificador $Q_{21}$	-0.020
Valor final de $N_1$	41
Valor final de $N_2$	189
Total de Iterações	501

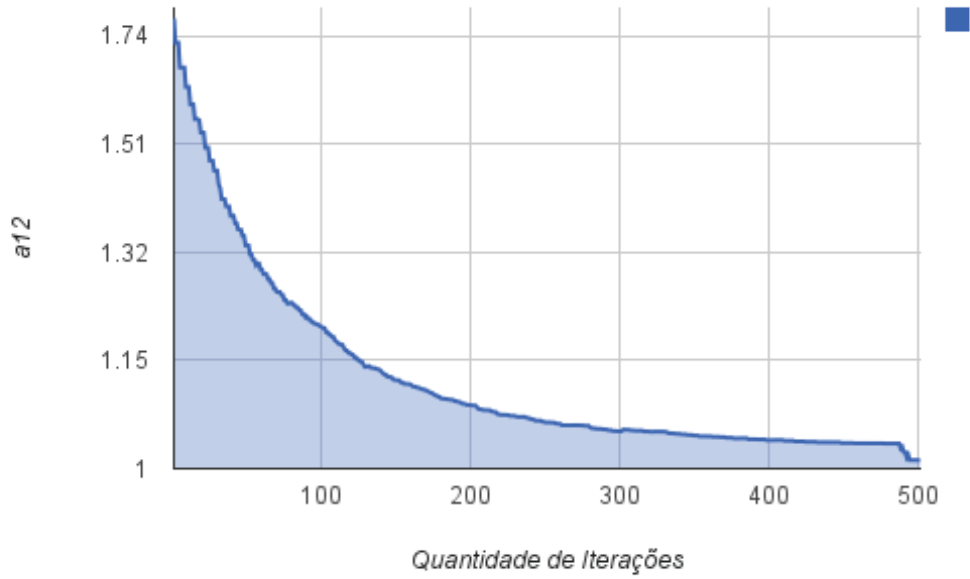


FIGURA 6.25 – Gráfico com os valores de  $a_{12}$  durante a simulação.

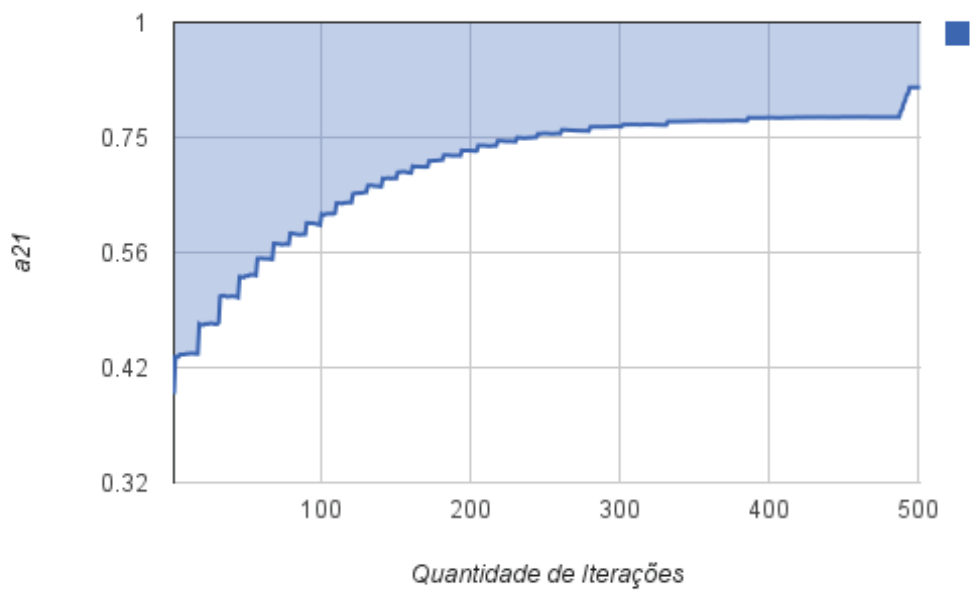
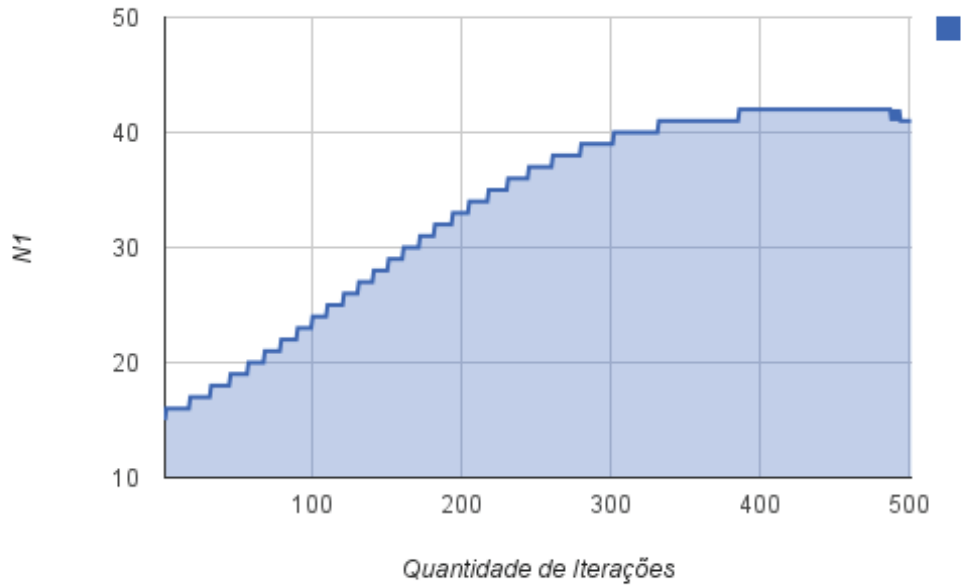
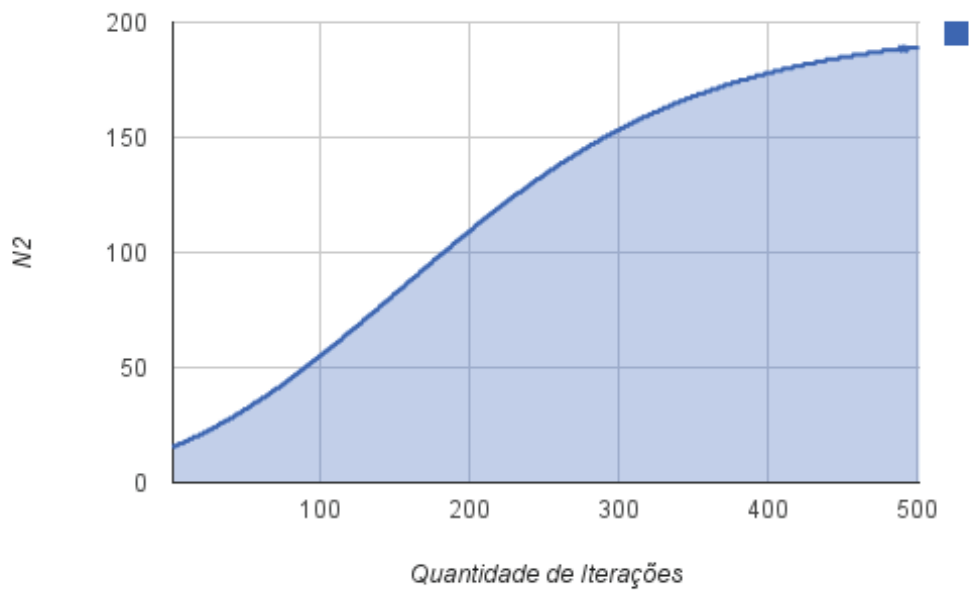


FIGURA 6.26 – Gráfico com os valores de  $a_{21}$  durante a simulação.

FIGURA 6.27 – Gráfico com os valores de  $N_1$  durante a simulação.FIGURA 6.28 – Gráfico com os valores de  $N_2$  durante a simulação.

## 6.4 COMPORTAMENTO DA FASE 3

Nessa seção são apresentados os resultados das simulações onde a Fase 3 esteja acionada e as análises destas simulações. As próximas seções estão divididas em dois grupos: Variando a Quantidade Inicial dos Grupos e Variando a Influência dos Agentes.

Essas seções representam as duas opções de simulações escolhidas para se simular a Fase 3. Lembrando que o comportamento gerado pela Fase 3 é proporcionado ao se considerar as interações individuais entre os agentes e a atualização dos parâmetros das equações a cada iteração.

Primeiro tem-se a variação da quantidade inicial dos grupos, escolha feita para manter as simulações próximas a realidade, sendo assim considerar a disparidade dos grupos é fundamental já que cada grupo competitivo tem o seu diferencial. Segundo tem-se a variação da influência dos agentes. Após analisar todos os resultados analisados nas seções anteriores, onde todos os agentes possuíam um equilíbrio total em suas influências, um dos estudos dessa dissertação é verificar o que ocorre ao se variar esse parâmetro.

### 6.4.1 Variação da Quantidade Inicial dos Grupos

#### 6.4.1.1 Etapa 1: Sem Fase 3

Para poder analisar e compreender melhor os efeitos da Fase 3 sobre os grupos, é preciso primeiro fazer uma simulação onde a Fase 3 esteja desativada. Foram escolhidos três valores iniciais para cada simulação, esses casos são analisados a seguir.

#### Quantidade Inicial 15-12

No primeiro caso analisado o Grupo 1 possui 15 agentes inicialmente e o Grupo 2 possui 12 agentes. Dentre os resultados obtidos os três resultados básicos acontecem, ou seja, existem casos onde o Grupo 1 acaba como vencedor, casos onde o Grupo 2 acaba como vencedor e casos onde ocorre um empate. A Tabela 6.28 mostra a relação das estatísticas de todas as simulações feitas com essas configurações iniciais.

Dentre as simulações feitas ocorreram casos onde os valores dos quantificadores não corresponderam o seu propósito, como pode-se perceber na Tabela 6.28. Essa porcentagem de 30% de valores não confirmados ocorreu nos casos onde o Grupo 1 (grupo com vantagem numérica inicial) conquista a vitória e nos casos de empate. A comprovação dos valores dos quantificadores não foi de 100%, isso devido ao desequilíbrio inicial entre os grupos. Por causa desse desequilíbrio ocorrem os casos onde, mesmo que o Grupo 2 fique com um índice de  $Q_{12}$  menor que o Grupo 1, isso não representa a vitória. Como o Grupo 1 possui essa vantagem inicial, o Grupo 2 pode obter resultados mais favoráveis, reduzindo o valor do seu quantificador, porém esses resultados não são o bastante para cobrir a vantagem inicial do Grupo 1 e se sobressair.

Já nos casos onde o Grupo 2 acaba como vencedor, os quantificadores sempre vão

TABELA 6.28 – Estatísticas das Simulações

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 9.94%	B = 0%	C = 44.06%	D = 46%
Porcentagem média da validação dos quantificadores	Confirmados = 70%		Não Confirmados = 30%	
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 70%	CP2 = 20%	CP3 = 10%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 50%	Grupo 2 = 40%	Empate = 10%	
Valor médio de iterações nas simulações	1537			

estar corretos, pois para que o Grupo 2 consiga cobrir a vantagem e vencer o Grupo 1 ele vai precisar que o seu índice seja muito inferior ao do Grupo 1. Nos casos de empate, os quantificadores também não são exatos, pois a simulação é encerrada com o primeiro critério de parada (CP1 - Valor das equações não podem ser representados). Ao se observar o comportamento da simulação nesses casos, pode-se perceber que se a simulação continuasse, um dos grupos iria acabar se tornando o vencedor. E no momento em que a simulação é interrompida os quantificadores indicam qual dos grupos seria o vencedor.

Os valores, apresentados no item "Porcentagem média dos Casos resultantes", representam os valores médios dos resultados de cada iteração de cada simulação feita. Por exemplo, assim que uma iteração é calculada pelo simulador, os seus valores gerados de  $a_{12}$  e  $a_{21}$  representam um caso. No final da simulação, pode-se verificar qual a porcentagem de incidência de cada Caso. Nesse caso como os grupos se mantiveram balanceados, as porcentagens de 44.06% para o Caso C e de 46% para o Caso D indicam o equilíbrio nos casos de vitórias de cada grupo.

As Figuras 6.29 e 6.30, representam uma das simulações feitas, e estão aqui para se observar um dos casos, onde os quantificadores obtiveram valores de acordo com o resultado da simulação. Nesse caso os valores de  $a_{12}$  ficaram a maior parte do tempo da simulação acima de 1 e os valores de  $a_{21}$  ficaram abaixo de 1. Esse comportamento resultou na vitória do Grupo 2, como pode ser visto nas Figuras 6.31 e 6.32, onde tem-se o Grupo 1 com 103 agentes e o Grupo 2 com 127 agentes.

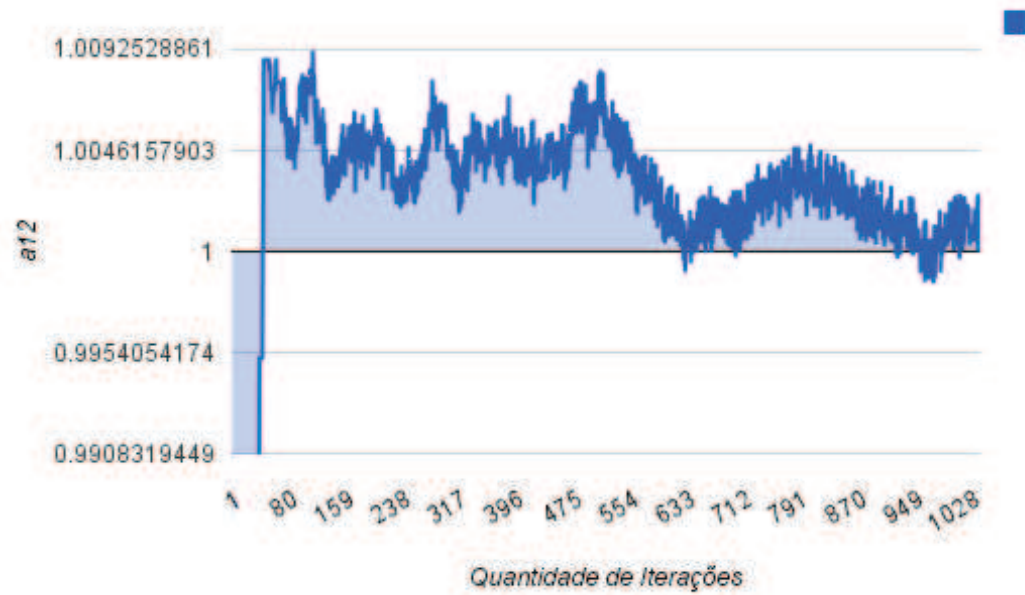


FIGURA 6.29 – Gráfico demonstrando os valores de  $a_{12}$  durante a simulação.

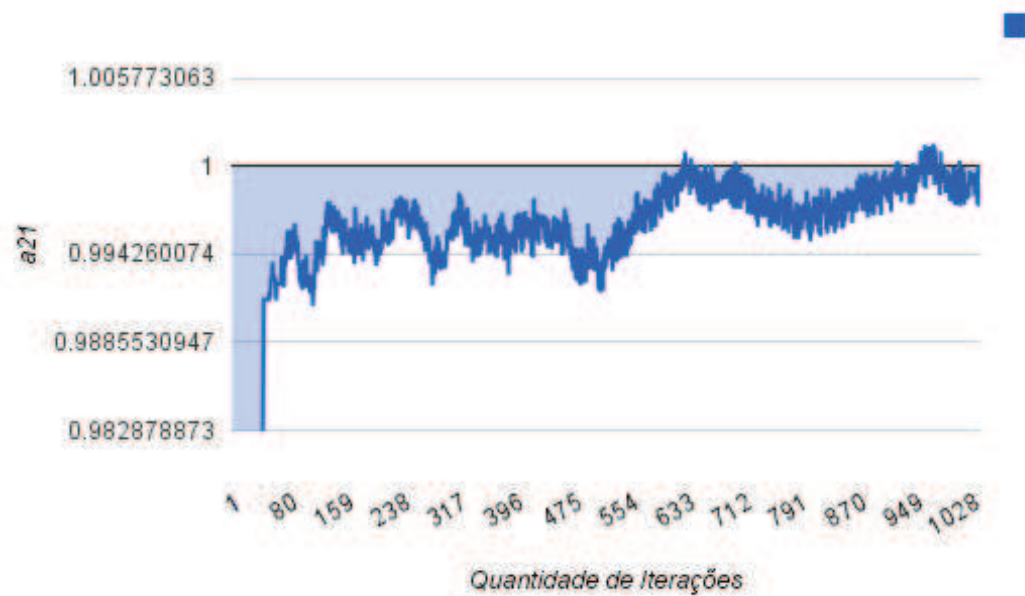


FIGURA 6.30 – Gráfico demonstrando os valores de  $a_{21}$  durante a simulação.



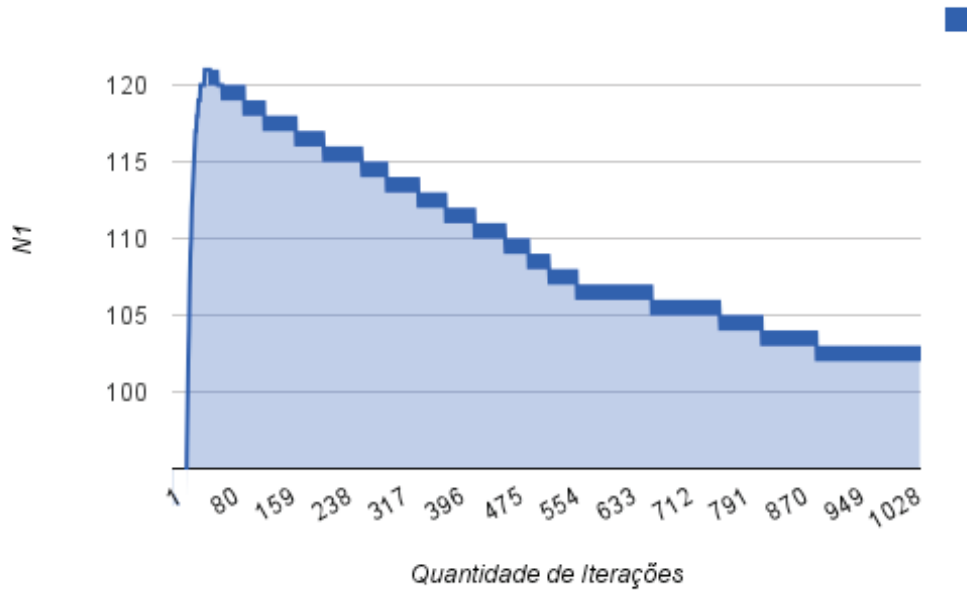


FIGURA 6.31 – Gráfico demonstrando os valores de  $N_1$  durante a simulação.

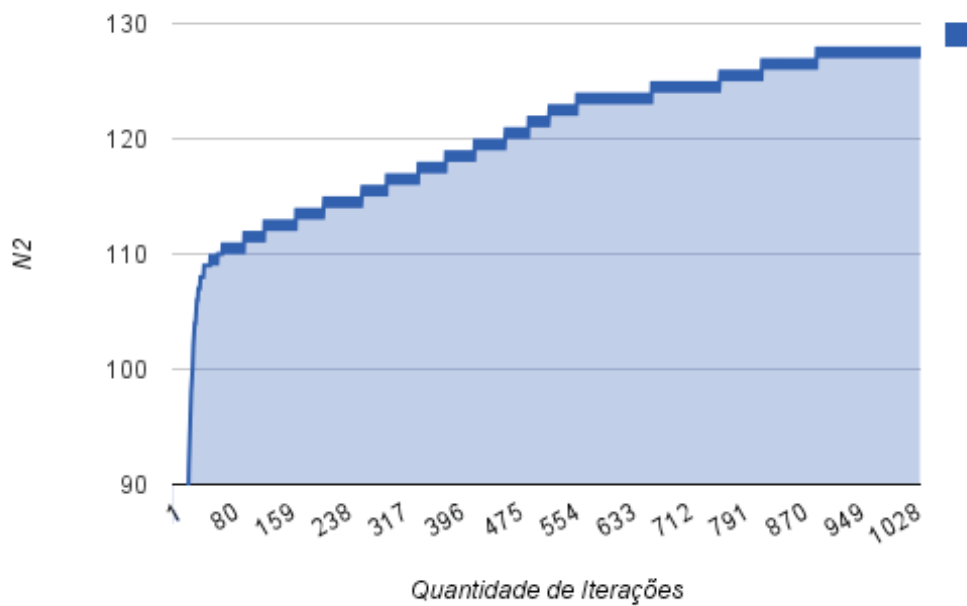


FIGURA 6.32 – Gráfico demonstrando os valores de  $N_2$  durante a simulação.

## Quantidade Inicial 15-13

Devido ao fato do sistema possuir apenas 230 agentes como população total, uma pequena variação na quantidade inicial de agentes em cada grupo, pode ocasionar grandes mudanças nos resultados. Como isso foi o que ocorreu nos casos onde a Fase 3 está acionada (próxima seção), a mesma variação é utilizada nessa seção. Sendo assim, os grupos agora possuem 15 agentes (Grupo 1) e 13 agentes (Grupo 2), inicialmente.

TABELA 6.29 – Estatísticas das Simulações

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 6.20%	B = 0%	C = 38.11%	D = 55.69%
Porcentagem média da validação dos quantificadores	Confirmados = 85%		Não Confirmados = 15%	
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 85%	CP2 = 15%	CP3 = 0%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 43%	Grupo 2 = 43%	Empate = 14%	
Valor médio de iterações nas simulações	1048			

Os resultados obtidos foram bem próximos aos da seção anterior. O diferencial é que nesses casos, presentes na Tabela 6.29, não ocorreu nenhuma simulação onde o terceiro critério de parada foi utilizado (CP3 - Mais de 5000 iterações). Além desse fator houve um pequeno crescimento na taxa de empates. Esse crescimento é justificado pela redução na diferença inicial da quantidade de agentes entre os dois grupos.

## Quantidade Inicial 15-14

Assim como os resultados anteriores, esses resultados obtidos nos casos onde o Grupo 1 inicia com 15 agentes e o Grupo 2 inicia com 14 agentes, são similares aos obtidos quando a diferença inicial era maior.

Ao se observar a Tabela 6.30, percebe-se que o que continua a mudar, em relação aos casos anteriores, é a taxa de empate, que novamente sofreu um crescimento. O terceiro critério de parada volta a ocorrer nesses casos. Como o CP3 representa um caso onde a simulação fique em disputa por um tempo maior que o normal, o fato dele não ter ocorrido no caso anterior (15x13) é justificado apenas pelo fator randômico com o qual as simulações são feitas, não que o CP3 nunca vá ocorrer no caso 15x13. Tanto nesses casos como nos anteriores ocorrem os erros nos quantificadores, pois sempre que houver

TABELA 6.30 – Estatísticas das Simulações

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 7.94%	B = 0%	C = 41.91%	D = 50.15%
Porcentagem média da validação dos quantificadores	Confirmados = 57%		Não Confirmados = 43%	
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 57%	CP2 = 28%	CP3 = 15%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 57%	Grupo 2 = 15%	Empate = 28%	
Valor médio de iterações nas simulações	1663			

uma diferença na quantidade inicial de agentes entre os grupos, os quantificadores não vão estar 100% corretos.

Para essa etapa, se ressalta que mesmo com uma diferença inicial entre os dois grupos, ambos possuem chance de derrotar o outro, seja iniciando com vantagem ou desvantagem.

#### 6.4.1.2 Etapa 2: Com Fase 3

Nessa seção são apresentados os resultados obtidos das simulações onde a Fase 3 está acionada. Nessa etapa, os grupos não são determinados apenas pelas equações (3.3) e (3.4), mas também pelas interações individuais de cada agente presente no sistema. Essas simulações foram feitas com as mesmas definições iniciais que as simulações da seção anterior, para que assim possa ser possível analisar que tipo de influência a Fase 3 irá causar no sistema.

#### Quantidade Inicial 15-12

As primeiras simulações foram feitas com uma diferença maior na quantidade inicial de agentes entre os grupos. O Grupo 1 irá iniciar com 15 agentes enquanto o Grupo 2 irá iniciar com 12 agentes. Na seção anterior, essa mesma disposição inicial garantiu vitória para ambos os grupos, porém ao se acionar a Fase 3 isso não acontece mais, como pode ser percebido na Tabela 6.31.

Ao se acionar a Fase 3 e providenciar uma vantagem para um dos grupos, é garantido que esse grupo chegue à vitória. Na Tabela 6.31, percebe-se que em 100% dos casos, o grupo com a vantagem inicial acabou sendo o vencedor. Nem mesmo empates ocorreram

TABELA 6.31 – Estatísticas das Simulações

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 40.60%	B = 0%	C = 57.30%	D = 2.10%
Porcentagem média da validação dos quantificadores	Confirmados = 91%		Não Confirmados = 9%	
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 91%	CP2 = 0%	CP3 = 0%	CP4 = 9%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 100%	Grupo 2 = 0%	Empate = 0%	
Valor médio de iterações nas simulações	152			

nesse caso. Além disso, esse foi o único caso onde o quarto critério de parada foi utilizado (CP4 - Extinção de um dos grupos). Pode-se perceber o quanto é impactante o fato dos agentes individualmente atuando em prol do seu grupo. Uma vantagem que anteriormente não significava vitória garantida ao grupo, agora garante. A porcentagem de 9% para os casos onde os quantificadores não foram confirmados seguem a mesma regra anterior, sempre que houver uma diferença inicial entre os grupos, ocorre uma chance dos quantificadores não serem válidos.

Outro dado importante presente na Tabela 6.31 é a grande diminuição na quantidade de iterações nas simulações. Anteriormente havia uma média superior a 1000 iterações, agora devido à Fase 3, essa média cai para cerca de 100. Ou seja, além da Fase 3 intensificar o poder da vantagem numérica, intensificou também a velocidade em que um grupo é capaz de eliminar o outro.

Os gráficos, presentes nas Figuras 6.33 e 6.34, mostram o comportamento gerado em todas as simulações feitas com essa disposição de valores iniciais. Pode-se observar que os valores de  $a_{12}$  se mantêm na maior parte do tempo abaixo de 1, e os valores de  $a_{21}$ , acima de 1. O resultado dessa distribuição de valores é a vitória do Grupo 1, como pode ser visto nas Figuras 6.35 e 6.36, onde percebe-se que o Grupo 1 termina a simulação com mais de 130 agentes e o Grupo 2 com menos de 100 agentes.

#### Quantidade Inicial 15-13

Após verificar que a diferença inicial de 3 agentes foi crucial para que o grupo com a vantagem sempre vencesse, o próximo passo é reduzir essa vantagem até descobrir o ponto onde a Fase 3 não tenha significativa influência. Por isso, a diferença inicial foi reduzida

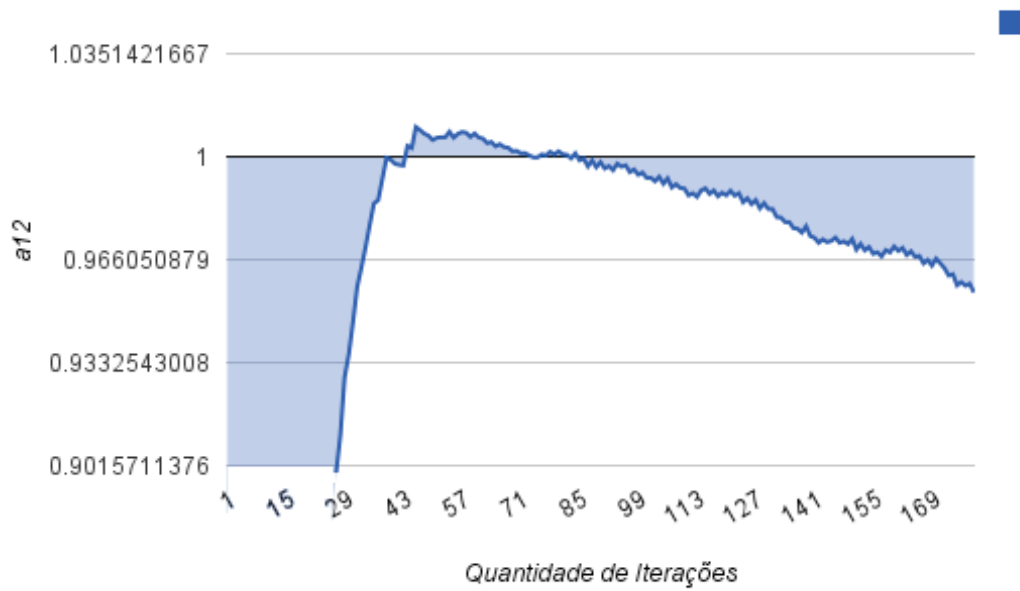


FIGURA 6.33 – Gráfico demonstrando os valores de  $a_{12}$  durante a simulação.

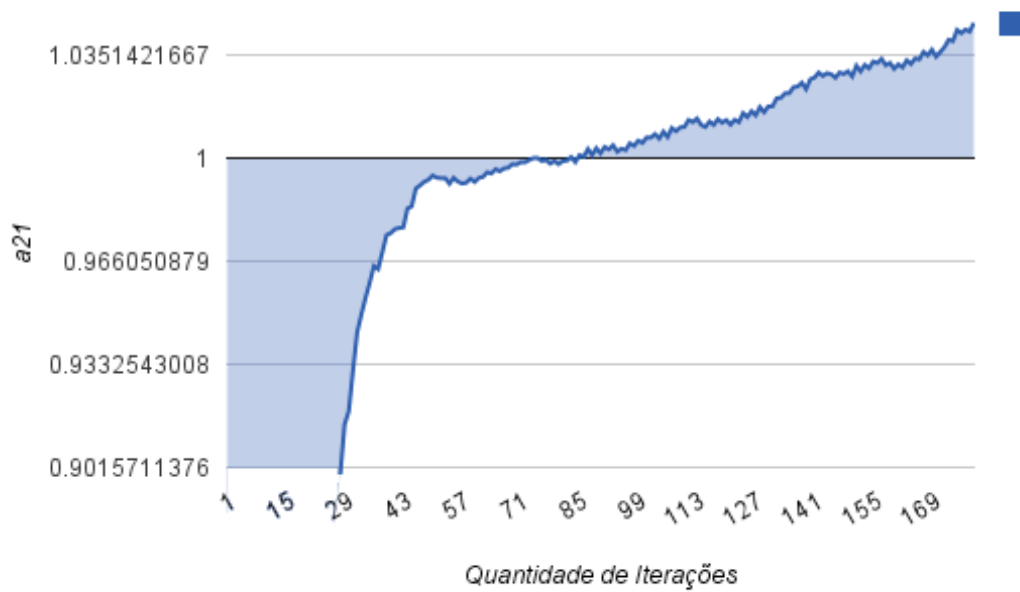


FIGURA 6.34 – Gráfico demonstrando os valores de  $a_{21}$  durante a simulação.

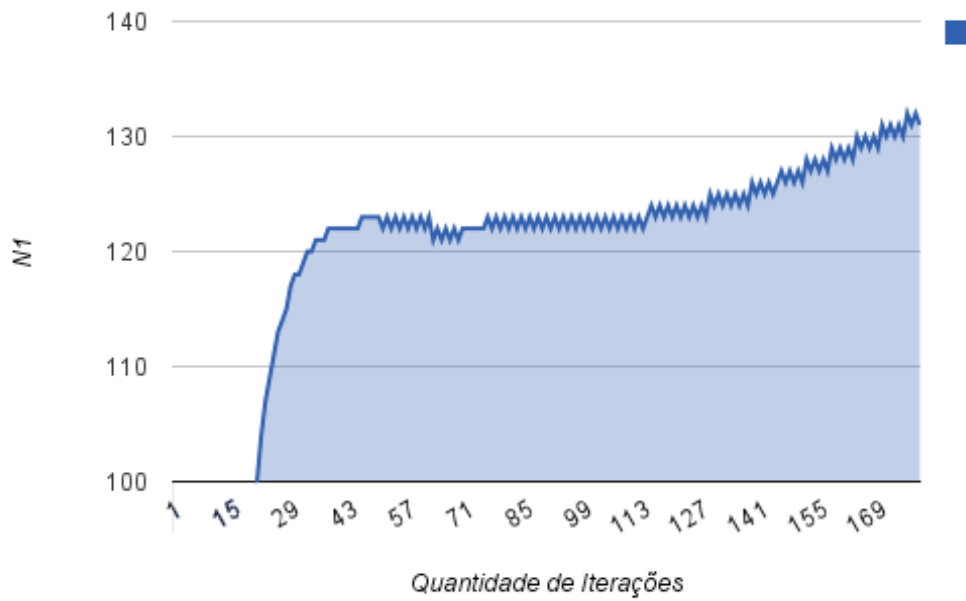


FIGURA 6.35 – Gráfico demonstrando os valores de  $N_1$  durante a simulação.

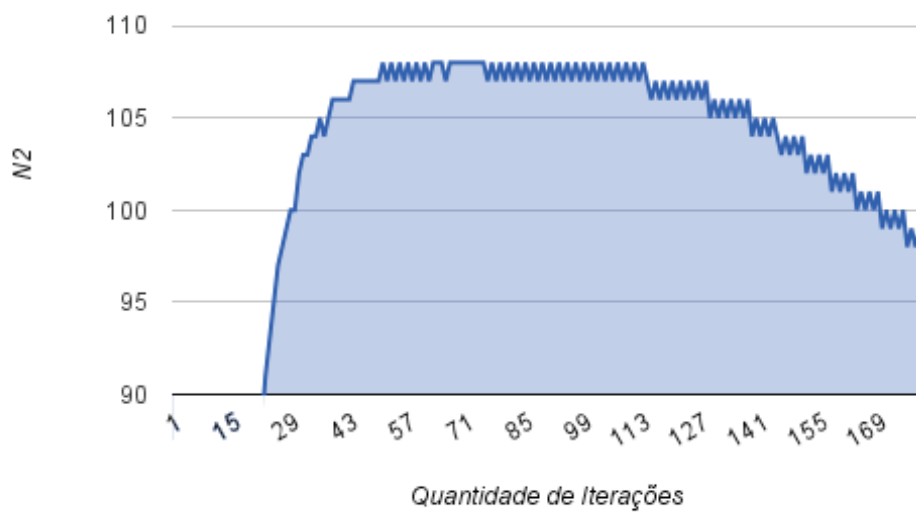


FIGURA 6.36 – Gráfico demonstrando os valores de  $N_2$  durante a simulação.

fazendo com que o Grupo 1 iniciasse a simulação com 15 agentes e o Grupo 2 com 13 agentes. Porém, mesmo diminuindo a diferença inicial, o comportamento das simulações se manteve igual, como pode ser observado nas estatísticas da Tabela 6.32.

TABELA 6.32 – Estatísticas das Simulações

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 38%	B = 0%	C = 59.31%	D = 2.69%
Porcentagem média da validação dos quantificadores	Confirmados = 100%		Não Confirmados = 0%	
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 100%	CP2 = 0%	CP3 = 0%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 100%	Grupo 2 = 0%	Empate = 0%	
Valor médio de iterações nas simulações	168			

A porcentagem de vitória do Grupo 1, o grupo com a vantagem, se manteve em 100%, e nesse caso o único critério de parada resultante foi o primeiro (CP1). O que se pode concluir é que a vantagem, agora menor, foi suficiente para manter o Grupo 1 como vitorioso, porém não garante mais casos onde exista a extinção do Grupo 2. Isso significa que a redução da vantagem limitou o efeito da Fase 3.

A quantidade de iterações se manteve reduzida, mantendo uma média de 168 iterações por simulação. Assim como não houve casos onde os quantificadores não fossem válidos, mas isso não elimina a chance deles serem não válidos, pois sempre que existir uma desvantagem para qualquer um dos grupos, existe chance deles falharem.

Os indícios históricos que são apresentados a seguir foram selecionados de acordo com os resultados obtidos acima. Esses indícios contam relatos de situações onde a vantagem numérica de um dos grupos é fundamental para que esse grupo obtenha a vitória. Assim como onde o grupo que possuir uma vantagem inicial conquista um percentual de 100% de vitória.

O primeiro indício é encontrado na Batalha dos Macabeus, em 167 a.C., existe a seguinte citação: "Judas Macabeu e seus irmãos voltaram-se para as táticas de guerrilha, tirando vantagem do terreno acidentado da Palestina para guerrear com ataques-supresa e artimanhas militares.... o próprio Judas tenha sido, mais tarde, morto em combate contra um exército selêucida imensamente superior"(Dougherty, 2010, p.17).

Nesse primeiro indício histórico tem-se um relato de uma derrota por um exército

imensamente superior, confirmando que a vantagem numérica causa uma grande vantagem.

O segundo indício é encontrado na batalha no Reino de Edom em 785 a.C., o desfecho é como o relato a seguir:

"O exército judaico sob o comando do rei Amazias obteve uma vitória sobre Edom e recuperou a posse da parte norte do país; contudo, em seguida, o rei Jeoás de Israel derrotou os judeus, tendo aprisionado Amazias e saqueado Jerusalém logo depois"(Dougherty, 2010, p.104).

Estima-se que o exército judaico tinha 12.000 homens aproximadamente. O exército edomita possuía em torno de 9 á 10 mil homens. E o exército israelita possuía 14.500 homens estimadamente. Sendo que não houve ataques surpresas. As vantagens numéricas nesses confrontos numéricos foram decisivas, sendo que o maior exército, o israelita, ataca após a batalha entre o exército judaico e edomita.

No segundo indício histórico tem-se novamente um exército com mais homens atacando outro exército menor após uma batalha. O terceiro indício é encontrado na batalha entre o exército israelense e o exército assírio pelos territórios da Palestina e Síria, que ocorreram no período de 734-732 a.C., se encerraram da seguinte forma:

"Os assírios derrotaram Damasco e executaram seu rei. Israel sobreviveu depois que seu rei foi assassinado e seu sucessor submeteu-se a Tiglate-Pileser. Contudo, Israel de fato perdeu seus territórios tributários"(Dougherty, 2010, p.112).

Estima-se que o exército assírio possuía 34.000 homens e como as batalhas foram travadas em cada uma das fortalezas inimigas, que possuíam algo entre 1 e 5 mil homens, foi uma vitória garantida para os assírios.

O terceiro indício histórico mostra mais uma vitória de um exército muito maior que o outro, assim como é apresentado nos resultados das simulações. O grupo maior não dá margem para que o grupo menor possa se fortalecer. O quarto indício é encontrado na batalha entre o exército assírio contra a fortaleza judaica de Laquis, que ocorreu no período de 701 a.C., encerrou-se da seguinte forma:

"Laquis caiu após um curto cerco assírio. Centenas de seus defensores morreram e muitos outros foram deportados da região"(Dougherty, 2010, p.122).

Nessa batalha, o exército assírio ataca a fortaleza de Laquis. Devido a enorme diferença entre o exército assírio, estimado em 35 mil homens, e a população total da fortaleza de Laquis, estimada em 2 mil pessoas, a fortaleza de Laquis foi facilmente derrotada.

O quinto indício é encontrado no mais desafiador dentre os mais de 20 cercos realizados por Alexandre, o Grande, foi o cerco que durou sete meses e que resultou na conquista final de Tiro. Essa batalha ocorrida no período de 332 a.C., encerrou-se assim:

"Após alguns meses de resistência crescentemente desesperada, Alexandre tomou



Tiro, matando a maioria da população masculina e escravizando as mulheres e as crianças"(Dougherty, 2010, p.142).

O exército que estava junto a Alexandre, o Grande, era de aproximadamente 70 mil homens, enquanto que os tírios possuíam 15 mil homens com idade militar, 15 mil de outros civis e a sua tripulação dos trirremes<sup>1</sup> de 20 mil homens.

Nos últimos dois indícios históricos acontece o mesmo, onde exércitos maiores eliminam exércitos menores. Nos resultados das simulações, o grupo que possui a vantagem inicial mantém ela e elimina o grupo adversário.

#### Quantidade Inicial 15-14

Devido ao fato dos resultados anteriores ainda apontarem para os 100% de vitória do Grupo 1, a vantagem inicial foi alterada novamente. Agora o Grupo 1 inicia com 15 agentes e o Grupo 2 inicia com 14 agentes. Apesar de ser uma vantagem numérica baixa, apenas 1 agente, se tratando de uma população total de 230 agentes, essa vantagem ainda é considerável. Nesse caso, os resultados foram diferentes dos anteriores, como pode ser observado na Tabela 6.33.

TABELA 6.33 – Estatísticas das Simulações

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 27.45%	B = 0%	C = 32.95%	D = 39.60%
Porcentagem média da validação dos quantificadores	Confirmados = 85%		Não Confirmados = 15%	
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 85%	CP2 = 0%	CP3 = 15%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 57%	Grupo 2 = 43%	Empate = 0%	
Valor médio de iterações nas simulações	547			

A taxa, antes de 100%, de vitória do Grupo 1 agora passa a ser de 57%. Ou seja, agora em que a vantagem inicial ficou mais reduzida, o efeito preponderante da Fase 3 passa a ter seu efeito reduzido. Os resultados dessa seção passam a ser similares aos resultados das simulações onde a Fase 3 estava desativada. Apesar das simulações não resultarem em nenhum caso de empate, os grupos se mantiveram bastante equilibrados nos

<sup>1</sup>Os trirremes eram barcos imensos capazes de abrigar mais de uma centena de remadores. A proa era equipada com um aríete de bronze para danificar navios inimigos.

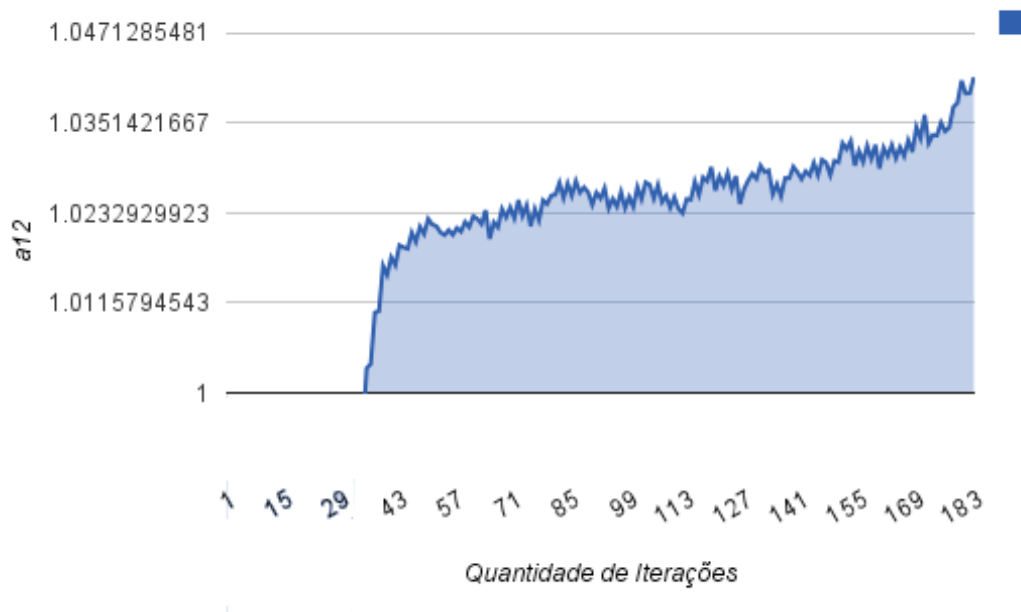


FIGURA 6.37 – Gráfico demonstrando os valores de  $a_{12}$  durante a simulação.

resultados. A porcentagem média dos Casos C e D ficaram bem próximas, caracterizando uma disputa equilibrada entre os grupos.

Outra característica do equilíbrio nas disputas é a ocorrência do terceiro critério de parada na simulação. Ele indica que a simulação está sendo executada a muito tempo, ou seja, que os grupos estão em forte disputa. Além desse fator, ocorreu também um grande crescimento no valor médio de iterações. A média que nos casos anteriores era de um pouco mais de 100 iterações, tem um crescimento bastante consistente e vai para mais de 500 iterações. Como em todos os casos dessa seção, a ocorrência dos resultados não válidos dos quantificadores indica que existe um desequilíbrio inicial nas quantidades de agentes de cada grupo.

Nas Figuras 6.37 e 6.38, pode-se perceber um dos casos onde o Grupo 2 acaba como vencedor. Os valores de  $a_{21}$  se mantendo por mais tempo abaixo de 1, enquanto os valores de  $a_{12}$  se mantêm acima de 1. Caracterizando a vitória do Grupo 2, como pode ser visto na Figura 6.40, onde tem-se o Grupo 2 com mais de 130 agentes e na Figura 6.39 o Grupo 1 com menos de 100 agentes.

Para os resultados das simulações onde os grupos não apresentam um desequilíbrio na quantidade inicial de agentes, os resultados apontam que o grupo que possuir um índice maior de comunicabilidade ( $v$ ), conquista a vitória sobre o outro grupo. Dependendo do tipo de competição o parâmetro de comunicabilidade ( $v$ ) pode ser considerado como:

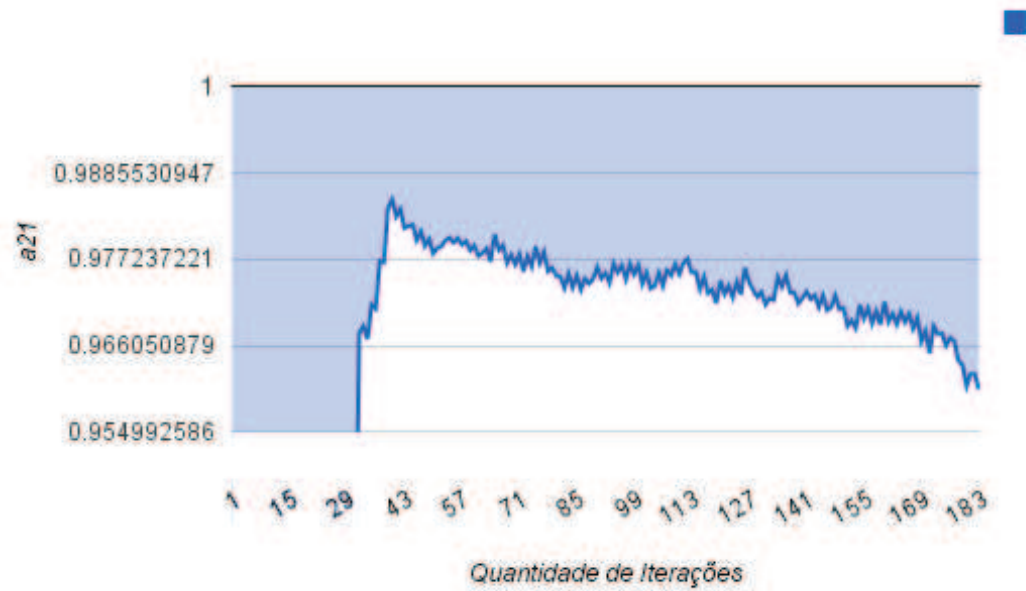


FIGURA 6.38 – Gráfico demonstrando os valores de  $a_{21}$  durante a simulação.

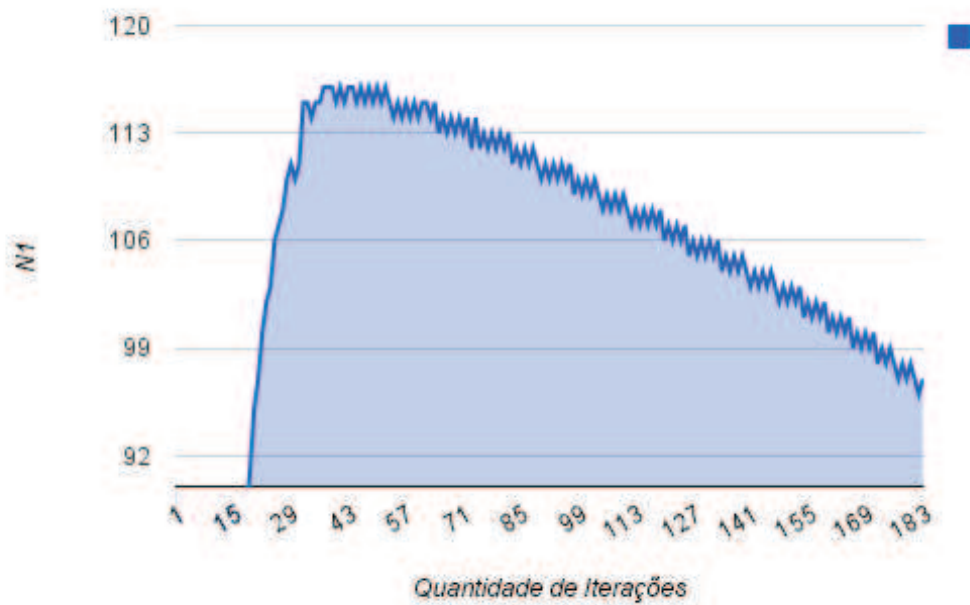


FIGURA 6.39 – Gráfico demonstrando os valores de  $N_1$  durante a simulação.

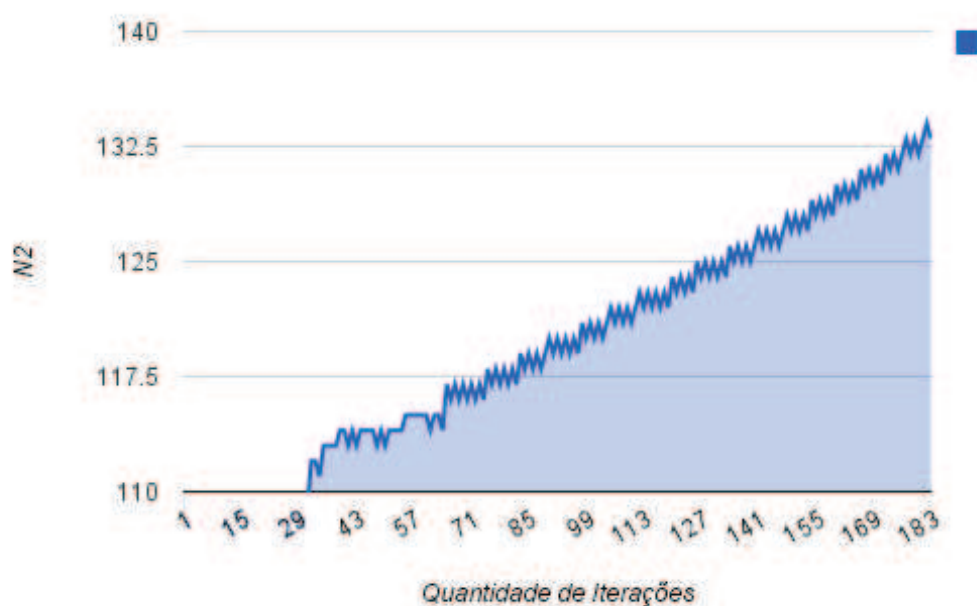


FIGURA 6.40 – Gráfico demonstrando os valores de  $N_2$  durante a simulação.

- A estratégia que um grupo utiliza sobre o grupo adversário;
- As escolhas tomadas pelo grupo para se lidar com determinada situação;
- Uma campanha de publicidade para atrair mais membros para o grupo;
- O desempenho de certa organização para que atraia o interesse de pessoas para se juntar a ela.

Considerando essas possíveis condições e formas que o parâmetro comunicabilidade ( $v$ ) pode ter, foram selecionados alguns indícios históricos que colaboram com essa teoria.

O indício é encontrado em uma disputa pelo poder entre facções de uma mesma religião, podendo ilustrar como grupos que sabem se organizar, ampliar seus componentes e direcionar suas estratégias para uma dominação rápida, segura e consolidada. Assim temos o caso do que aconteceu 300 anos depois da crucificação de Jesus Cristo, quando um debate sobre a divindade de Jesus foi questionada pela pergunta: Será Jesus Cristo o próprio Deus?

No concílio de Nicéia, Ário (um sacerdote erudito e eloqüente) e Atanásio (um bispo brilhante e dedicado) deflagraram duas correntes antagônicas. Os adeptos de Ário, denominados arianos, queriam que a Igreja adotasse como dogma a santidade de Jesus, mas não a sua total divindade. Por outro lado Atanásio defendia a santíssima

trindade onde Jesus também era Deus. A disputa demorou mais de 60 anos mas teve nos argumentos e estratégias de Atanásio e seu grupo a vitória. No final da disputa:

"Havia conservadores demais para que pudessem ser banidos sem provocar uma grande campanha de perseguição e o número de seguidores orientais do Credo niceno crescia rapidamente, sobretudo devido aos esforços de um dinâmico grupo de bispos centralizados na capadócia"(Rubenstein, 2001, p.245).

Isto é, o grupo que apoiava Atanásio, apoiava o Credo niceno e procurava consolidar o seu poder. Apesar de Valente, o imperador ariano, apoiar Ário e combater Atanásio, sua interferência não conseguiu vencer a influência dos nicenos. Isto se verifica quando Atanásio consegue impor como bispo um de seus aliados, Pedro. Este perseguido pelo imperador foge de Alexandria para Roma onde recebe o apoio de um niceno importante que tinha sido nomeado pontífice, o bispo Damásio. Resumindo, para a história religiosa, o grupo de Atanásio ampliou os seus componentes e com mais elementos, mais força e maior persuasão ganharam até mesmo da influência política.

Esse indício histórico apresente uma situação bem parecida com o resultado obtido pela simulação dessa seção. Um grupo que inicia em certa desvantagem, consegue se manter na disputa, ou seja, a desvantagem inicial não foi o bastante para eliminar o grupo mais fraco, sendo assim, com a chance de crescer o grupo inferior consegue obter a vitória no final.

Dos muitos exemplos da política é interessante selecionar e apresentar o caso da revolução russa.

"Os fatos que levaram a queda do governo provisório 1917 não foram espontâneos, mas tramados com cuidado e desencadeados por uma conspiração altamente organizada"(Pipes, 2008, p.127).

Os conspiradores precisaram de 3 anos de guerra civil para subjugar a maioria da população. Este golpe de estado que depois passou a ser confundido com uma revolução, tinha num grupo bem organizado o diferencial para obter sucesso com um pequeno grupo de homens que chega ao controle político sem praticamente nenhum envolvimento das massas. Lênin instruiu Trotski para disfarçar:

"Os preparativos bolcheviques por trás da fachada de um segundo congresso dos soviets, convocado ilegalmente, e confiou às tropas de choque a tarefa de tomar outros postos do governo"(Pipes, 2008, p.127).

Com a efetiva tomada do poder a sua permanência, foi um simples e violento jogo totalitário de submeter ou destruir o adversário.

O caso típico de uma facção bem planejada que opera dentro de um sistema de controle e competição constante pelo poder é a China do final do século XX. Mais caracteristicamente o grupo encabeçado por Deng XiaoPing.

"Deng, reabilitado, voltou à cena política em 1978 e trouxe consigo um objetivo - Por a China no estado de modernização econômica e, assim, transformá-la em uma nação

próspera e poderosa pela metade do século XXI"(Marti, 2007, p.269).

Apesar de Deng ter se retirado das funções públicas em 1989, 2 anos depois ele estava em confronto direto com Cheng Yun que por sua vez queria um partido comunista forte.

"Com o apoio do exército de libertação do povo, das forças de segurança e dos reformados remanescentes entre os anciões, Deng reagrupou os funcionários provinciais num grande esforço a fim de impedir o retrocesso econômico e o retorno das desacreditadas políticas da era Mao"(Marti, 2007, p.269).

O que garantiu a vitória de Deng e o sucesso em manter no poder alguém de sua equipe foi o fato de que:

"Deng sempre soube que o êxito do partido deveria-se ao exército de libertação do povo .... Assim, Deng tratou de cuidar do exército e de supri-lo"(Marti, 2007, p.274).

Com isso o exército de libertação do povo, fiador do grande compromisso, continuou tendo crescentes orçamentos para aparelhamento e tecnologia enquanto que:

"Deng defendia princípios capitalistas para as indústrias estatais"(Marti, 2007, p.155).

Deng foi bem sucedido, pois conseguiu expurgar ou converter seus oponentes colocando no poder Jiang Zenim.

Outro indício histórico encontrado é o caso do Sport Club Internacional que fechou o ano de 2005 com 13.460 sócios. Considerando a estratégia de conseguir mais sócios, seja através de campanhas publicitárias, seja através de um melhor desempenho do time no decorrer do ano. Sendo assim, no ano de 2006, o ano em que o time, fundado em 1909, conseguiu conquistar o título mais importante em disputas da América Latina, a copa Libertadores da América e consequentemente conquistando vaga para o Mundial de Clubes, competição mais importante do mundo para os clubes de futebol. No final do Mundial de Clubes o Internacional obteve o título de campeão do mundo, sobre o time catalão Futbol Club Barcelona.

Considerando que diversos times sul-americanos tenham participado dessa competição e de sua importância para os times que tem a chance de competi-la, pode-se perceber o impacto que esses dois títulos tem sobre o time vencedor. Isto observa-se na tabela 6.34 (INTERNACIONAL, 2012), que apresenta a quantidade de sócios inscritos no período, assim como a quantidade total de sócios no final do período.

TABELA 6.34 – Relação de novos sócios

Ano	Crescimento de novos sócios	Total de sócios no ano
2005	3.906	13.460
2006	17.982	31.442

A tabela 6.34 mostra que no ano de 2005, ano em que o Sport Club Internacional

não obteve nenhum dos dois títulos citados anteriormente, a quantidade de sócios inscritos foi de apenas 3.906 pessoas, totalizando no final do ano de 2005 13.460 sócios.

Agora no ano de 2006, ano da dupla conquista de títulos, o Sport Club Internacional obteve um crescimento considerável, onde 17.982 pessoas se associaram ao clube. Ou seja, mais de 100% da quantidade total de sócios que o time possuía, totalizando, no final de 2006, a quantidade de 31.442 sócios inscritos.

Além do ótimo desempenho do time durante as duas competições, foram feitas diversas campanhas de publicidade pelo estado do Rio Grande do Sul, baseadas nos feitos do time.

Com base nas simulações obtidas nesse trabalho, ao se considerar que um dos grupos fosse um time de futebol, a sua mobilização ( $v$ ) seria um valor que contemplaria propagandas publicitárias e o desempenho do time durante as competições. Sendo assim, essas duas competições citadas seriam consideradas os maiores valores possíveis para o valor de mobilização, resultando em um resultado bastante favorável para o grupo que os obtivessem.

Assim como o primeiro indício, esses últimos indícios apontam outras situações onde grupos em desvantagem conseguem superar a dificuldade inicial e superar o grupo adversário.

#### 6.4.2 Variando a Influência dos Agentes

Após se verificar qual o efeito da Fase 3 acionada durante as simulações e testar esse efeito em grupos desequilibrados, seguiu-se para a próxima etapa. Nessa seção, os grupos voltam a ficar equilibrados no início da simulação, ou seja, nessas simulações os grupos estarão se enfrentando nas mesmas condições. O Grupo 1 irá iniciar com 15 agentes assim como o Grupo 2. O que irá variar nessa etapa é a área de influência de cada agente. Todas as simulações feitas até o momento, contemplam uma área de influência maior que a área individual de cada agente. Como pode ser visto na Figura 6.41 (A), o círculo ao redor do agente representa a sua área de influência. Na parte (A), essa área de influência é maior que área individual de cada agente, na parte (B) ela possui uma área igual a área individual e na parte (C), representa uma área inferior a área individual.

A área individual de cada agente é estipulada de acordo com a equação (6.3). Ou seja, divide-se a área total do sistema pelo número total de agentes.

$$A_{ind} = \frac{A_{tot}}{N_T}, \quad (6.3)$$

onde:

- $A_{ind}$  representa a área individual de cada agente;
- $A_{tot}$  representa a área total do sistema;

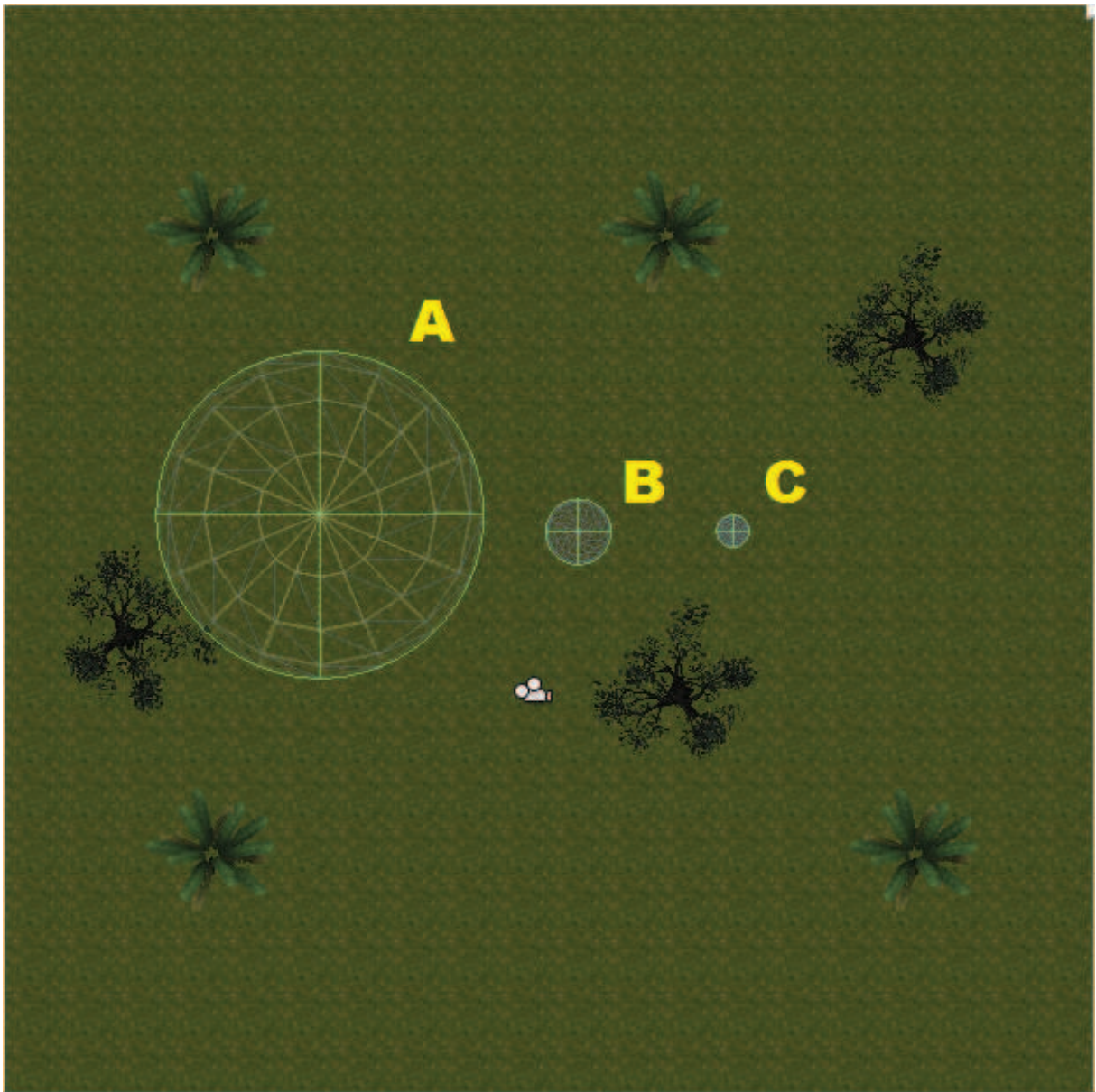


FIGURA 6.41 – A- Influência maior que área individual. B- Influência igual a área individual. C- Influência menor que área individual.



- $N_T$  representa o número total de agentes no sistema.

#### 6.4.2.1 *Influência com tamanho Maior que a Área Individual dos Agentes*

A primeira parte dessa seção apresenta os resultados obtidos nas simulações onde a área de influência dos agentes é maior que a área individual de cada agente. Nesse caso é possível verificar que os grupos se mantêm em equilíbrio, o Grupo 1 possui uma porcentagem de vitória de 45% e o Grupo 2 de 55%. No caso de não ter ocorrido nenhum empate, os quantificadores irão sempre apresentar uma taxa de validação de 100%.

TABELA 6.35 – Estatísticas das Simulações

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 35.79%	B = 0%	C = 21.60%	D = 42.61%
Porcentagem média da validação dos quantificadores	Confirmados = 100%		Não Confirmados = 0%	
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 100%	CP2 = 0%	CP3 = 0%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 45%	Grupo 2 = 55%	Empate = 0%	
Valor médio de iterações nas simulações	444			

Quando é feita uma simulação onde os dois grupos se iniciam em equilíbrio, e todos os agentes possuem uma área de influência grande, os resultados tendem a seguir o padrão observado na Tabela 6.35. Essa tabela mostra que quando um grupo vence uma simulação, o grupo adversário praticamente não consegue reverter a situação em nenhum instante. Ou seja, no momento em que um dos grupos começa a tomar vantagem, ele irá acabar sendo vencedor.

Os dados da Tabela 6.36 são porcentagens tiradas de 10 simulações feitas com essa configuração inicial. Tem-se 10 exemplos de como a simulação terminou, apresentando que sempre que os resultados iniciam favorecendo um dos grupos, o outro não consegue apresentar nenhuma reação. Por isso a disposição de quando o Caso C começa a ser resultado nas equações, o Caso D nunca acontece. E no caso o inverso, o mesmo acontece.

O comportamento citado pela Tabela 6.36, pode ser observado nas Figuras 6.42 e 6.43. Pode-se perceber que os valores de  $a_{12}$  e  $a_{21}$  estão se mantendo abaixo e se aproximando de 1 até a iteração 115. Nessa iteração é onde vai ocorrer pela primeira vez o Caso C, ou seja, o valor de  $a_{12}$  vai se manter abaixo de 1 e o valor de  $a_{21}$  vai passar de

TABELA 6.36 – Relação de Resultados entre os Casos C e D

Porcentagem do Caso C	Porcentagem do Caso D
60.5%	0%
0%	78.76%
0%	78.88%
0%	61%
0%	70.40%
74.70%	0%
0%	73.55%
0.37%	84.95%
80.20%	0%
69.80%	0%

1. Apartir desse ponto, pode-se perceber que o comportamento dos valores de  $a_{12}$  começa a se afastar de 1, enquanto que os valores de  $a_{21}$  continuam a crescer.

As Figuras 6.44 e 6.45 apenas confirmam o resultado final da simulação, onde o Grupo 1 vence terminando a simulação com mais de 135 agentes e o Grupo 2 com menos de 96 agentes.

#### 6.4.2.2 *Influência com tamanho Igual a Área Individual dos Agentes*

Nessa seção, o tamanho da área de influência dos agentes foi reduzida, deixando-a igual a área individual de cada agente. Na Tabela 6.37, não se percebe muita alteração em relação as simulações anteriores, as porcentagens de vitória dos dois grupos se mantêm próximas e equilibradas, com 50% para o Grupo 1 e 40% para o Grupo 2. Nesse caso, ocorreram empates e por causa disso a taxa de validação dos quantificadores não foi de 100%. Além disso a quantidade de iterações se manteve parecida com a anterior.

Agora o que ocorreu de diferente está presente na Tabela 6.38. Como a área de influência foi reduzida, aquela superioridade que atingia o grupo quando o seu oponente tivesse um valor de  $a$  acima de 1, não acontece com tanta força como anteriormente.

Agora as porcentagens de incidência dos Caso C e D estão diferentes. Nos casos anteriores as porcentagens se distribuíam sempre em uma proporção, onde se o Caso C ou D ocorre, o outro caso não poderá ocorrer. Ou seja, só um dos casos acontecia durante a simulação. Agora existem até mesmo casos com valores bem próximos entre as duas porcentagens, como por exemplo 39.84% e 40.64%. Porém mesmo assim, o grupo vencedor mantém uma forte vantagem sobre o outro, como pode ser visto na maioria dos casos da Tabela 6.38.

As Figuras 6.46 e 6.47 mostram uma das simulações feitas. Nesses gráficos pode-se perceber que assim que o valor de  $a_{12}$  passa de 1, na iteração 39, o valor de  $a_{21}$  se mantêm abaixo de 1. Porém não é como no caso anterior onde os valores de  $a_{21}$  iriam começar a

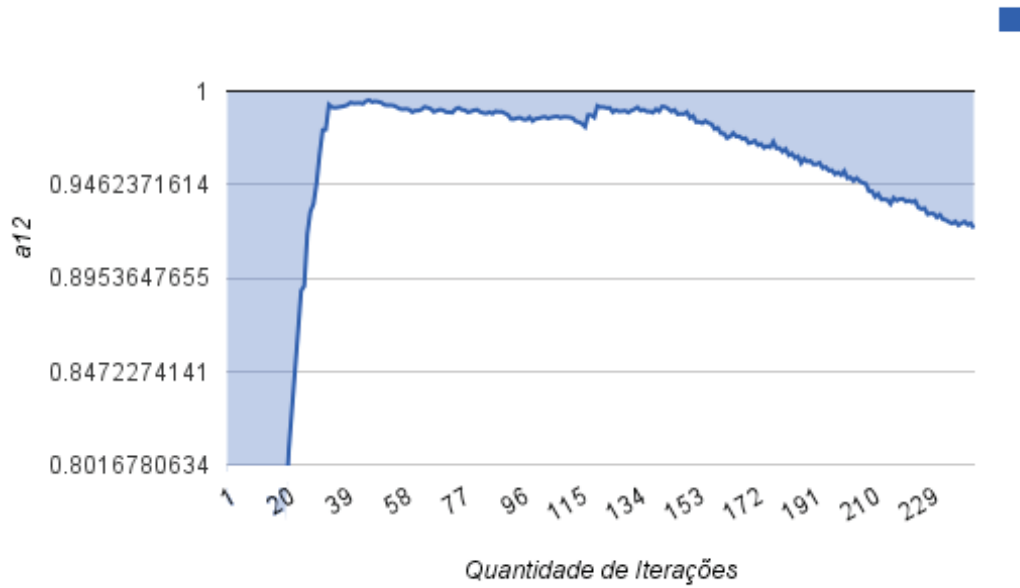


FIGURA 6.42 – Gráfico demonstrando os valores de  $a_{12}$  durante a simulação.

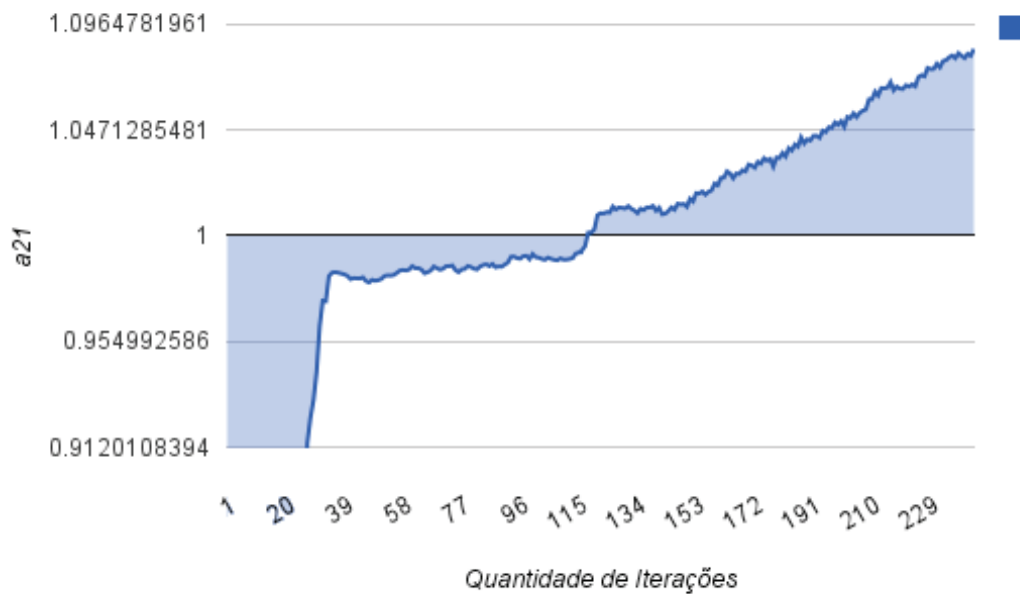


FIGURA 6.43 – Gráfico demonstrando os valores de  $a_{21}$  durante a simulação.

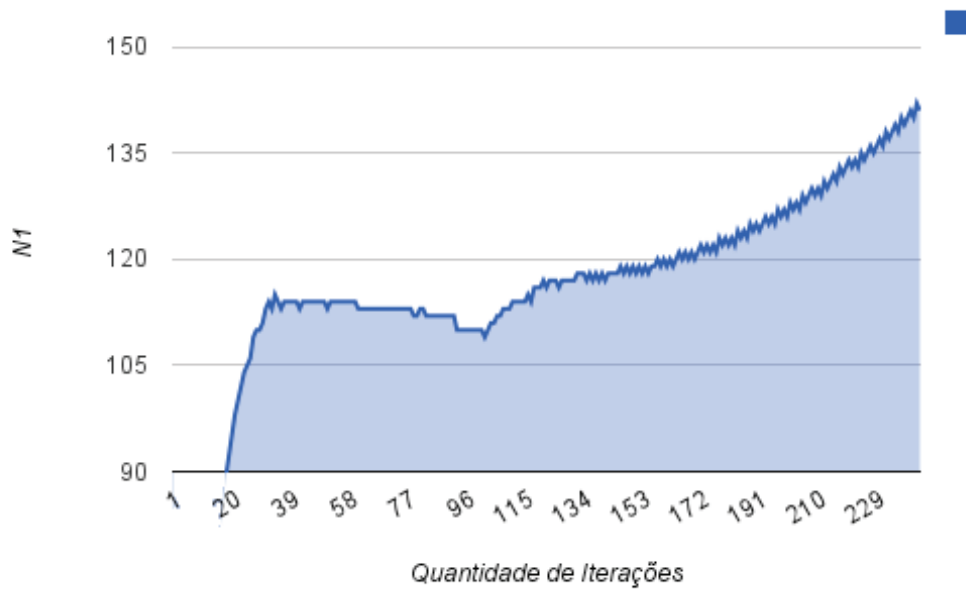


FIGURA 6.44 – Gráfico demonstrando os valores de  $N_1$  durante a simulação.

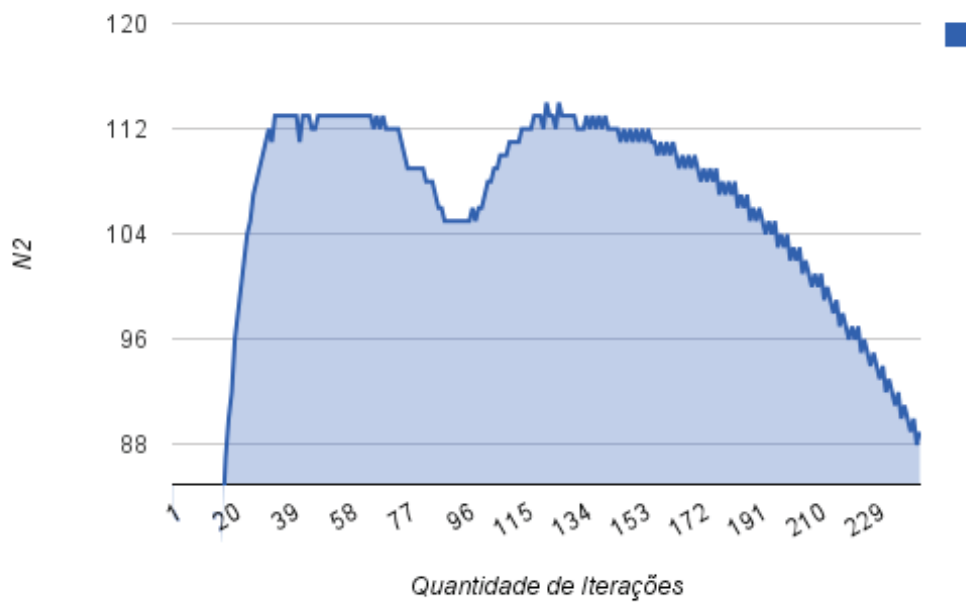


FIGURA 6.45 – Gráfico demonstrando os valores de  $N_2$  durante a simulação.

TABELA 6.37 – Estatísticas das Simulações

Parâmetros	Valores			
Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 29.49%	B = 0%	C = 37.48%	D = 33.03%
Porcentagem média da validação dos quantificadores	Confirmados = 90%		Não Confirmados = 10%	
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 90%	CP2 = 10%	CP3 = 0%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 50%	Grupo 2 = 40%	Empate = 10%	
Valor médio de iterações nas simulações	402			

TABELA 6.38 – Relação de Resultados entre os Casos C e D

Porcentagem do Caso C	Porcentagem do Caso D
39.84%	40.64%
86.64%	2.18%
76.61%	17.92%
0%	80.42%
5.50%	70.12%
2.20%	90.24%
84.28%	1.94%
84.90%	9.40%
0.29%	86.60%
0%	84.70%

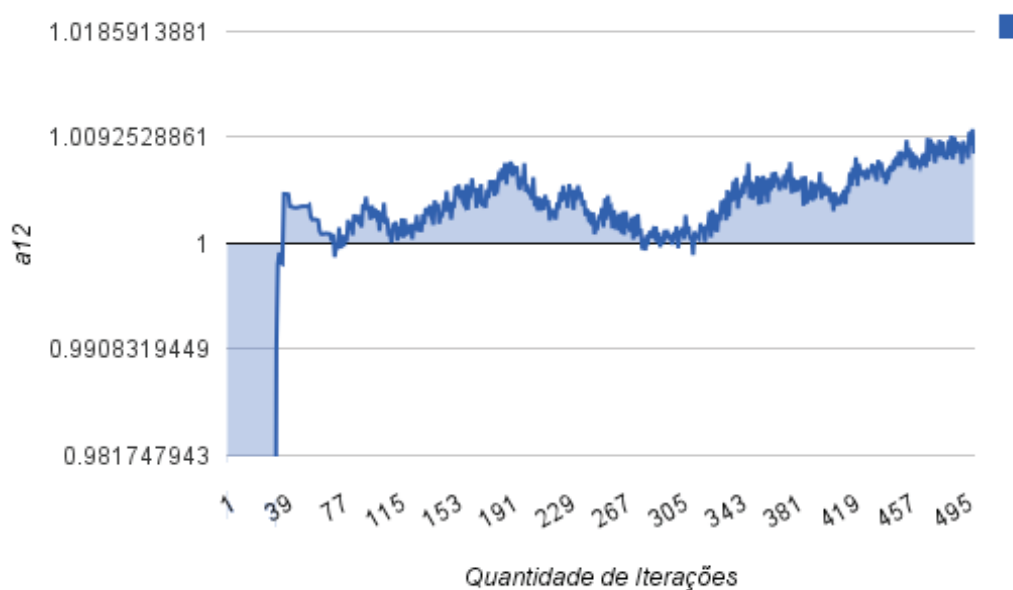


FIGURA 6.46 – Gráfico demonstrando os valores de  $a_{12}$  durante a simulação.

se distanciar de 1. Nesse caso os valores de  $a_{21}$  continuam a se aproximar de 1, enquanto os de  $a_{12}$  também voltam a se aproximar de 1. Essa oscilação determina que mesmo que o valor de  $a$  tenha passado de 1, o grupo, a qual esse  $a$  pertence, ainda tem chances de vitória.

Por fim, as Figuras 6.48 e 6.49 apresentam os valores finais de quantos agentes cada grupo possui no final da simulação. O Grupo 1 fica com aproximadamente 104 agentes, enquanto o Grupo 2 fica com mais de 120 agentes.

#### 6.4.2.3 Influência com tamanho Menor que a Área Individual dos Agentes

Nessa última seção, estão os resultados das simulações onde a área de influência é menor que a área individual de cada agente. Assim como explicado acima, a Tabela 6.39 de estatísticas é bem similar às anteriores. As taxas de vitória dos grupos ainda está equilibrada e os quantificadores não possuem 100% na sua validação pois ocorreram empates.

A maior alteração que aparece na Tabela 6.40, é onde estão apresentadas a relação das porcentagens de incidência dos Casos C e D em cada iteração. Nesse caso pode-se perceber que as porcentagens para os dois grupos estão com valores próximos. Ou seja, os grupos agora tem chances de vitórias mesmo que as condições não estejam favoráveis. Por exemplo, as porcentagens de 51.54% e 31.54%, da primeira linha da Tabela 6.40,

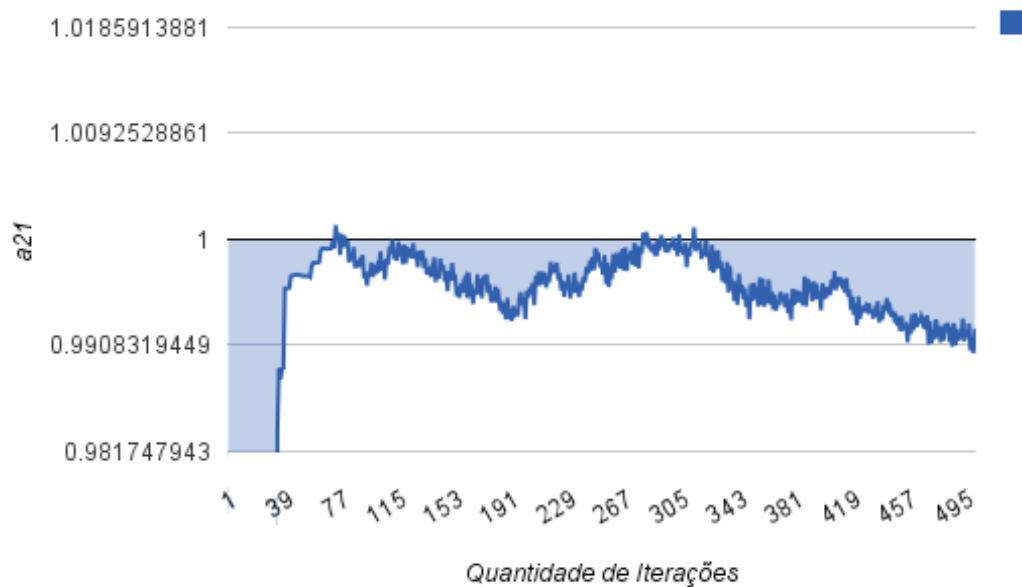


FIGURA 6.47 – Gráfico demonstrando os valores de  $a_{21}$  durante a simulação.

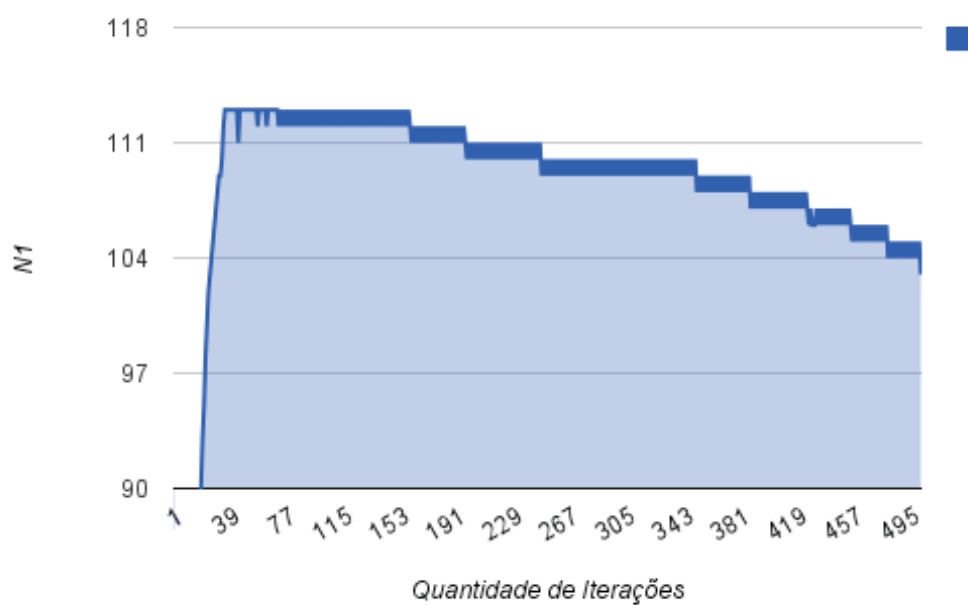


FIGURA 6.48 – Gráfico demonstrando os valores de  $N_1$  durante a simulação.

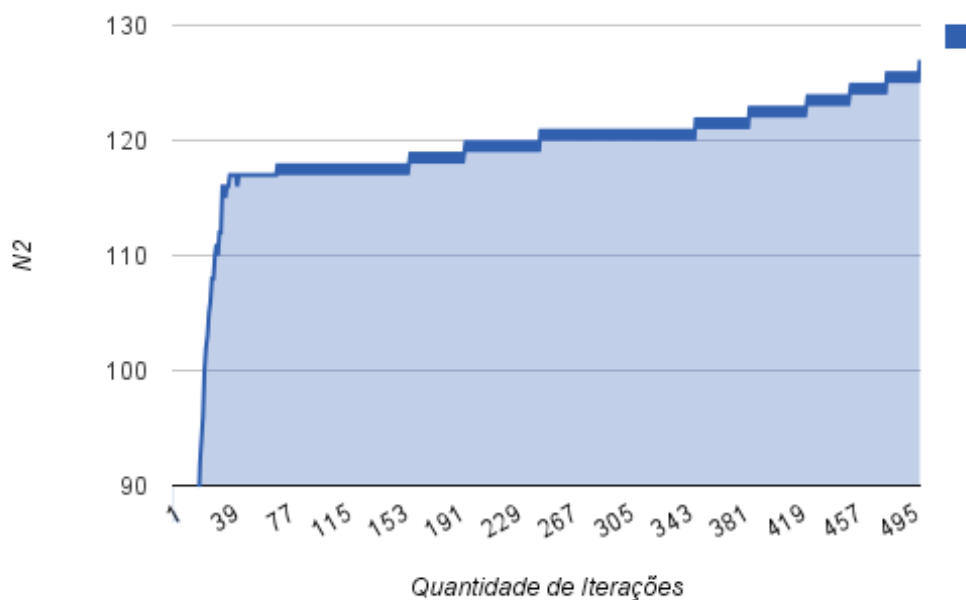


FIGURA 6.49 – Gráfico demonstrando os valores de  $N_2$  durante a simulação.

TABELA 6.39 – Estatísticas das Simulações

Parâmetros	Valores			
	Porcentagem média dos Casos resultantes	A = 41.78%	B = 0%	C = 35.05%
Porcentagem média da validação dos quantificadores	Confirmados = 90%		Não Confirmados = 10%	
Porcentagem média dos critérios de parada utilizados	CP1 = 90%	CP2 = 10%	CP3 = 0%	CP4 = 0%
Porcentagem média do grupo vencedor	Grupo 1 = 50%	Grupo 2 = 40%	Empate = 10%	
Valor médio de iterações nas simulações	541			



apresentam um caso onde os valores de  $a_{21}$  se mantiveram abaixo de 1 durante 30% do tempo da simulação e os valores de  $a_{12}$  se mantiveram abaixo de 1 durante 50% do tempo da simulação. Ou seja, mesmo quando um desses valores passou de 1, isso não foi definitivo para que o grupo perdesse.

TABELA 6.40 – Relação de Resultados entre os Casos C e D

Porcentagem do Caso C	Porcentagem do Caso D
51.54%	31.54%
30.20%	55.13%
36.25%	34.50%
23.45%	62.42%
50.55%	34.20%
91.60%	2.44%
85.50%	0%
6.50%	89.45%
60.45%	26.12%
11.63%	66.56%

As Figuras 6.50 e 6.51 apresentam um caso onde ocorreu uma oscilação nos valores de  $a_{12}$  e  $a_{21}$ . Pode-se perceber que até próximo da iteração 73 os dois valores se mantêm abaixo de 1. Após essa iteração, o valor de  $a_{12}$  passa de 1. Após esse instante, os valores de  $a_{12}$  e  $a_{21}$  continuam se direcionando ao valor 1. Ao redor da iteração 127 os valores  $a_{12}$  e  $a_{21}$  trocam de posição por um curto período de tempo e depois voltam a suas posições. Mas próximo da iteração 163 os valores trocam de posição de vez, ou seja, os valores de  $a_{12}$  ficam abaixo de 1 e os valores de  $a_{21}$  ficam acima de 1, e ambos se distanciando de 1. Essa distribuição de valores para os parâmetros  $a_{12}$  e  $a_{21}$  confirmam o empate entre os grupos, como pode ser visto nas Figuras 6.52 e 6.53.

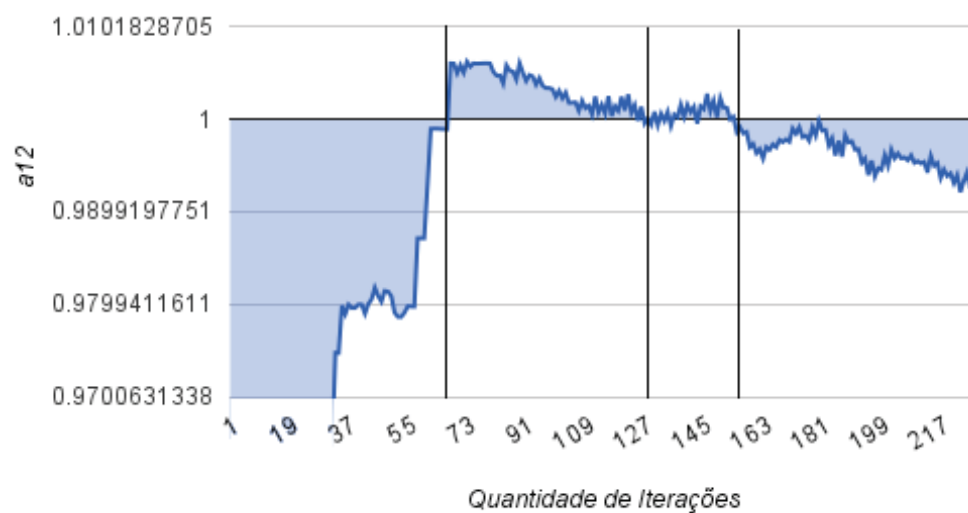


FIGURA 6.50 – Gráfico demonstrando os valores de  $a_{12}$  durante a simulação.

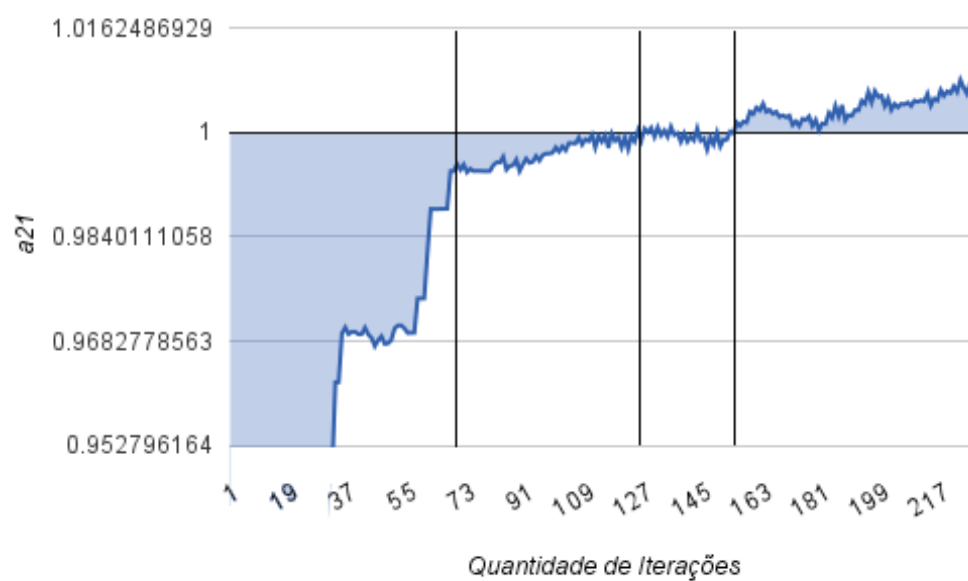


FIGURA 6.51 – Gráfico demonstrando os valores de  $a_{21}$  durante a simulação.

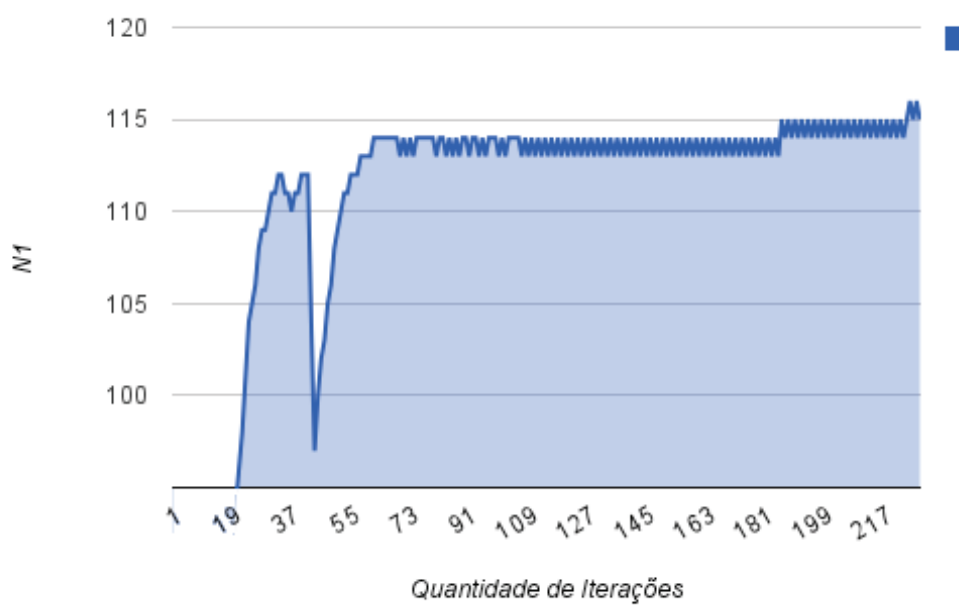


FIGURA 6.52 – Gráfico demonstrando os valores de  $N_1$  durante a simulação.

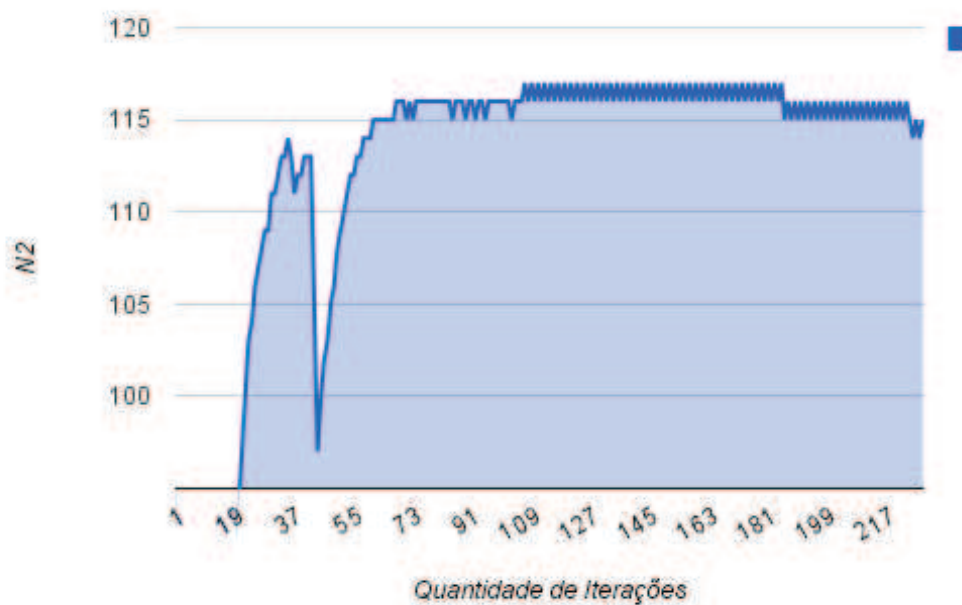


FIGURA 6.53 – Gráfico demonstrando os valores de  $N_2$  durante a simulação.

## 7 CONCLUSÃO

Esta dissertação apresentou um modelo de interações de agentes e de grupos. O simulação contempla três fases distintas. Na primeira fase os agentes apenas interagem individualmente influenciando uns aos outros formando dois grupos. Esta fase foi representada por uma simulação não-determinística. Na segunda fase, os agentes interagem através de seus grupos baseado em equações de dinâmica de populações. Nesta fase os parâmetros dos agentes e conseqüentemente das equações variam a cada iteração. O objeto principal de estudo deste trabalho foi a análise da terceira fase, onde os agentes agrupados interagem com o grupo antagônico e continuam a manter as suas individualidades e a interagir com outros agentes. Além disto foi apresentado um visualizador do modelo para que se pudesse acompanhar em tempo real a mudança de parâmetros dos agentes e dos grupos.

Esta dissertação apresenta duas contribuições importantes e inéditos. A primeira consiste em usar as equações de Lotka-Volterra para modelagem da segmentação de uma população em dois grupos, cada um associado a conceitos/escolhas concorrentes. Esta hipótese implica que os grupos formados em torno de tais conceitos sejam concorrentes. Neste escopo, os coeficientes das equações de Lotka-Volterra são definidas a partir das médias dos parâmetros dos indivíduos formadores de cada grupo. A segunda contribuição é considerar a modelagem dinâmica, no sentido de que os coeficientes do modelo sejam atualizados na medida que os grupos sofrem modificações, bem como na medida em que os parâmetros individuais se modifiquem devido às suas interações. Com isto, a modelagem do sistema passa a ter uma componente estocástica, fazendo que as análises de estabilidade linear sejam inócuas, justificando assim, a metodologia adotada de experimentos computacionais para levantamento estatístico de resultados.

Nos resultados apresentados nessa dissertação, é possível perceber que os resultados podem se afastar bastante daqueles previstos pela análise de estabilidade linear, quando se consideram as variações dos parâmetros das equações devido à dinâmica de grupos e interação entre indivíduos, corroborando assim com a conhecida complexidade social envolvendo grupos segmentados. De fato, a individualidade dos agentes pode reforçar a vantagem inicial de um dos grupos, devido às suas interações com os "colegas" ou com indivíduos de outro grupo, auxiliando um grupo em desvantagem a superar o grupo adversário. Como já citado, tais conclusões são respaldadas pela literatura histórica sobre guerras e eleições, mostrando que a modelagem e simulação apresentadas nesta dissertação têm sentido sociológico.

Portanto, a metodologia aqui proposta pode contribuir para o entendimento do processo social de segmentação envolvendo conceitos concorrentes, possibilitando previsões bem como dando pistas de como se pode intervir no processo em prol de adoção

de um ou outro conceito por parte de uma população.

Em trabalhos futuros incluem-se a possibilidade de explorar a variabilidade de outros parâmetros, como a influência por exemplo, tanto nas interações individuais como nas de grupo. Além disto, novos modelos de dinâmica de populações, como os modelos de cooperação, podem vir a ser incluídos para simular novos tipos de interações entre os grupos.

## BIBLIOGRAFIA

- BRENT,E.; THOMPSON, G.A. Sociology: Modeling Social Interaction With Autonomous Agents *Social Science Computer Review*, v.17, n.3, p. 313–322, 1999.
- CASTIAUX,F. Inter-organisational Learning Lotka-Volterra Modelling of Different Types of Relationships. In: (Eds. M. Kennedy, G.W. Winch, R.S. Langer, J. I Rowe, and J. M. Yanni). *Proceedings of the 22nd International Conference of the Systems Dynamics Societ*, 2004.
- COPPEX,F.; DROZ, M.; LIPOWSKI, A. Lotka-Volterra Model of Macro-Evolution on Dynamical Networks. In: *BUBAK, M et al.(Eds.):ICCS 2004, LNCS 3039, p.742-749*, 2004.
- DOBBYN, S.; O’SULLIVAN,C.. Populating virtual environments with crowds: Level of detail for reat-time crowds. In: Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland: Eurographics Association, 2006.
- DORIGO, M.; GAMBARDELLA, L. M. Ant colony system: A co-operative learning approach to the travelling salesman problem. *IEEE Transactions on Evolucionary Computation*, v. 1, n. 1, p. 53–66, 1997.
- DOUGHERTY, M. et al. Batalhas na Bíblia: Conflitos Militares e Religiosos que Determinaram a História da Humanidade. São Paulo: M.Books do Brasil Editora, 2010. 223p.
- FIGUEIRÓ, J. Como ocorre o efeito manada?. Disponível em: <http://www.estadao.com.br/noticias/impreso,efeito-manada-motiva-massas,459245,0.htm> , Acesso em: 2011
- FREY, E. Evolutionary Game Theory: Theoretical Concepts and Applications to Microbial Communities. In: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 389, p. 4265–4298,2010.
- GUY, S.J.;CHHUGANI, J.;CURTIS, S.;DUBEY, P.;LIN, M.;MANOCHA, D.PLEdestrians: a least-effort approach to crowd simulation. In: *Proceedings of the 2010 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland: Eurographics Association, 2010. (SCA '10), p. 119–128.
- INTERNACIONAL Sport Club. Disponível em: <http://www.internacional.com.br/splash.php> . Acesso em: 2012.

- JEX, S.; BRITT, T.; *Organizational Psychology: A Scientist-Practitioner Approach. Hoboken, New Jersey: John Wiley and Sons*, Second Edition, p. 341-3645, 2008.
- JORDAN, D. *A História da Segunda Guerra Mundial. São Paulo: M.Books do Brasil Editora*, 2011. 296p.
- KODAMA, M. Transforming an Old-economy Company Into a New Economy: The Case Study of a Mobile Multimedia Business in Japan. *Technovation*, v. 23, p.239–250, 2003
- KREBS, C. J.; HARPER, C.; ROW, D. *Empirical Test of Lotka-Volterra. New York*, 1985.
- KWON, T.; LEE, K. H.; LEE, J.; TAKAHASHI, S. Group motion editing. *ACM SIGGRAPH*, 2008.
- LAI, Y.-C.; CHENNEY, S.; FAN, S. Group motion graphs. *ACM SIGGRAPH*, 2005.
- LARENTIS, B. V.; VILLAMIL, M. B.; OLIVEIRA, L. P. L. d. A competition model for battle games. *SBGames 2010*, 2010.
- LAURILA, P. Geometry Culling in 3D Engines. Disponível em: <http://www.gamedev.net>. Acesso em: 2011.
- LEE, K.H.; CHOI, M. G.; HONG, Q.; LEE, J. Group behavior from video: A data-drive approach to crowd animation. *ACM SIGGRAPH*, 2007.
- LOTKA, A. Undaped oscillations derived from the mass action. *J. Amer.Chem.Soc.*, n. 42, p. 1595–1599, 1920.
- MACY, M.W.; WILLER, R. From factors to actors: Computational sociology and agent-based modeling. 2002.
- MARTI, M. E. *A China de Deng Xiaoping. Rio de Janeiro: Nova Fronteira*, 2007. 341p.
- MARTIN, J.D.; SPEIGHT, M.D.; HUNTER, A. D. W. *Ecology of Insects : concepts and applications. Blackwell Science Ltd*, 1999.
- MORETTI, S. Computer Simulation in Sociology. *Social Science Computer Review*, v. 20, n.1, p.43–57, 2002
- MURRAY, J. D. *Mathematical Biology. New York, USA: Springer-Verlang Berlin Heidelberg*, 1989.

- ONDREJ, J.; PETTRE, J.; OLIVIER, A.; DONIKIAN, S. A synthetic-vision-based steering approach for crowd simulation. *SIGGRAPH '10: ACM SIGGRAPH 2010 Papers*, 2010.
- PABJAN, B. The use of models in sociology. *Physica A*, v. 336, p. 146–152, 2003.
- PIPES, R. História Concisa da Revolução Russa. Rio de Janeiro: Grupo Editorial Record - Edições BestBolso, 2008. 434p.
- POP, C. et al. Some Geometric Aspects in Theory of Lotka-Volterra System. *International Conference on Sustainability in Science Engineering*, p. 91–96, 2009.
- PUURTINEN, M; MAPPES, T. Between-group Competition and Human Cooperation. In: *The Royal Society*, v. 276, p. 355–360, 2008.
- PRAZAK, M.; KAVAN, L.; McDONNELL, R.; DOBBYN, S.; O'SULLIVAN, C. Moving crowds: a linear animation system for crowd simulation. *Proceedings of the 2009 symposium on Interactive 3D graphics and games*. New York, NY, USA: ACM, 2009. (I3D '09), p.9:1. ISBN 978-1-60558-429-4.
- RESNICK, M. *Termites Turtles and Traffic Jams*. Exploration in Massively Parallel Microworlds: MIT Press, 1997.
- RUBENSTEIN, R. E. Quando Jesus se Tornou Deus. Rio de Janeiro: Editora Fissus, 2001. 296p.
- GARCIA, R. O terror do Mar Egeu. Disponível em:  
<<http://revistagalileu.globo.com/Galileu/0,6993,ECT739960-3572-2,00.html>>.  
Acesso em: 2012.
- REYNOLDS, C. Flocks, herds, and schools: A distributed behavioral model, in *Computer Graphics*. p. 22–43, 1987.
- SCARDAMALIA, M; BEREITER, C.: Knowledge Building. *Encyclopedia of Education*. 2nd edition. New York: Macmillan Reference, 2003.
- SCHRUM, J. Modeling Population Dynamics with Volterra-Lotka Equations. In: *Partial Fulfillment of the Mathematics Capstone*, 2005.
- SUNDARAPANDIAN, V. Exponential Observers for Lotka-Volterra Systems. *International Journal on Computer Science and Engineering* v. 3, n. 3, p. 1351-1362, 2011.
- SUNDARAPANDIAN, V. Local observer design for nonlinear systems. *Math. Computer Modelling* v. 35, p. 25-36, 2002.



- TAKAHASHI, K. Dynamic Stability in the Political Complexity: The Variations of Lotka-Volterra Equations *American Political Science Association*, 2009
- TERZOUPOULOS, D. Artificial life for computer graphics. *Communications of the ACM*, v. 42, n. 8, p. 33–42, 1999.
- Unity 3D. Unity 3D Game Development Engine. Disponível em: <http://unity3d.com>. Acesso em: 2011.
- VIKTOR, V.; Economic Motion: An Economic Application of the Lotka-Volterra Predato-Prey . *Franklin and Marshall College Archives*, 2007.
- VILLAMIL, M. B.; OLIVEIRA, L. P. L.; MUSSE, S. R. A model for generating competitive groups based on virtual agents progression. *International Conference on Computer Animation and Social Agents*. [S.l.]: Hong Kong Polytechnic University, p. 133–138. 2005.
- VOLTERRA, V. Variations and fluctuations of a number of individuals in animal species living together. *Mem. Acad. Lincei.*, n. 2, p. 31–113, 1926.
- YOSHIDA, K. Long Survival of *living fossils* with low taxonomic diversities in an evolving food web. *Paleontological Society*, v.28,n.4, p. 464–473, 2002.
- WANGERSKY, P. J. Lotka-Volterra Population Models. *Annual Reviews of Ecology and Systematics*, v.9, p. 189–218, 1978.
- WU, H.;SUN, C. What Should We Do Before Running a Social Simulation? The importance of Model Analysis. *Social Science Computer Review*, v.23,n.2, p. 221–234, 2005.
- ZAIANE, O. Data Mining : Clustering. Disponível em: <http://webdocs.cs.ualberta.ca/~zaiane/courses/cmput690/slides/Chapter8/index.html> . Acesso em: 2011.