

UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS  
PROGRAMA INTERDISCIPLINAR DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
COMPUTAÇÃO APLICADA - PIPCA

**Um Modelo Genérico para Fluxos  
em Estruturas Auto-Similares e a  
sua Relação com Espectros Afins: da  
geometria da árvore brônquica às  
características espectrais dos sons  
pulmonares.**

por

DANIEL FAISTAUER

Dissertação submetida à avaliação  
como requisito parcial para a obtenção do grau de  
Mestre em Computação Aplicada

Prof Dr. Luiz Paulo Luna de Oliveira  
Orientador

São Leopoldo, maio de 2004.

## CIP — CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO

Faistauer, Daniel

Um Modelo Genérico para Fluxos em Estruturas Auto-Similares e a sua Relação com Espectros Afins: da geometria da árvore brônquica às características espectrais dos sons pulmonares. / por Daniel Faistauer. — São Leopoldo: Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da UNISINOS, 2004.

77 f.: il.

Dissertação (mestrado) — Universidade do Vale do Rio dos Sinos. Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas Programa Interdisciplinar de Pós-Graduação em Computação Aplicada - PIPCA, São Leopoldo, BR-RS, 2004. Orientador: Oliveira, Luiz Paulo Luna de.

1. pulmão. 2. som. 3. simulação. I. Oliveira, Luiz Paulo Luna de. II. Título.

UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS

Reitor: Dr. Aloysio Bohnen

Pró-Reitor do PROENPE: Padre Dr. Pedro Gilberto Gomes

Diretora de Pós-Graduação: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Flavia Werle

Pró-Diretor de Ensino, Pesquisa e Extensão: Prof. MSc. Volnei Pereira da Silva

Coordenador do PIPCA: Prof. Dr. Arthur Tórgo Gómez

*“Dedico este trabalho aos meus pais, Eliseu e Diva, que muito me incentivaram.  
Ao meu irmão Fábio que supriu com alegria as minhas ausências na empresa  
para que eu pudesse desenvolver este trabalho. À minha noiva Fernanda, que  
amo muito, pelo simples fato de sempre estar junto comigo.”*

# Agradecimentos

Especialmente ao meu orientador de dissertação Luiz P. L. de Oliveira e ao meu primeiro orientador Bardo J. E. Bodmann pelo companheirismo e paciência de ambos no trabalho de me conduzir nesta pesquisa.

Ao professor João Goedert pelas várias colaborações feitas ao longo destes dois anos de pesquisa.

Aos meus colegas de mestrado e amigos do PIPCA que compartilharam comigo todos os momentos desta longa jornada.

À CAPES pelo suporte financeiro a este trabalho.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>7</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>10</b>
<b>Resumo</b>	<b>11</b>
<b>Abstract</b>	<b>12</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>13</b>
1.1 Objetivo . . . . .	15
1.2 Metodologia . . . . .	16
1.3 Organização do trabalho . . . . .	16
<b>2 Conceitos fundamentais</b>	<b>18</b>
2.1 Fractais . . . . .	18
2.2 Transformada de Fourier . . . . .	20
2.3 Emissão de sons . . . . .	23
2.4 Mecânica de fluidos . . . . .	24
<b>3 Revisão bibliográfica</b>	<b>28</b>
3.1 Caracterização dos sons pulmonares . . . . .	28
3.1.1 Sons respiratórios normais . . . . .	28
3.1.2 Sons respiratórios anormais . . . . .	29
3.2 Características geométricas dos pulmões . . . . .	32
3.2.1 Geometria fractal dos pulmões . . . . .	34
3.2.2 Modelos de árvores pulmonares . . . . .	35
3.3 Simulação de fluidos em estruturas ramificadas . . . . .	37
<b>4 Esquema de interação para produção de sons pulmonares</b>	<b>41</b>
4.1 Delimitando os parâmetros do esquema . . . . .	46

<b>5</b>	<b>Modelo</b>	<b>49</b>
5.1	Interações partícula-parede . . . . .	50
5.2	Interações partícula-partícula . . . . .	52
<b>6</b>	<b>Simulações do transporte de partículas para produção de sons pulmonares</b>	<b>55</b>
6.1	Software . . . . .	55
6.2	Resultados . . . . .	58
6.2.1	O efeito das interações partícula-parede . . . . .	60
6.2.2	O efeito das interações partícula-partícula . . . . .	64
6.3	Síntese do som . . . . .	68
<b>7</b>	<b>Conclusões e trabalhos futuros</b>	<b>71</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>75</b>

# Lista de Figuras

FIGURA 2.1 – Gráfico log-log do comprimento total das ramificações em função do tamanho médio das ramificações pulmonares, Nelson [4].	21
FIGURA 2.2 – Espectro sonoros: a) discreto, resultante da aplicação de séries de Fourier e b) contínuo, resultante da aplicação da transformada de Fourier . . . . .	22
FIGURA 3.1 – Espectros de sons respiratórios e inspiratórios normais: A) obtido na parte superior direita do peito; B) obtido na parte inferior direita do peito e C) obtido na parte inferior esquerda do peito. Graviely [2]. Legenda: <i>expiratory</i> : expiratório, <i>inspiratory</i> : inspiratório, <i>log amplitude</i> : amplitude em escala logarítmica, <i>log frequency</i> : frequência em escala logarítmica . . . . .	30
FIGURA 3.2 – Série temporal característica de <i>wheezes(a)</i> e <i>crackles(b)</i> . Sovijarvi [15]. Legenda: <i>airflow</i> : fluxo de ar, <i>sound amplitude</i> : amplitude do som, <i>time</i> : tempo. . . . .	31
FIGURA 3.3 – Árvore respiratória humana, Kamm [21]. . . . .	33
FIGURA 3.4 – Área de troca ao longo das gerações de ramificações das estruturas pulmonares, com base no modelo pulmonar de Weibel. . . . .	34
FIGURA 3.5 – Fluxos de ar dentro da árvore brônquica, com número de Reynolds alto ( $Re=4800$ ). Almeida [25]. . . . .	39
FIGURA 3.6 – Mapa das distribuições horizontais de fluxos. $x$ representa os vários brônquios de uma mesma geração ordenados de forma que o primeiro brônquio começa na posição 0,0 e o último termina na posição 1,0, sem interrupções devido a troca de brônquio. $g$ é o fluxo máximo normalizado. A linha superior no gráfico representa a distribuição de fluxos para a quinta geração. Já a linha inferior representa a distribuição de fluxos para a décima geração. Almeida [25] . . . . .	40

FIGURA 4.1 – Esquema de bifurcação simétrica entre brônquicos de gerações consecutivas de $\mathcal{T}$ . O <i>skeleton</i> de $\mathcal{T}$ é obtido substituindo os cilindros de todos brônquios de todas as gerações pelos seus eixos com o mesmo comprimento. No fim, assemelha-se ao <i>skeleton</i> de interação (veja a figura 4.2). . . . .	42
FIGURA 4.2 – Árvore de interação, para $n = 1, 2, \dots, 10$ (a traquéia não está mostrada), que assemelha-se ao <i>skeleton</i> de $\mathcal{T}$ . . . . .	44
FIGURA 4.3 – Gráfico de $D(\mathcal{P})$ como função de $\delta$ e $A$ (veja a equação (4.8)). . . . .	46
FIGURA 4.4 – formato típico do espectro de acordo com Gavriely et al. (1995). As linhas tracejadas representam a variabilidade de amplitude observada na região de baixas frequências. Perceba que as frequências estão distribuídas numa escala logarítmica. . . . .	48
FIGURA 5.1 – Previsão teórica para o espectro típico obtido a partir do modelo proposto com interações partícula-parede e partícula-partícula dada pelo potencial $\Pi$ como definido em 5.10. Perceba que $\omega_{\Pi}$ é a frequência fundamental devido a $\Pi$ e $\omega_{int}$ é o limite da região espectral dominada por $\Pi$ . Perceba também que além de $\omega_{int}$ as interações partícula-partícula dominam e o padrão é o mesmo previsto em (5.7). . . . .	53
FIGURA 6.1 – Estrutura de $\mathcal{T}$ construída a partir das células básicas utilizadas no software simulador, com 5 gerações de ramificações a partir da traquéia, utilizando as dimensões obtidas do modelo de Weibel [32]. . . . .	56
FIGURA 6.2 – Telas típicas de operação do software desenvolvido para realizar a simulação do transporte das partículas na estrutura $\mathcal{T}$ . . . . .	59
FIGURA 6.3 – Espectro típico obtido para o caso de fluxos inicialmente laminares para o modelo 2D auto-similar de $\mathcal{T}$ : (a) sem adição de ruído Browniano e (b) com adição de ruído Browniano. . . . .	61
FIGURA 6.4 – Espectro típico obtido para o caso de fluxos inicialmente turbulentos para o modelo 2D auto-similar de $\mathcal{T}$ : (a) sem adição de ruído Browniano e (b) com adição de ruído Browniano. . . . .	62
FIGURA 6.5 – Espectro típico obtido com o modelo auto-similar 3D para $\mathcal{T}$ : (a) com fluxo do tipo laminar e (b) com fluxo do tipo turbulento. . . . .	63
FIGURA 6.6 – Os gráficos de $n_{\Pi}$ (sólido) e $n_{int}$ (tracejado) obtidos com alteração dos valores de $C_2$ são mostrados. A partir deste gráfico pode-se estimar que $n_{int} \approx n_{\Pi} + 7$ . . . . .	65



- FIGURA 6.7 – Espectro típico obtido para o modelo 2D com ruído Browniano e interação quadrática entre as partículas dada por (5.10) com  $C_2 = 0,2$ . A atenuação dos tecidos de 7,0 dB/oct já está aplicada na região das altas frequências. . . . . 65
- FIGURA 6.8 – Espectro típico obtido para o modelo auto-similar 2D de  $\mathcal{T}$  com ruído Browniano com interações polinomiais dadas por (6.1) para: (a)  $M = 3$  ( $C_3 = 0,2$ ,  $C_2 = 0,0$ ,  $C_1 = 0,0$ ) e (b)  $M = 4$  ( $C_4 = 1,0$ ,  $C_3 = -1/20$ ,  $C_2 = 1/160$ ,  $C_1 = -1/16000$ ). A atenuação dos tecidos de 7,0 dB/oct já está aplicada à região das altas frequências. . . . . 66
- FIGURA 6.9 – Criação do vórtice virtual  $C$  para simulação da interação dos vórtices  $A$  e  $B$  com condições de contorno . . . . . 68
- FIGURA 6.10 – Diagrama do esquema de sintetização de som a partir dos dados fornecidos com a simulação de nosso modelo . . . . . 69

## Lista de Tabelas

TABELA 3.1 – Dimensão fractal da estrutura pulmonar humana, Nelson [4]. . . . .	35
TABELA 3.2 – Dimensões das ramificações pulmonares segundo Weibel, [21]. . . . .	36
TABELA 3.3 – Dimensões de Raio e Diâmetro para as 10 primeiras ramificações pulmonares segundo Horsfield [24]. . . . .	37
TABELA 6.1 – Valores para $A$ (em dB/oct) encontrados para diferentes ângulos de bifurcação com os respectivos <i>ripples</i> (em dB), escritos entre parênteses. . . . .	63

# Resumo

Neste trabalho um esquema teórico é proposto para a produção de sons pulmonares normais de altas frequências. Este esquema é baseado na discretização em multi-escala do fluxo de ar em elementos discretos independentes que interagem de maneira sintonizada com a estrutura geométrica que representa a árvore brônquica. Os resultados mostram que o espectro de amplitudes obtido, em escala log-log, é afim (retilínio) com inclinação dependente da dimensão fractal da árvore brônquica. As previsões teóricas com base neste esquema se mostraram compatíveis, qualitativamente e quantitativamente, com as características espectrais relatadas na literatura.

Posteriormente é realizada a implementação do esquema teórico através de sua adaptação a um modelo computacional simulável. Além disto, o modelo computacional estende o esquema teórico permitindo que sejam introduzidas interações entre os elementos discretos constituintes do fluxo via potenciais. Estas interações fazem com que os espectros se ajustem tanto à região das altas frequências como à região das baixas frequências dos espectros de amplitudes dos sons pulmonares normais.

Por fim, é apresentada uma metodologia de síntese para a reconstrução de um som pulmonar artificial com base nos espectros de amplitudes obtidos a partir do esquema teórico e do modelo computacional.

**Palavras-chave:** pulmão, som, simulação.

**TITLE:** “A GENERIC MODEL FOR FLOWS IN SELF-SIMILAR STRUCTURES AND ITS RELATION WITH AFFINE SPECTRA: FROM THE BRONCHIAL TREE GEOMETRY TO THE SPECTRAL CHARACTERISTICS OF THE LUNG SOUNDS.”

## Abstract

In this work, a theoretical scheme is considered for normal lung sound production in high frequencies. This scheme is based on multi-scaled flux discretization into independent discrete elements, which interact with the geometric structure that represents the bronchial tree in a syntonized fashion. The resulting amplitude spectrum is affine in a log-log scale with slope dependence on the fractal dimension of the bronchial tree. The results from a theoretical analysis of this scheme is compatible, qualitatively and quantitatively with the spectral characteristics reported in the literature.

Furthermore, a computational and simulational model is realized starting from the theoretical scheme. Moreover, the computational model extends the theoretical scheme introducing interactions among the discrete elements by potentials. These interactions yield a more precise adjustment of the spectra in low frequency as well as in the high frequency spectral region.

Finally, a sound synthesis method is presented which reconstructs an artificial lung sound from the amplitude spectra obtained from the theoretical and the computational model.

**Keywords:** lung, sound, simulation.

# Capítulo 1

## Introdução

Os sons pulmonares ainda são fonte de muitas dúvidas relacionadas aos mecanismos que os produzem. O domínio dos mecanismos de produção destes sons poderá servir de base para melhorias substanciais no diagnóstico médico em termos de automação e precisão de diagnóstico baseado nos processos de ausculta. Em termos gerais, tanto nos processos de inspiração como nos de expiração humana, sabe-se que os sons pulmonares têm sua origem na interação do fluxo de ar com a árvore brônquica que o abriga. Embora estes sons sejam freqüentemente usados por médicos como um primeiro recurso para a detecção de uma patologia no sistema respiratório, os mecanismos específicos de conversão do fluxo de ar em som ainda não são completamente compreendidos. De fato, a completa compreensão dos sons respiratórios deverá passar pela solução completa das equações para fluidos compressíveis e viscosos em um complexo conjunto de condições de contorno com características fractais, o que representa uma tarefa notável. A simulação de fluxos diversos em estruturas com condições de contornos complexas é uma tarefa árdua de ser realizada se forem utilizados métodos tradicionais que modelam os fluxos e as condições de contorno através de equações diferenciais.

As características espectrais do som pulmonar de um sujeito normal foram determinadas e relatadas pelos autores das referências [1, 2]. Geralmente, para sujeitos normais o espectro sonoro é dividido em regiões de baixas e altas freqüências. A primeira tipicamente varia de aproximadamente 75 Hz até aproximadamente 1600 Hz enquanto a região subsequente é limitada pela máxima freqüência detectável, que é em torno de 1000 Hz. É perfeitamente observável na figura 3.1 que a faixa espectral referente as altas freqüências se ajusta com considerável precisão a uma linha reta no plano log-log do espectro sonoro (amplitude  $\times$  freqüência), sugerindo um mecanismo auto-similar de produção de som. A região das baixas freqüências não se ajusta na linha reta característica das altas freqüências e apresenta variações significativas quando da troca do ponto de ausculta. Isto sugere que os mecanismos de produção de som das baixas freqüências não são idênticos aos das

altas frequências.

A árvore brônquica, aqui denotada por  $\mathcal{T}$ , é um de muitos exemplos encontrados na fisiologia humana onde uma geometria fractal é observada (ver refs. [3, 4, 5, 6] entre outras). De fato,  $\mathcal{T}$  é composta por sucessivas gerações de dutos cilíndricos resultando da ramificação dicotômica de seu antecedente. Em suas consecutivas gerações ( $n = 0, 1, 2, \dots, 23$ ), a árvore  $\mathcal{T}$  começa na traquéia ( $n = 0$ ), que se subdivide em dois brônquios ( $n = 1$ ) desviando-se para a direita e esquerda, respectivamente. Dentro de ambos pulmões, os brônquios sofrem mais e mais sucessivas ramificações dicotômicas até finalmente chegar nos alvéolos, onde é realizada a troca gasosa de  $O_2$  e  $CO_2$ . É, principalmente, na região de transporte, que corresponde as primeiras 15 gerações que o som pulmonar é produzido. De geração para geração, raios e comprimentos dos brônquios diminuem, sugerindo uma geometria fractal subjacente. Algumas tentativas para estimar a dimensão fractal (Hausdorff) de  $\mathcal{T}$ , obtiveram resultados que variam de  $D(\mathcal{T}) \sim 2,6$  a  $D(\mathcal{T}) \sim 2,8$  [4, 7].

Este trabalho propõe uma abordagem alternativa de modelar a produção de sons pulmonares normais. Através de uma abordagem discreta e utilizando o método Monte-Carlo, o fluxo de ar é representado por elementos discretos em multi-escala que se propagam por condições de contorno definidas por  $\mathcal{T}$ . Estes elementos discretos podem representar, por exemplo, os modos harmônicos na expansão de Fourier, vórtices ou sólitons. Se as condições de contorno se ramificarem de maneira auto-similar, o método se aplica em muitos casos observados na natureza, como no caso da árvore brônquica. Neste trabalho, foi aplicado o método proposto para simular os fluxos respiratórios na árvore brônquica e a conseqüente geração de sons pulmonares, mais precisamente na produção dos espectros de amplitude do som dos processos respiratórios.

Neste trabalho, supõe-se que os processos físicos de produção de som através da interação entre os elementos e as condições de contorno são fundamentalmente os mesmos em todas as ramificações, e o fato de que os mecanismos de produção de som ocorrem em várias escalas diferentes é o componente de principal importância para a produção dos sons pulmonares normais como são observados. Então, conclui-se que a simulação do transporte de elementos discretos e suas interações com as condições de contorno é suficiente para explicar, qualitativamente e quantitativamente, as características do espectro sonoro de altas frequências. Contudo, os sons da região de baixas frequências observados não podem ser explicados unicamente pela interação entre a árvore brônquica e os elementos mencionados. Suspeita-se que algum tipo de interação entre estes elementos venha a modificar a física do processo de produção de som, resultando nas características observadas nos espectros sonoros pulmonares da região das baixas frequências [1, 2]. Com base nesses modelos pode-se sintetizar sons pulmonares comparáveis com os produzidos

por indivíduos normais.

As interações dos elementos de fluxo com a árvore brônquica (e, posteriormente, entre si) são a base dos mecanismos de produção de som relevantes nos modelos propostos. Estes elementos discretos funcionam como núcleos de interações entre a árvore e o fluxo, e, possivelmente, entre si. Por exemplo, se o som respiratório é consequência de uma interação ressonante em tubos de comprimento  $L$ , os elementos discretos poderiam ser os modos harmônicos de Fourier. Mesmo que todos eles possam interagir com os brônquios da geração  $n$ , somente aqueles com comprimento  $\lambda(n)$  satisfazendo  $\lambda(n) = 2L(n)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  ressonam como modo fundamental em cada geração. O somatório destes modos ressonantes pode resultar no som respiratório. As teorias e modelos aqui propostos são uma espécie de generalização de tal esquema. De fato, somente as soluções para as equações físicas juntamente às condições de contorno impostas por  $\mathcal{T}$  podem mostrar se estes elementos discretos são modos de Fourier, vórtices, sólitons, etc. Todavia, será mostrado que, para se descrever o espectro sonoro dos sons pulmonares, não é necessário conhecer exatamente a natureza dos elementos da discretização do fluxo. Apesar de desejável se ter esta informação para uma descrição mais detalhada da produção dos sons pulmonares, tal tarefa se constitui num notável desafio, e está fora do escopo deste trabalho.

Acredita-se que este trabalho ajude a melhorar a compreensão da produção dos espectros de amplitudes observados nos sons pulmonares. Também seria possível, através de simulações baseadas nos modelos, obter os espectros de sons pulmonares em vias respiratórias com alguns tipos de patologias como obstruções graves, existência de materiais viscosos que restringem o fluxo de ar, etc, com o intuito de classificar os sons produzidos em estruturas pulmonares anormais. No futuro, de posse destes espectros sonoros característicos, a reconstrução do som oriundo da simulação poderá ser útil no treinamento de pessoas para identificação de anormalidades na árvore brônquica.

## 1.1 Objetivo

Este trabalho tem como objetivo modelar, de maneira teórica e computacional, as características espectrais dos sons pulmonares normais. A modelagem é feita através do transporte de elementos discretos em multi-escala por uma estrutura de condições de contorno que representa a árvore brônquica. Dos espectros obtidos a partir do modelo computacional é realizada a construção de um som pulmonar artificial através de uma metodologia de síntese.

De uma maneira geral, o trabalho propõe um método alternativo de fazer espectroscopia. Ao invés de analisar a relação entre os espaços duais, tempo e frequência, via equações dinâmicas, é proposta uma relação entre um esquema

fractal e modos generalizados, aqui denominados de elementos discretos.

## 1.2 Metodologia

Primeiramente será proposto um esquema teórico para a produção de sons pulmonares normais de altas frequências. Este esquema teórico será baseado em um esquema de interação entre elementos discretos multi-escala constituintes do fluxo de ar e as condições de contorno da estrutura geométrica que representa a árvore brônquica. Nesta abordagem, os elementos discretos são considerados desacoplados entre si e somente a interação destes elementos com a árvore brônquica será suficiente para explicar as propriedades espectrais observadas na região das altas frequências.

A partir do esquema teórico será desenvolvida sua adaptação a um modelo computacional simulável. Este modelo computacional será capaz de, tanto reproduzir os mesmos resultados do modelo teórico como estender os resultados à região das baixas frequências através das interações entre os elementos discretos, via potenciais. Com os resultados da simulação do modelo computacional serão feitas as comparações dos espectros de amplitude resultantes com os dados experimentais conhecidos e com as previsões teóricas.

A partir dos espectros de amplitudes resultantes do modelo final será aplicada uma metodologia de síntese do som para que o mesmo possa ser ouvido e comparado com amostras reais. Para realizar esta síntese será utilizada a Transformada de Fourier Inversa nos espectros de amplitudes obtidos, considerando-se fases aleatórias. Após isto, a série temporal resultante da transformada será modulada de acordo com o fluxo de ar dos processos de inspiração e expiração. Por fim o som pulmonar artificial construído será gravado em algum formato conhecido, *WAV* por exemplo. Então, o som poderá ser facilmente reproduzido por um computador através de um software específico para este fim.

## 1.3 Organização do trabalho

No capítulo 2 serão apresentados alguns conceitos fundamentais necessários a compreensão do restante deste trabalho. Dando continuidade ao capítulo de conceitos fundamentais, o capítulo 3 revisará os estudos relevantes que estão relacionados com o escopo principal desta pesquisa. A partir destes estudos será feita uma descrição das características dos sons pulmonares e das características geométricas da árvore brônquica.

No capítulo 4 será apresentado o esquema teórico para a produção de sons pulmonares. Já, no capítulo 5 uma possível realização computacional do modelo



teórico proposto é apresentada. Os resultados e as análises pertinentes a implementação deste modelo computacional são mostrados no capítulo 6.

Por fim, no capítulo 7 serão apresentadas as conclusões obtidas a partir da análise do modelo teórico e da implementação do modelo computacional. Também são sugeridos algumas possibilidades de trabalhos futuros que surgiram durante a realização desta pesquisa.

## Capítulo 2

# Conceitos fundamentais

### 2.1 Fractais

A necessidade de definição de dimensão fractal e de objeto fractal veio a partir da descoberta de conjuntos aos quais não se podia atribuir uma dimensão topológica. De fato, tais objetos exibem formas bastante complexas e irregulares, nos quais alguns dos conceitos da geometria clássica não se aplicam. Tais objetos, assim como suas geometrias são genericamente chamados de fractais. As características de objetos fractais são úteis para descrição de fenômenos naturais como espalhamento, paisagens, rachaduras em superfícies e, em nosso caso específico, estruturas pulmonares e, mais especificamente ainda, nas ramificações das vias respiratórias contidas nos pulmões. Estes objetos apresentam similaridades estruturais em muitas escalas discretas diferentes. Uma medida da complexidade estrutural destas estruturas é a dimensão fractal, que se propõe a estender o conceito de geometria topológica usado na geometria clássica.

De acordo com Weibel [6] a geometria fractal é uma das características fundamentais de todos os organismos vivos, que se desenvolvem e crescem pela proliferação de uma única célula até se tornarem estruturas complexas feitas de um grande número de células idênticas. O crescimento é um processo dinâmico não-linear e quando ocorre sem mudar a forma de um organismo mostra propriedades fractais, como no pulmão humano.

Mandelbrot denominou fractais certos tipos de conjuntos que não podem ser ajustados a uma dimensão inteira [8]. Estes conjuntos fractais possuem um grande grau de heterogeneidade, possuem uma estrutura auto-similar em muitas escalas e não possuem uma escala bem definida. Auto-similaridade refere-se a preservação geral da forma ou características não importando a escala da observação [4]. Em estruturas auto-similares ocorre invariância sob transformações de escala e simetrias de dilatação.

Existem várias definições para a dimensão fractal. A definição que representa

a extensão mais natural do conceito de dimensão topológica foi dada por Hausdorff em 1918, e é a que serve como referência para a avaliação dos resultados obtidos a partir de outras definições menos rigorosas. A dimensão de Hausdorff, apesar de apresentar grande rigorismo matemático, é de difícil aplicação quando se quer calcular dimensões de objetos reais, sendo, na prática, a menos utilizada. Por isso, no lugar de apresentar a definição da dimensão de Hausdorff, serão revisadas as dimensões mais utilizáveis na prática, como é o caso da dimensão de contagem de caixa e dimensão de similaridade e suas aplicações.

A *dimensão de contagem de caixa*  $D_0$  é uma maneira simples de atribuir uma dimensão a um conjunto que não se ajusta a uma dimensão inteira [4]. Para efetuar seu cálculo, toma-se como base uma grade e largura  $\varepsilon$  num conjunto no espaço Cartesiano  $N$ -dimensional. Por exemplo se  $N = 2$ , a grade define vários quadrados, se  $N = 3$ , a grade define vários cubos. Sendo  $\tilde{N}(\varepsilon)$  o número de caixas necessárias para cobrir o conjunto, então a dimensão de contagem de caixa é dada por :

$$D_0 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \tilde{N}(\varepsilon)}{\ln(1/\varepsilon)}. \quad (2.1)$$

A *dimensão de similaridade*  $D_s$  é uma medida das características de preenchimento de espaço de uma estrutura auto-similar. É derivada da definição geral da dimensão de contagem de caixa considerando que: 1) existem  $N$  segmentos filiais formados a partir do segmento precedente e 2) existe uma relação de similaridade ( $r$ ), que informa a redução no comprimento do segmento em relação ao segmento prévio [4].

$$D_s = \frac{\ln N}{\ln(1/r)}. \quad (2.2)$$

As dimensões vistas acima nem sempre coincidem, isto é, existem objetos (ou conjuntos) para os quais, as dimensões acima não apresentam resultados idênticos. Por exemplo, o conjunto de pontos  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$  tem dimensão de contagem de caixa positiva mas possui dimensões de Hausdorff e topológica nulas. Contudo, é possível provar que, para conjuntos auto-similares, a dimensão de Hausdorff é igual às demais dimensões, inclusive para o caso de nosso interesse que é o das árvores brônquicas [8].

Um exemplo importante de conjunto fractal é o Conjunto de Cantor. Considerando o intervalo fechado  $[0, 1]$  e removendo a terça parte central do mesmo, restam dois intervalos:  $[0, \frac{1}{3}]$  e  $[\frac{2}{3}, 1]$ . Repete-se, então, a exclusão do terço médio dos intervalos restantes. Continuando este procedimento *ad infinitum* o conjunto restante do intervalo  $[0, 1]$  é o Conjunto de Cantor. De acordo com a maneira que é construído, tal conjunto possui estrutura auto-similar. Para calcular a dimensão

de contagem de caixa do Conjunto de Cantor considera-se a sequência  $\varepsilon_n$  de valores  $\varepsilon$  convergindo a zero quando  $n$  vai ao infinito. Então, pela equação (2.1), tem-se:

$$D_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \tilde{N}(\varepsilon_n)}{\ln(1/\varepsilon_n)}. \quad (2.3)$$

A melhor escolha para  $\varepsilon_n$  é  $\varepsilon_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$  e por construção do Conjunto de Cantor tem-se  $\tilde{N}(\varepsilon_n) = 2^n$ , obtendo assim :

$$D_0 = \frac{\ln 2}{\ln 3} = 0.63\dots$$

Dado que o conjunto de Cantor é auto-similar, esta também é sua dimensão de Hausdorff e de similaridade. Observando que a dimensão de contagem de caixa do conjunto de Cantor é um número entre zero e um, conclui-se que este conjunto é um fractal.

Para o caso específico do cálculo da dimensão fractal  $D_f$  das estruturas das ramificações pulmonares necessita-se de: 1) o número total de segmentos em uma determinada geração  $z$  que é igual a  $N^z$  e 2) o comprimento médio dos segmentos na geração,  $S(z)$ , que é igual a  $r^z$  se for padronizado que  $S(0) = 1$ . Neste caso  $D_f$  é dada por

$$1 - D_f = \frac{\ln(r^z N^z)}{\ln(r^z)} = \frac{\ln(rN)}{\ln(r)}. \quad (2.4)$$

Na prática, para determinar a dimensão fractal de uma estrutura de ramificações pulmonares a partir de um conjunto de dados, pode-se traçar em escala log-log o comprimento total dos segmentos em função do comprimento médio dos mesmos para cada geração de ramificações. O gráfico resultante terá inclinação  $1 - D_f$ .

Nelson [4], calculou a dimensão fractal de estruturas pulmonares humanas a partir de diferentes modelos que forneciam dados a respeito da geometria das ramificações das vias respiratórias. Na Figura 2.1 pode-se observar o gráfico log-log do comprimento total das ramificações em função do tamanho médio das ramificações pulmonares, para três modelos de estruturas pulmonares diferentes. Este gráfico permite o cálculo da dimensão fractal de cada um dos modelos plotados a partir da inclinação obtida, conforme explicado acima.

## 2.2 Transformada de Fourier

Diversos cenários e/ou fenômenos físicos podem ser caracterizados por funções: a cada ponto do espaço, em um determinado instante de tempo, associam-se valores

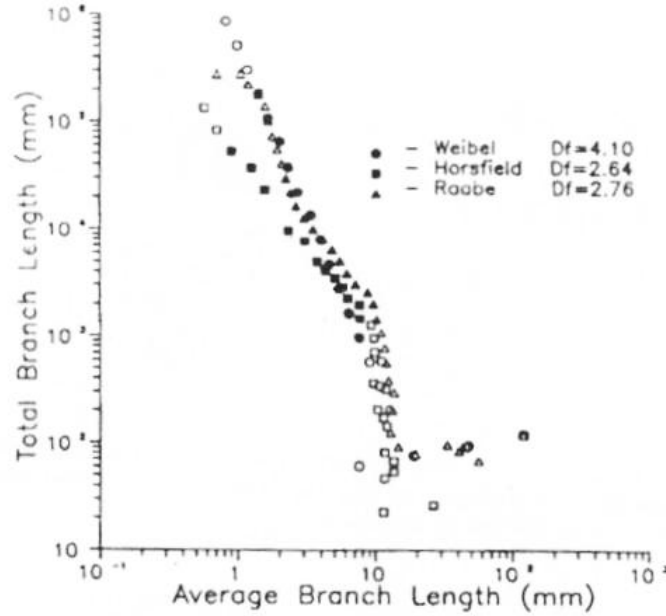


FIGURA 2.1 – Gráfico log-log do comprimento total das ramificações em função do tamanho médio das ramificações pulmonares, Nelson [4].

de diversas grandezas físicas (velocidades, densidades, campos elétricos e magnéticos, etc). Estas funções podem ser consideradas sinais. Os sinais podem ser caracterizados por sua frequência, por exemplo em um onda eletromagnética visível a frequência do sinal está relacionada com a cor do mesmo, já em um sinal sonoro a frequência do mesmo está relacionada a nossa percepção de sons graves e agudos. Por isso, é importante analisar uma função a partir do estudo de suas frequências constituintes [9]. O estudo de uma função ou sinal por meio de suas frequências é chamado de espectroscopia.

A frequência de uma função é mais fácil de ser compreendida para funções harmônicas. Seja a função

$$f(t) = A \sin(2\pi\nu t) = A \sin(2\pi\nu(t + \tau)),$$

com  $A > 0$ . O parâmetro  $A$  diz respeito a amplitude da função,  $\nu$  é a frequência de oscilação fundamental e  $\tau = \frac{1}{\nu}$  é o período. Se uma função é periódica de período  $\tau > 0$ , a teoria das séries de Fourier revela que ela pode ser escrita na forma da equação (2.5) com os coeficientes  $a_j$  obtidos pela equação (2.6). A relação para a decomposição através de *Série de Fourier* é

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} a_j e^{i2\pi\nu j t} \quad (2.5)$$

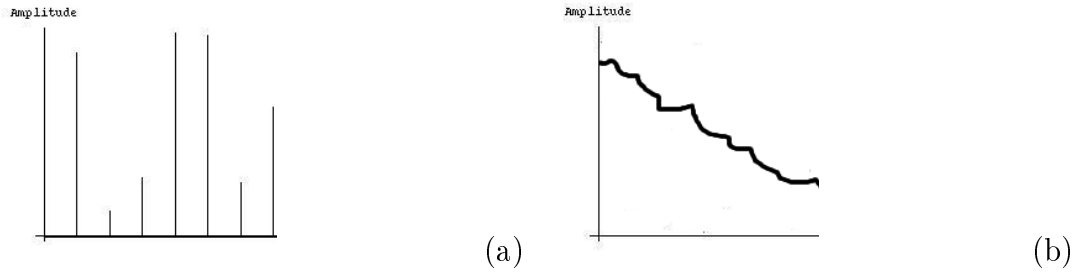


FIGURA 2.2 – Espectro sonoros: a) discreto, resultante da aplicação de séries de Fourier e b) contínuo, resultante da aplicação da transformada de Fourier

onde

$$a_j = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} f(t) e^{-i2\pi j\nu t} dt \quad (2.6)$$

são os coeficientes de Fourier e  $i = \sqrt{-1}$ . Em outras palavras, uma função de período  $\tau$  pode ser escrita como uma série de funções harmônicas de frequências  $\nu_1 = 1/\tau$ ,  $\nu_2 = 2/\tau$ ,  $\nu_3 = 3/\tau$ , etc. Neste caso,  $\nu_1$  é a frequência fundamental e às demais as suas harmônicas [9].

Se a função não for periódica, não é possível decompor a função em frequências bem definidas através da Série de Fourier, entretanto a Transformada de Fourier é uma variação da Série de Fourier que permite esta análise. As equações (2.7) e (2.8) são as equações da Transformada de Fourier e da Transformada de Fourier Inversa, sendo  $f(t)$  a função de quadrado integrável que se deseja analisar, e  $A(\nu)$  a função, também de quadrado integrável, que representa os coeficientes associados a cada frequência contida na função [10].

$$A(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{i2\pi\nu t} dt \quad (2.7)$$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(\nu) e^{-i2\pi\nu t} d\nu \quad (2.8)$$

Quando se calcula a Transformada de Fourier de uma determinada função obtém-se uma função dual que representa a participação de cada frequência na composição da função  $f(t)$ . Se diz, então, que  $A(\nu)$  é representação de  $f(t)$  no *domínio das frequências*. Portanto, a equação da Transformada de Fourier realiza a transformação de um sinal no domínio do tempo para o domínio das frequências e a equação da Transformada de Fourier Inversa realiza a transformação de um sinal no domínio das frequências para o domínio do tempo.

Para a aplicação em sons de processos respiratórios, os dados obtidos são armazenados inicialmente no domínio temporal. Porém, a tecnologia disponível ainda não é acessível para analisar um som de características complexas como ruídos no domínio do tempo. Se o mesmo sinal for analisado no domínio das frequências, muitas características podem se tornar visíveis. Para isto utiliza-se o espectro de amplitudes, nome que é dado ao gráfico das amplitudes das frequências  $\nu$ .

A análise do espectro de um som pulmonar poderá indicar alguma patologia que dificilmente será observada em um gráfico que mostra o mesmo sinal no domínio temporal. Na comparação entre espectros poderia ser observada a falta de faixas de frequências esperadas, mudanças nas curvas características dos espectros, deslocamento do espectro em frequência, etc. Com o devido estudo, estas anormalidades no espectro de um som pulmonar poderão sugerir doenças como asma, presença de secreção nas vias respiratórias ou até mesmo alguma interrupção grave no fluxo de ar. Se o pulmão for sadio, as inclinações dos espectros podem estar diretamente ligadas a geometria fractal da árvore brônquica.

Todavia, é importante lembrar que somente a informação contida no espectro de amplitudes não é suficiente para a reconstrução do som que produziu o espectro. Para que a reconstrução do som seja feita de maneira completa é necessário que saiba-se a informação da *fase* relacionada a cada frequência. A medida da fase diz respeito ao sincronismo entre as emissões sonoras de diferentes frequências. Não será entrado em maiores detalhes pois este trabalho não estuda estas informações e se preocupa especificamente com o espectro das amplitudes sonoras do som pulmonar. Mesmo porque não são conhecidos trabalhos que tenham estudado a fase dos sons pulmonares para que seja possível fazer análises e comparações.

### 2.3 Emissão de sons

Devido ao fato de que este trabalho se dedica a estudar os sons gerados pelo fluxo de ar que passa pelas ramificações pulmonares, é importante que se tenha uma idéia clara dos mecanismos produtores de som em estruturas semelhantes aos brônquios. O processo de produção de som está ligado a vibrações que ocasionam a compressão e rarefação do ar em frequências audíveis. Nos pulmões os brônquios funcionam como vasos onde o som é produzido pelo fluxo de ar e a partir dos quais os sons são irradiados, para serem escutados na superfície do peito ou das costas. A seguir, serão feitas algumas considerações a respeito das frequências características e da intensidade do som produzido em vasos percorridos por fluidos.

Conforme se sabe [11], os valores das frequências dos sons produzidos em vasos finitos na ausência de forças externas dependem somente do tamanho e do formato do vaso. Para encontrar estas frequências é necessário examinar as

equações de movimento de fluido utilizando as condições de contorno apropriadas. Entretanto, a ordem de grandeza da primeira frequência característica pode ser encontrada através de considerações dimensionais. O único parâmetro necessário para esta determinação é o comprimento  $l$  do vaso. É fácil perceber então que o comprimento de onda  $\lambda_1$  correspondente à mais baixa frequência característica precisa ser da mesma ordem de  $l$ . A ordem de grandeza da frequência  $\omega_1$  por si só é obtida pela divisão de velocidade do som pelo comprimento de onda.

$$\lambda_1 \sim l, \quad \omega_1 \sim c/l$$

De uma maneira geral, a intensidade de som produzida é proporcional às dimensões da estrutura que emitem as vibrações, ou de potências destas dimensões. Por exemplo: uma esfera de raio  $R$  executando pequenos movimentos harmônicos emite som, com comprimento de onda comparável ao raio da própria esfera, com intensidade sonora proporcional a

$$I \propto \frac{R^6}{4 + (\omega R/c)^4}.$$

Já se o som emitido for de comprimento de onda muito menor que o raio da esfera a intensidade sonora será proporcional a  $R^2$ , [11]. Note que, como a intensidade sonora é proporcional ao quadrado da amplitude, esta também é proporcional a uma potência das dimensões da estrutura emissora.

Estas relações de proporcionalidade entre frequência sonora e amplitude sonora com as dimensões da estrutura serão importantes no estudo dos sons produzidos nas ramificações das vias respiratórias pulmonares.

## 2.4 Mecânica de fluidos

*Fluidos* são substâncias que não possuem estrutura definida como os sólidos, podendo adquirir a forma dos recipientes que os contêm. Quando submetidas a forças apropriadas, essas substâncias deslizam em relação as camadas adjacentes. As forças que mantêm as moléculas ligadas nos fluidos são menores que as que interligam as moléculas nos sólidos. Da mesma forma, as forças de ligação entre as moléculas de um gás são menores que as que agem num líquido, sendo que os gases ocupam o volume total do recipiente e são altamente compressíveis, ao passo de que os líquidos possuem um volume definido e são praticamente incompressíveis [12].

Para uma definição mais precisa, é necessário que se classifique os diferentes tipos de forças que atuam num meio material. Considerando um elemento de superfície situado no meio a intensidade das forças que atuam sobre esse elemento



é geralmente proporcional a sua área e esta é chamada de *tensão*. Para isto é preciso distinguir entre tensões normais e tangenciais às superfícies sobre as quais atuam. A forma de resposta a estas tensões tangenciais é o que diferencia fundamentalmente os sólidos e fluidos. Um sólido submetido a uma força externa tangencial a sua superfície, deforma-se até que sejam produzidas tensões tangenciais internas que equilibram a força externa; depois, permanece em equilíbrio, ou seja, em repouso. Se a força externa não for excessivamente grande, o sólido volta a situação inicial quando é retirada a força externa. Em sólidos rígidos, essa deformação elástica é pequena se confrontada com as dimensões do corpo sólido. Um fluido ao contrário, não pode equilibrar uma força tangencial por menor que ela seja, sendo que quando submetido a esta força, o fluido escoar e permanece em movimento enquanto a força estiver sendo aplicada. Desta forma, uma força arbitrariamente pequena se aplicada a um fluido, pode produzir uma deformação arbitrariamente grande, desde que atue durante um tempo suficiente [13]. Na maioria dos casos, um fluido deve ser visto como constituído de macro-partículas, muito maiores que a distância entre suas moléculas constituintes, porém pequenas em relação às escalas do fluido a serem descritas. Tais macro-partículas são denominadas partículas do fluido. Estas partículas de fluido possuem características macroscópicas como densidade, viscosidade, etc.

Um *fluido* como um todo costuma ter velocidades diferentes em lugares diferentes. Portanto, para se descrever o fluxo de um fluido, deve-se atribuir ao vetor velocidade as suas três componentes em cada ponto e em qualquer instante. Se for possível encontrar as equações que determinam esse campo ou distribuições de velocidades, será possível também saber como se move o líquido em todo instante. Entretanto, a velocidade não é a única propriedade dos fluidos que varia, podendo existir também uma *variação de densidade e temperatura* de um ponto a outro. O número de campos necessários para descrever a situação completa depende do quão complicado seja o problema em estudo. Portanto, o comportamento dinâmico de um fluido em geral, é dado pelos campos de velocidade, de densidade e de pressão [14].

Se a velocidade do fluido é  $\mathbf{v}$ , a massa que flui por unidade de tempo através de uma área unitária de superfície, é a componente de  $\rho\mathbf{v}$  normal a superfície. Sabe-se que a divergência de tal quantidade é a derivada da densidade por unidade de tempo descrita por

$$\nabla \cdot (\rho\mathbf{v}) = -\frac{\partial\rho}{\partial t} \quad (2.9)$$

Esta equação, por sua vez, expressa a conservação da massa num fluido e é designada *Equação da Continuidade da Hidrodinâmica*.

Baseado na segunda lei de Newton, obtém-se a equação que expressa como a *velocidade* varia ao longo do tempo e do espaço. Para um fluido de densidade  $\rho$ ,

a segunda lei de Newton fica:

$$\rho \vec{a} = \vec{f} \quad (2.10)$$

onde  $\vec{f}$  representa uma densidade de força que poderá ser decomposta como

$$\vec{f} = -\nabla p - \rho \nabla \phi + f_{visc}, \quad (2.11)$$

onde  $\nabla p$  é o gradiente de *pressão*;  $\rho \nabla \phi$  são as forças conservativas em geral (gravitacional, elétrica, etc) e  $f_{visc}$  é uma força dissipativa que nos fluidos representa o efeito de *viscosidade*. A *aceleração* pode ser escrita na forma

$$\vec{a} = v_x \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + v_y \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + v_z \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}. \quad (2.12)$$

Esta por sua vez, pode ser escrita simbolicamente como:

$$\vec{a} = (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}. \quad (2.13)$$

Note que pode haver uma aceleração. Substituindo (2.11) e (2.13) em (2.10), mesmo que  $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = 0$ , de modo que a velocidade num ponto dado não esteja variando, ou seja, o campo de velocidade é estacionário resultando em

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla \phi + f_{visc}. \quad (2.14)$$

Em muitos casos, pode-se supor que

$$\rho = \kappa p, \quad (2.15)$$

onde  $\kappa$  é uma constante que depende das propriedades do fluido. Tal equação é chamada de *equação de estado* e, junto com as equações (2.9) e (2.14) descrevem completamente o fluxo.

A equação (2.14) pode ser simplificada se for definido um novo campo vetorial  $\Omega$  como um rotacional de  $\mathbf{v}$ ,

$$\Omega = \nabla \times \mathbf{v}. \quad (2.16)$$

Com a identidade

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \equiv (\nabla \times \mathbf{v}) \times \mathbf{v} + \frac{1}{2} \nabla v^2 \quad (2.17)$$

a *equação do movimento* (2.14) pode ser transcrita na forma

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \Omega \times \mathbf{v} + \frac{1}{2} \nabla v^2 = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla \phi. \quad (2.18)$$

O campo vetorial  $\Omega$  chama-se *vorticidade* e reflete circulação do fluxo, isto é movimentos circulares. Tais movimentos são muito comuns quando se tem um fluido

escoando na presença de um obstáculo. Se a vorticidade é nula em qualquer lugar em qualquer instante de tempo, o fluxo é dito laminar, sendo constituído somente de movimentos do tipo translação. A vorticidade  $\Omega$  é perpendicular a direção de  $\mathbf{v}$ . Ao tomar o rotacional de ambos os membros da equação 2.18, recordando que o rotacional de qualquer gradiente é zero, obtém-se:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \nabla \times (\Omega \times \mathbf{v}) = -\nabla \times \left( \frac{\nabla p}{\rho} \right). \quad (2.19)$$

Num fluido incompressível,  $\rho$  é uma constante e a *equação de continuidade* (2.9) fica dada por

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (2.20)$$

enquanto que (2.18) fica

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \nabla \times (\Omega \times \mathbf{v}) = \mathbf{0} \quad (2.21)$$

Neste caso, as equações (2.10), (2.16) e (2.21) descrevem completamente o fluxo.

Outro termo que está relacionado aos fluidos é a *turbulência*. Diz-se que um escoamento de fluido é turbulento quando juntamente com o movimento de translação do fluido ocorre o movimento de giro em torno de eixos bem definidos. Estas porções de fluido que giram e se propagam são chamadas de *vórtices*. Pode-se dizer que um regime de escoamento de fluido é turbulento quando há a presença de muitos vórtices, ou seja, a vorticidade não é nula. A árvore brônquica é um exemplo de estrutura que provoca turbulência no escoamento do fluido devido ao grande número de obstáculos e às pequenas dimensões das ramificações dos brônquicos longínquos. Para quantificar o grau de turbulência de um fluido, foi definido o *Número de Reynolds*:

$$Re = \rho \frac{VL}{\eta} \quad (2.22)$$

onde  $V$  é a velocidade efetiva de deslocamento,  $\rho$  a densidade,  $L$  a dimensão característica do sistema e  $\eta$  a viscosidade do fluido. Quanto maior a turbulência em um fluido, maior também será o número de Reynolds relacionado a este mesmo fluido.

A dinâmica de vórtices será abordada no capítulo 6 quando a mesma for necessária para a implementação das simulações com interações do tipo partícula-partícula na suposição de que as partículas utilizadas na simulação sejam vórtices. Ainda mais, será mostrado como se implementa a interação entre vórtices em ambientes ilimitados e ambientes com condições de contorno definidas.

# Capítulo 3

## Revisão bibliográfica

### 3.1 Caracterização dos sons pulmonares

Sons pulmonares são consequência direta da passagem do fluxo de ar pelas vias respiratórias e pelo interior dos pulmões. De acordo com Sovijarvi [15] os sons pulmonares são provavelmente induzidos devido a turbulência do ar nas ramificações pulmonares iniciais. Não só a amplitude dos sons respiratórios está diretamente ligada ao fluxo de ar na respiração como também o espectro do som sofre deslocamento em frequência com a variação do mesmo. Este deslocamento depende de muitos fatores característicos das vias respiratórias do sujeito analisado [16]. Estes sons podem ser classificados em dois grupos: os sons respiratórios normais e os sons respiratórios anormais. São considerados sons respiratórios normais os sons gerados em um sistema respiratório saudável, já os sons anormais são subdivididos em diversas subclassificações, de acordo com suas características, e são gerados devido a patologias nos pulmões ou nas vias respiratórias.

É importante salientar que não se encontram muitos trabalhos que pesquisem sons pulmonares com o interesse específico nos espectros dos mesmos e nos mecanismos da produção de som propriamente ditos, visto que o enfoque de interesse normalmente gira em torno da geometria das estruturas pulmonares, do estudo do fluxo de ar e da caracterização das anomalias dos sons pulmonares com finalidade de diagnóstico.

#### 3.1.1 Sons respiratórios normais

Os sons pulmonares normais são os de maior interesse em nosso trabalho, sendo também conhecidos na literatura de língua inglesa como *normal lung sounds*, *breath sounds*, *vesicular sounds* e *respiratory sounds*. Estes sons são obtidos ao auscultar o peito de uma pessoa saudável durante o ciclo respiratório. De acordo com a localização do ponto de ausculta estes sons pulmonares podem ainda ser

reclassificados como normais traqueais e bronquiais [17]. Os sons traqueais normais podem ser colhidos na garganta e apresentam menos atenuação devido ao fato de não existirem os tecidos e estruturas ósseas que envolvem o pulmão.

Os espectros de sons pulmonares normais são espectros contínuos característicos de ruídos e tem seu pico de amplitude abaixo de 100 Hz possuindo sons cardiovasculares e musculares misturados e de difícil distinção [18], apresentando um decaimento exponencial da amplitude sonora com o aumento da frequência. Gavriely [2, 1], fez um estudo detalhado de sons pulmonares obtidos de 353 pessoas isentas de problemas respiratórios. Os espectros sonoros obtidos apresentavam duas partes lineares no plano log-log, uma para as baixas frequências e outra para as altas frequências. A intersecção entre os regimes de baixas e altas frequências se dá em torno dos 160 Hz sem diferenças significativas entre sexo, idade e estado fumante das pessoas analisadas. O regime de baixas frequências inicia em torno dos 75 Hz e apresenta inclinações no espectro de aproximadamente  $-5$  dB/oct, variando consideravelmente com as características das pessoas e localização dos pontos de ausculta. O regime de altas frequências apresenta inclinações de  $-12,7$  a  $-15,2$  dB/oct durante a inspiração e  $-13,4$  a  $-20,3$  dB/oct durante a expiração, sem apresentar diferenças significativas entre homens e mulheres e fumantes e não-fumantes. Contudo, isto reflete o som respiratório já atenuado pelas características físicas do pulmão. De fato, uma vez geradas na árvore brônquica, as oscilações de pressão se propagam através de uma seqüência de tecidos (parênquima, ossos, músculos e gordura) até serem captadas por um estetoscópio. De acordo com a literatura, a função de transferência da cavidade do peito pode ser suposta como uma inclinação (no plano log-log) de aproximadamente  $-7,0$  dB/oct [19]. Isto significa que as inclinações originais do som produzido são em torno de  $-4,7$  a  $-7,2$  dB/oct para a inspiração e em torno de  $-5,4$  a  $-12,3$  dB/oct para a expiração. A máxima frequência observada para o regime de altas frequências tem média de 803 Hz e desvio padrão de 243 Hz durante as inspirações e média de 496 Hz e desvio padrão de 157 Hz para as expirações.

Pasterkamp e Sanches [18] concluíram que o fluxo de ar turbulento é responsável pela característica do espectro das altas frequências. Através de experiências, eles mostraram que as altas frequências diminuía suas amplitudes quando gases de menor densidade que o ar eram inspirados, porque os mesmos produziam fluxos menos turbulentos.

### 3.1.2 Sons respiratórios anormais

Certas condições patológicas das vias respiratórias podem originar anormalidades nos sons pulmonares observados. Por exemplo, em um paciente com asma o espectro do som pulmonar apresenta um aumento da mais alta frequência observada e o aparecimento de um zumbido é observado. Já sons pulmonares com

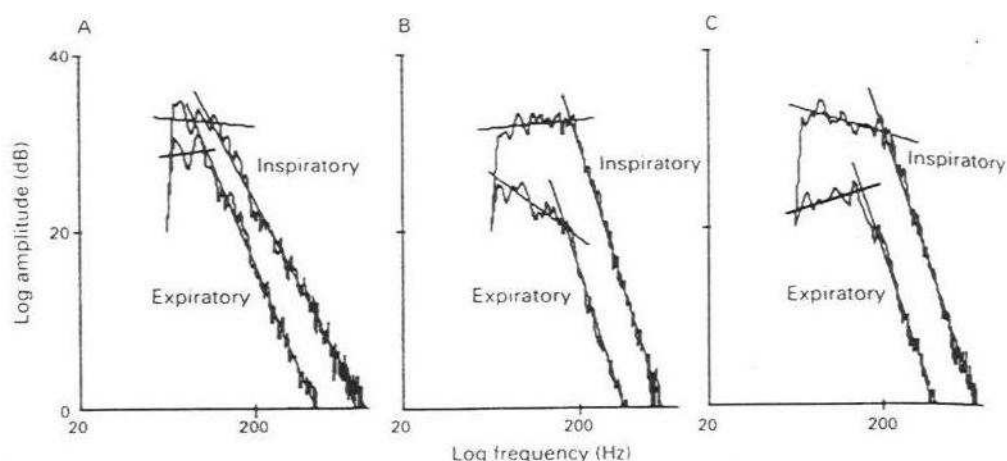


FIGURA 3.1 – Espectros de sons respiratórios e inspiratórios normais: A) obtido na parte superior direita do peito; B) obtido na parte inferior direita do peito e C) obtido na parte inferior esquerda do peito. Graviely [2]. Legenda: *expiratory*: expiratório, *inspiratory*: inspiratório, *log amplitude*: amplitude em escala logarítmica, *log frequency*: frequência em escala logarítmica

anormalidades nas altas frequências e prolongadas etapas expiratórias são típicos de muitas doenças com obstrução das vias respiratórias como em bronquite crônica [15]. Estes sons são de interesse principal porque compõem parte relevante dos sons pulmonares observados e suas identificações são de interesse principal no diagnóstico da saúde de um sistema respiratório.

A padronização da caracterização dos diferentes tipos de sons pulmonares anormais foi realizada pela American Thoracic Society (ATS) e os padrões para a análise dos sons pulmonares definido pelo CORSA (Computerized Respiratory Sound Analysis) [15, 20]. A seguir, têm-se a caracterização dos diversos tipos de sons pulmonares anormais que podem ser observados em pessoas com algum tipo de deficiência no sistema respiratório, segundo a nomenclatura técnica observada na literatura.

### Sons adventícios descontínuos (*crackles*)

Os sons adventícios descontínuos, também chamados de *Crackles*, são eventos acústicos de curta duração com menos de 20 ms de duração, consistindo de uma deflexão inicial seguida por um número limitado de oscilações que decaem em amplitude [17]. Estes sons podem ser observados em paciente com vias respiratórias interrompidas ou com presença de secreção, originando-se preferencialmente nas vias respiratórias iniciais e inferiores [18]. Para ser confiavelmente analisado é recomen-

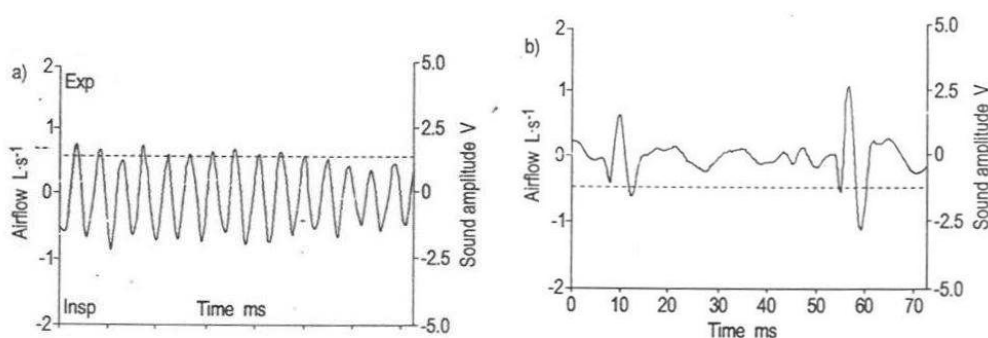


FIGURA 3.2 – Série temporal característica de *wheezes*(a) e *crackles*(b). Sovijarvi [15]. Legenda: *airflow*: fluxo de ar, *sound amplitude*: amplitude do som, *time*: tempo.

dado que se utilize frequência de amostragem superior a 11025 Hz devido ao curto tempo de duração do evento [16].

### Sons adventícios contínuos (*wheezes*)

Os sons adventícios contínuos, também chamados de *Wheezes*, são sinais pseudo-periódicos caracterizados por sua frequência fundamental e sua duração. No passado a duração mínima de um *wheeze* era definida pela ATS em 250 ms mas com a automação dos processos de detecção o CORSA atual definiu o mínimo tempo de um *wheeze* em 100 ms. O CORSA aconselha a utilizar frequências de amostragem de no mínimo 5000 Hz por serem encontrados sons contínuos até 1600 Hz nos sons pulmonares, com valores típicos entre 100 e 1000 Hz [16]. Os *wheezes* são gerados devido a obstrução das vias respiratórias e limitação de fluxo de ar e são originados nas ramificações centrais e inferiores dos pulmões [18].

### *Rhonchus*

Este tipo de som pulmonar anormal se assemelha ao *wheeze* porém com frequência menor que 300 Hz e duração maior que 100 ms. É encontrado, por exemplo em pacientes com secreção ou colapso nas vias respiratórias [20] .

### *Snores*

São ruídos normalmente ouvidos durante o sono. Seus padrões temporais indicam que são gerados por vibrações que ocorrem em regiões não completamente fechadas. O *snore* pode ser alto se comparado com outros sons respiratórios e é usualmente

um sinal pseudoperiódico com energia concentrada em sua frequência fundamental. É produzido nas vias respiratórias superiores e o seu som é modificado pelas cavidades ressonantes da abertura da boca e nariz. A frequência fundamental do *snore* normalmente é menor que 30 Hz [15].

### ***Stridors***

*Stridors* são *wheezes* de amplitude muito alta. São consequência de obstruções morfológicas ou dinâmicas na laringe ou traquéia. Possuem amplitude alta e podem ser ouvidos sem estetoscópio. É caracterizado por um pico proeminente em torno de 1000 Hz no seu espectro de frequência. A complexidade do espectro sonoro do *stridor* depende da doença, do local da obstrução e do fluxo de ar [15]. Possuem duração curta (aproximadamente 30 ms) e por isto devem ser analisados através de sinais com frequência de amostragem superior a 11025 Hz [16].

### ***Squawks***

Estes sons são identificados através de curtos sons musicais no processo de inspiração. A duração destes sons raramente excedem 400 ms. São originados a partir da oscilação de pequenas vias respiratórias depois de abertura repentina. Os métodos de análise dos *squawks* são os mesmos dos *wheezes*. Muitas vezes são chamados de *short wheezes* embora os mecanismos que os produzam provavelmente não sejam os mesmos [20].

## **3.2 Características geométricas dos pulmões**

O pulmão tem como função principal a troca de gases (oxigênio e dióxido de carbono) entre o ar e o sangue, de acordo com Weibel [6]. Para isto o sangue é bombeado através dos pulmões onde é exposto ao ar que chega através das vias respiratórias. O desenho deste trocador de gás requer uma grande área de troca para que o sangue e o ar se coloquem em amplo contato melhorando a eficiência de troca. Nos humanos a área de troca dos pulmões mede aproximadamente  $130\text{ m}^2$  e esta área está confinada no espaço disponível existente no peito humano, que é em torno de 5 a 6 litros. Esta área de troca está distribuída em 300.000 alvéolos pulmonares que possuem  $0,25\text{ mm}^2$  de área em média.

A estrutura interna de um pulmão pode ser pensada como uma espuma congelada contendo uma rede densa de capilares que permitem a passagem das células vermelhas do sangue em filas unitárias até suas extremidades que estão conectadas intrinsecamente aos alvéolos pulmonares. O pulmão, então, é um sistema ramificado de vias respiratórias que visa o espalhamento do ar que provém do processo



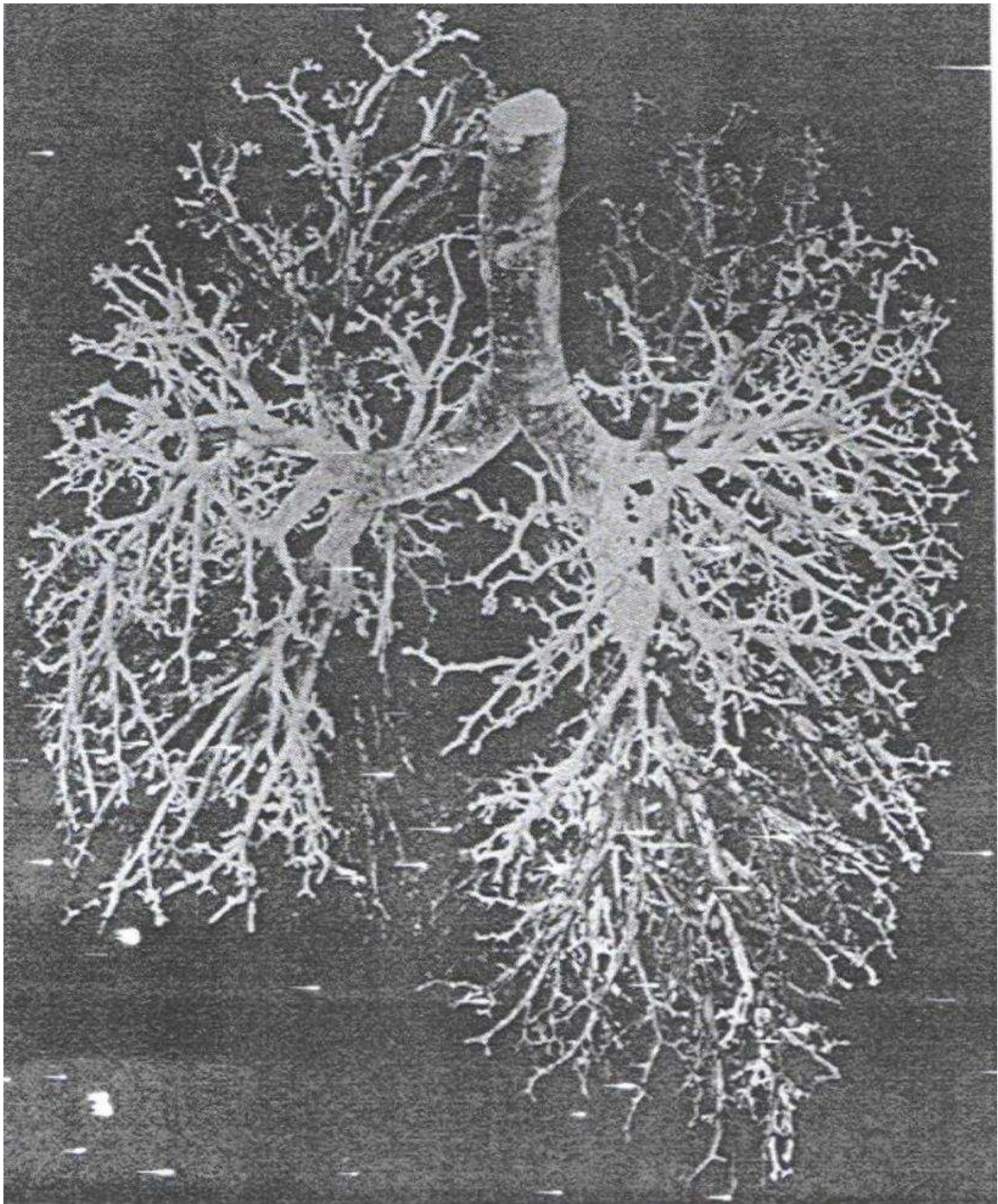


FIGURA 3.3 – Árvore respiratória humana, Kamm [21].

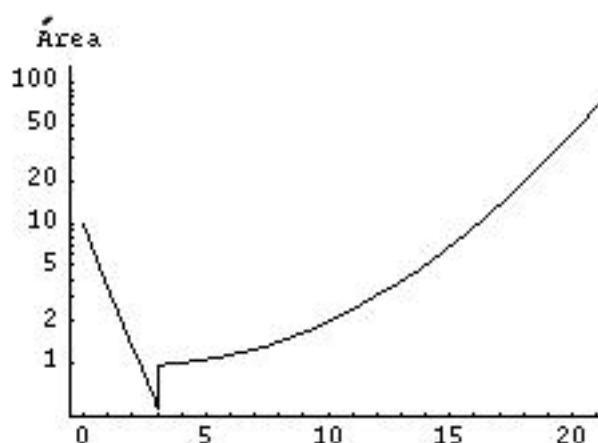


FIGURA 3.4 – Área de troca ao longo das gerações de ramificações das estruturas pulmonares, com base no modelo pulmonar de Weibel.

de inspiração na maior área de troca possível de acordo com as limitações espaciais existentes dentro do peito humano. É importante lembrar que junto aos pulmões também se encontram interligadas as artérias e veias em estruturas também ramificadas que circulam o sangue por seu interior para que seja realizada a troca gasosa.

As ramificações das vias respiratórias ocorrem estritamente por dicotomia, sendo este o padrão básico da morfogênese de vias respiratórias, de acordo com Weibel [6]. Estas ramificações são consideradas irregulares porque o diâmetro e o comprimento das ramificações filiais variam e o número de ramificações varia até a ramificação final ser atingida. Em pulmões humanos são observados um mínimo de 18 ramificações e um máximo de 30 ramificações, sendo que 23 é o número médio de ramificações e as últimas 8 – 10 ramificações já contém alvéolos em suas paredes. Medições de árvores brônquicas mostram que o diâmetro das ramificações é reduzido em cada geração por um fator de  $2^{1/3} \sim 1,26$  até chegar na 15ª geração de ramificações. Após esta geração os diâmetros diminuem muito pouco fazendo com que a área de troca cresça significativamente como pode ser visto na figura 3.4 .

### 3.2.1 Geometria fractal dos pulmões

As vias respiratórias pulmonares são um exemplo de estrutura com múltiplos níveis de complexidade. As ramificações pulmonares apresentam uma organização geométrica bastante elevada cobrindo várias ordens de magnitude nas dimensões

Modelo	Dimensão fractal ( $D_f$ )
Weibel	4,10
Horsfield	2,64
Raabe	2,76

TABELA 3.1 – Dimensão fractal da estrutura pulmonar humana, Nelson [4].

desde a traquéia até a última ramificação que leva aos alvéolos pulmonares [4].

Devido a estes fatos, a análise dos pulmões como estruturas com dimensões fractais é um método de análise útil porque oferece uma abordagem melhorada para o desenvolvimento de modelos de estruturas complexas. As principais características de objetos fractais são: um grande grau de heterogeneidade, uma estrutura auto-similar em várias escalas e a falta de uma escala característica bem definida. E estas características são encontradas nas estruturas respiratórias pulmonares.

Na tabela 3.1 pode-se observar os valores de dimensão fractal encontrado para três modelos que descrevem as dimensões de diâmetro, comprimento e ângulo de bifurcação das ramificações pulmonares. O modelo de Weibel difere consideravelmente dos demais por ser o único que considera as bifurcações simétricas, gerando assim um valor de dimensão fractal que não tem significado físico.

Quanto mais próximo de 3 for a dimensão fractal, melhor ocupação do volume a estrutura estará realizando. Para que isto ocorra, Mandelbrot verificou que a relação entre o diâmetro de ramificações pai e filha deve ser próximo de  $2^{1/3}$ , conferindo com o descoberto na estrutura pulmonar por Weibel [6].

Krause realizou estudos a respeito de dimensões fractais em estruturas pulmonares de mamíferos e verificou diferenças significativas entre as dimensões fractais resultantes da análise do diâmetro das ramificações e do comprimento das ramificações, tanto com resultados teóricos como com resultados experimentais [22].

Stypa determinou a dimensão fractal de pulmões através de um método de contagem de caixa bidimensional e obteve dimensões fractais semelhantes aos valores obtidos por Kitaoka e Takahashi que utilizaram métodos de contagem de caixa tridimensionais, ambos trabalhos resultando em dimensões fractais aproximadas a 2,6 – 2,7 [7].

### 3.2.2 Modelos de árvores pulmonares

Alguns modelos pulmonares são criados a partir de regras para a geração das ramificações filiais, que é o caso do modelo tridimensional de Kitaoka [23] e o modelo bidimensional de Nelson [4]. Nestes modelos as regras principais são baseadas

Geração (g)	0 a 3	4 a 22
Raio (cm)	$0,9e^{-0,388g}$	$0,65e^{-g(0,2929-0,00624g)}$
Comprimento (cm)	$12e^{-0,92g}$	$2,5e^{-0,17g}$

Geração	0 a 4	5	6 a 7	8 a 11	12 a 22
Ângulo de bifurcação	$32^\circ$	$30^\circ$	$36^\circ$	$43^\circ$	$50^\circ$

TABELA 3.2 – Dimensões das ramificações pulmonares segundo Weibel, [21].

no volume disponível para ocupação e na dicotomia da ramificação, com pequenas diferenças entre si para determinação de ângulos de bifurcação, comprimentos e diâmetros das ramificações.

As regras do modelo bidimensional de Nelson são :

1. a partir do final da estrutura que será ramificada, o espaço disponível é subdividido em duas subáreas;
2. é determinado o ângulo de bifurcação de maneira que a nova ramificação divida a subárea em duas metades com um limite de  $50^\circ$ ;
3. a nova ramificação tem comprimento igual a  $\frac{1}{4}$  da distância entre a estrutura a ser ramificada e a condição de contorno limitadora, respeitando o novo ângulo de bifurcação.

Entretanto, existem outros modelos que são baseados nas medições das estruturas reais. Entre estes modelos podem ser citados os modelos de Weibel, Horsfield e Raabe.

O modelo de Weibel é um dos mais utilizados para descrever a estrutura pulmonar e é baseado nas relações matemáticas da tabela 3.2. As relações de diâmetro de comprimento das ramificações apresentam duas relações diferentes: uma para as primeiras quatro gerações de ramificações (0 a 3) e outra para as demais gerações. Já os ângulos de bifurcação variam ao longo de toda a estrutura pulmonar. A dimensão fractal calculada para o modelo de Weibel é 4,10, entretanto o problema está definido no espaço tridimensional [4]. Isto provavelmente ocorreu porque o procedimento de cálculo adotado não era adequado ao problema. Os comprimentos e raios das onze primeiras gerações de ramificações das vias respiratórias humanas segundo o modelo de Horsfield podem ser observado na tabela 3.3.

Entre os modelos teóricos, dois se destacam: o modelo auto-similar e o modelo auto-afim. No modelo auto-similar existe uma relação de proporcionalidade

Geração	Comprimento (cm)	Raio (cm)
0	10,0	0,80
1	5,0	0,60
2	2,2	0,55
3	1,1	0,40
4	1,05	0,365
5	1,13	0,295
6	1,13	0,295
7	0,97	0,270
8	1,08	0,215
9	0,95	0,175
10	0,86	0,175

TABELA 3.3 – Dimensões de Raio e Diâmetro para as 10 primeiras ramificações pulmonares segundo Horsfield [24].

fixa entre o comprimento e o raio das ramificações de uma mesma geração e a relação entre as dimensões de gerações duas consecutivas também é fixa e denominada  $d$ . O modelo auto-afim pode se constituir da junção de dois ou mais modelos auto-similares com parâmetros  $d$  diferentes. Este modelo pode se aproximar com mais precisão das dimensões das árvores brônquicas conhecidas se comparado ao modelo auto-similar.

### 3.3 Simulação de fluidos em estruturas ramificadas

A tarefa de simular os fluxos respiratórios em estruturas pulmonares é bastante complexa devido à natureza turbulenta geralmente verificada em experimentos e devido à complexidade da própria estrutura da árvore brônquica. Tal complexidade se reflete na hora de se definir as condições de contorno de problemas envolvendo as equações de Navier-Stokes ou de suas simplificações. O trabalho mais recente nesta direção é o realizado por Almeida et al. em 1999 [25].

O grupo de Almeida realizou a simulação de fluxos bidimensionais e viscosos em estruturas do tipo da árvore brônquica. Foram consideradas estruturas com até cinco gerações de ramificações, nas quais as dimensões dos brônquios foram obtidas a partir do modelo de Horsfield e os ângulos de bifurcação foram fixados entre  $60^{\circ}$  e  $120^{\circ}$ . Para descrever o fluido foram utilizadas as equações para conservação de momento (nas direções  $x$  e  $y$ ) e da continuidade, respectivamente:

$$\rho \left[ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right], \quad (3.1)$$

$$\rho \left[ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right], \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (3.3)$$

Nestas equações as variáveis independentes  $x$  e  $y$  determinam a posição na estrutura bidimensional nas direções transversal e longitudinal da traquéia, respectivamente; as variáveis  $u$  e  $v$  são as respectivas componentes da velocidade nas direções  $x$  e  $y$ .  $p$ ,  $\rho$  e  $\eta$  denotam respectivamente a pressão, a densidade e a viscosidade locais do fluido. É assumida uma distribuição uniforme de velocidades na entrada (em relação a  $x$ ) da primeira geração, que na árvore brônquica corresponde à traquéia. O número de Reynolds da simulação é definido como  $Re = \rho \frac{VL}{\eta}$ , sendo  $V$  a velocidade do fluido na entrada e  $L$  o comprimento da primeira geração das ramificações.

As soluções numéricas das equações (3.1), (3.2) e (3.3) são obtidas a partir de técnicas de elementos finitos e a discretização é feita através de uma grade não estruturada com elementos triangulares. Os resultados mostraram uma assimetria na distribuição dos fluxos entre os sucessivos brônquios. De maneira geral, o fluxo tem preferência pela ramificação alinhada com sua ramificação avô. A partição do fluido de geração para geração se dá de acordo com uma função que tem como variáveis o número de Reynolds e o ângulo de bifurcação entre as ramificações. Tal assimetria aumenta com o número de Reynolds. Este resultado pode ser visto na figura 3.5.

Com base na observação dos padrões de assimetria gerados, Almeida et al. propuseram um modelo binário para a divisão de fluxo entre ramificações bem como para as distribuições transversais (direção  $x$ ) de velocidade em cada brônquio. O modelo se baseia nas regras de alinhamento observado entre os eixos das ramificações e suas ramificações antecessoras, sob a hipótese de que os padrões de fluxo se repetem de geração para geração. Note que tal hipótese é a mesma adotada neste trabalho e em [26]. A partir deste modelo binário é possível estimar os fluxos para todas as gerações de ramificações existentes numa árvore brônquica. Este resultado, normalizado para o fluxo máximo da geração pode ser visto na figura 3.6. O padrão dos fluxos nas saídas das ramificações é auto-similar e pode ser descrito pela relação.

$$g(x) \propto b^{-\alpha} g(bx)$$

com  $\alpha = \log_{10}(\frac{p}{q}) / \log_{10} 2$ ,  $g(x)$  a função dos fluxos de saída na geração  $x$  e os parâmetros  $p$  e  $q$  como as porções para a divisão dos fluxos entre duas ramificações

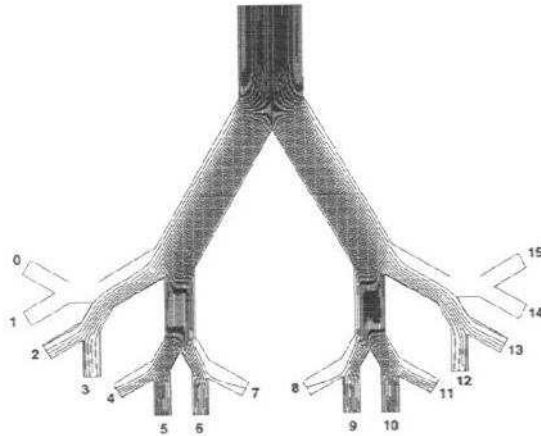


FIGURA 3.5 – Fluxos de ar dentro da árvore brônquica, com número de Reynolds alto ( $Re=4800$ ). Almeida [25].

de um mesmo brônquio, sendo  $p + q = 1$ .

Este tipo de auto-similaridade sugere uma dimensão fractal relacionada ao fenômeno. Esta dimensão fractal é equivalente ao valor de  $\frac{1}{\alpha}$  e está relacionada a distribuição horizontal de fluxos entre as ramificações de uma mesma geração.

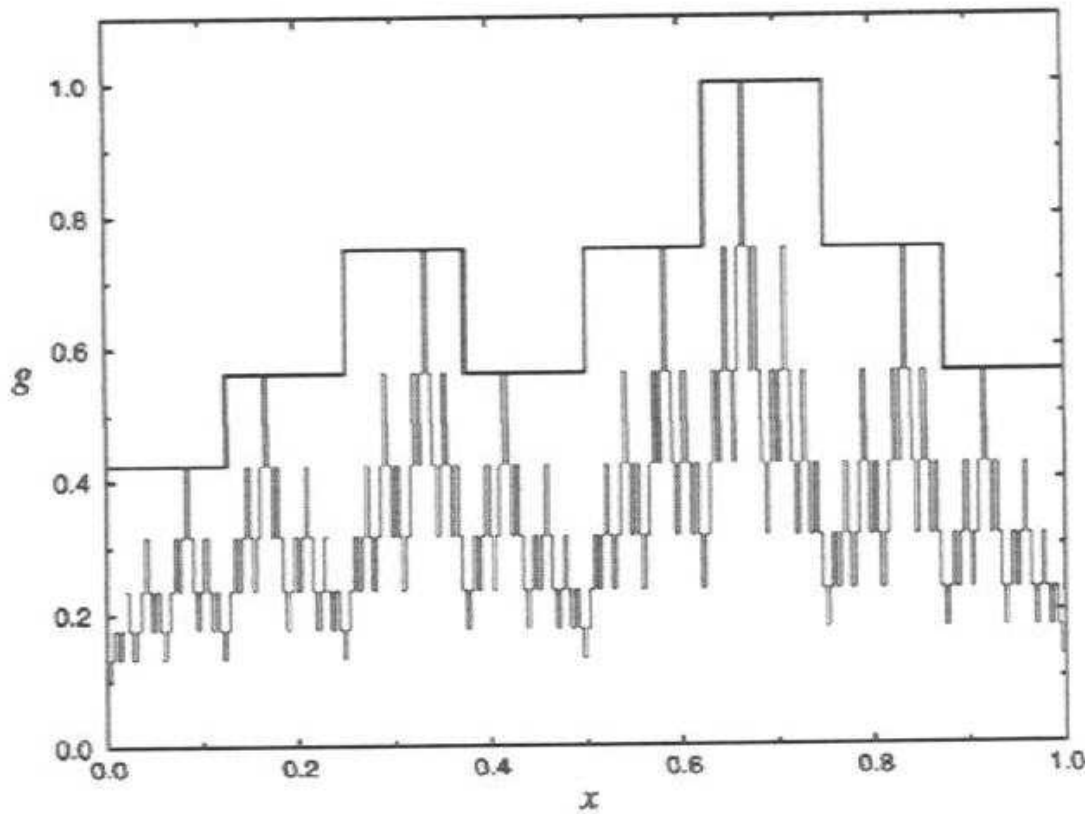


FIGURA 3.6 – Mapa das distribuições horizontais de fluxos.  $x$  representa os vários brônquios de uma mesma geração ordenados de forma que o primeiro brônquio começa na posição 0,0 e o último termina na posição 1,0, sem interrupções devido a troca de brônquio.  $g$  é o fluxo máximo normalizado. A linha superior no gráfico representa a distribuição de fluxos para a quinta geração. Já a linha inferior representa a distribuição de fluxos para a décima geração. Almeida [25]



## Capítulo 4

# Esquema de interação para produção de sons pulmonares

Neste capítulo será descrito o modelo teórico elaborado para um esquema de interação entre o fluxo de ar e a árvore brônquica para produção dos sons pulmonares de alta frequência.

Inicialmente, assume-se que  $\mathcal{T}$  é uma estrutura auto-similar composta pela sucessão dicotômica de brônquios, na qual um brônquio pai origina dois brônquios filhos menores. Nesta estrutura as bifurcações são simétricas em relação ao brônquio pai, e o ângulo de bifurcação  $\theta$  entre os brônquios filhos é constante através das gerações, como pode ser visto na figura 4.1. Considera-se que os dutos do sistema são rígidos, ou seja, variações no volume total da árvore brônquica podem ser descartadas das considerações geométricas.

Em uma abordagem contínua, o problema de transporte deve ser resolvido pelas equações de Navier-Stokes com as características específicas do problema, juntamente com as condições de contorno e condições iniciais apropriadas. Se  $\{f^j\}$  representa o conjunto de variáveis relevantes (densidade, velocidade, pressão, etc.), a equação de transporte deduzida para este problema pode ter a seguinte estrutura genérica

$$\mathcal{L}[\{f^j\}] = F(\{f^j\}, S, \dots), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \bar{n}, \quad (4.1)$$

onde  $\mathcal{L}$  é um operador diferencial parcial sobre o conjunto de variáveis e a aplicação  $F$ , além de uma possível dependência em  $\{f^j\}$ , pode incluir termos representando fontes  $S$  ou resultar de simplificações em geral. Para algum fenômeno físico em particular, o esquema de interação é representado pelas formas correspondentes de  $\mathcal{L}$  e  $F$ . Se  $f_{n,1}^j$  e  $f_{n,2}^j$  referem-se a brônquios irmãos de um pai da geração  $(n - 1)$ , de acordo com nossa hipótese de simetria na bifurcação, ambos  $\mathcal{L}$  e  $F$  devem ser simétricos sob troca de  $f_{n,1}^j \leftrightarrow f_{n,2}^j$ . Da solução deste problema pode ser obtido o espectro do som audível.

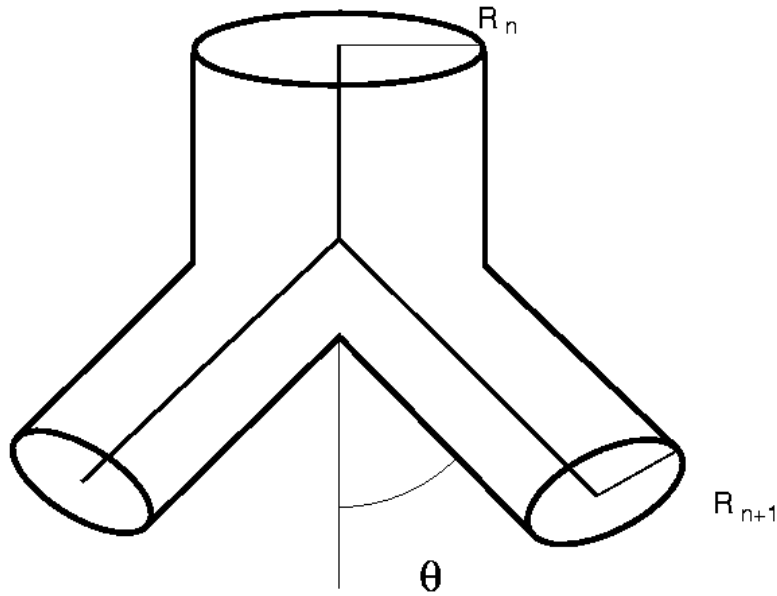


FIGURA 4.1 – Esquema de bifurcação simétrica entre brônquios de gerações consecutivas de  $\mathcal{T}$ . O *skeleton* de  $\mathcal{T}$  é obtido substituindo os cilindros de todos brônquios de todas as gerações pelos seus eixos com o mesmo comprimento. No fim, assemelha-se ao *skeleton* de interação (veja a figura 4.2).

Assume-se, também, que o problema do transporte representado por (4.1) com as apropriadas condições de contorno e condições iniciais pode ser decomposto em uma seqüência de problemas mais simples em várias escalas, uma para cada geração específica. Ainda mais, esta seqüência deve ser invariante, em escala, de geração a geração. Mais precisamente, se a solução  $f^j$  representa alguma das variáveis relevantes, e  $f_n^j$  sua restrição para a geração  $n$ , as propriedades de escalonamento

$$Z^\lambda f_{n+\lambda}^j = f_n^j \quad (4.2)$$

se estabelecerão, onde  $\lambda = 1, 2, \dots$ . Em outras palavras, as condições dinâmicas relevantes de geração a geração são as mesmas se apropriadamente escalonadas (pelo escalonamento  $Z$ ).

Com o intuito de ajustar o formato específico e resolver a respectiva equação dinâmica(4.1), a presente discussão inicia a partir da simetria e das propriedades de escalonamento de (4.1) e (4.2) juntamente com o fato fenomenológico de que freqüências sonoras ressonantes estão relacionadas as dimensões geométricas (escalas de comprimento) de um corpo ressonante, como por exemplo em tubos de um órgão de igreja ou em um cilindro [27, 11]. Sendo mais específico, devido ao fato que o espectro está intimamente relacionado com a dinâmica do fluxo subjacente, (4.1) e (4.2) sugerem que o espectro pode ser gerado por um esquema

análogo à arquitetura fractal da árvore brônquica. Da mesma forma, a interação fluido-brônquio é representada via discretização não linear (em várias escalas) do fluxo de ar em elementos discretos e em um esquema seletivo para a escala de interação a cada geração. Neste caso, a discretização proposta, que será introduzida a seguir, reflete as propriedades de escalonamento mencionadas das equações (4.1) e (4.2) que são fortemente relacionadas com a geometria de  $\mathcal{T}$ .

Para o caso de um fluxo dividido igualmente nos brônquios subseqüentes, o esquema físico de interações entre os elementos de fluxo e os brônquios é equivalente ao conjunto de Cantor uniforme  $\mathcal{C}$  de lacunaridade  $(N; d)$  [28, 29], para um inteiro  $N \geq 2$  e um real  $d > N$ . Mais precisamente, supõe-se que a sucessão de interações através das gerações de  $\mathcal{T}$  segue os extensamente conhecidos passos de construção do conjunto de Cantor uniforme  $(N; d)$ , no qual cada intervalo básico  $I_{k,n}$  de passo  $n$  é substituído por  $N$  subintervalos espaçados igualmente, as extremidades de  $I_{k,n}$  coincidem com as de  $I_{k,n+1}$  e as suas razões de comprimento satisfazem  $|I_{k,n+1}| = d^{-1}|I_{k,n}|$ , para todo  $n$ . Este procedimento é repetido *ad infinitum* até o conjunto de Cantor uniforme  $(N; d)$  ser obtido com a dimensão de Hausdorff  $D(\mathcal{C}) = \log_d N$ . De maneira análoga, o esquema de interação pode ser representado por uma topologia do tipo árvore  $\mathcal{P}$  como na figura 4.2, onde cada segmento de sua  $n$ -ésima geração representa a interação do fluxo de ar com o brônquio corrente de  $\mathcal{T}$ . Então,  $\mathcal{P}$  representa um *skeleton* de interação do fluxo respiratório com as consecutivas gerações de  $\mathcal{T}$ . A dimensão fractal de  $\mathcal{P}$  é também dada por  $D(\mathcal{P}) = \log_d N$  [28, 29], onde a divisão dicotômica dos brônquios ( $N = 2$ ) está assumida.

Como mencionado anteriormente, as interações dos elementos discretos entre si, bem como os possíveis efeitos de dissipação dessa interação são considerados desprezíveis. Como o fluxo de ar passa através dos brônquios, parte da energia cinética dos elementos é transformada em som via interação com a estrutura tubular. Adota-se duas hipóteses quantitativas a respeito da produção de som devido às interações. Primeiro, supõe-se que, em cada brônquio, o som produzido vem das flutuações de densidade com frequência principal  $\omega(n)$  proporcional a alguma potência da escala de comprimento típica  $L(n)$  do brônquio interagente,

$$\omega(n) = \kappa L^{-\gamma}(n) \quad (4.3)$$

onde  $\kappa$  é uma constante de proporcionalidade. O parâmetro  $\gamma$  define a lei de potência específica que faz a conexão entre a produção da frequência sonora e as escalas de comprimentos típicas do fluido, que no caso mais simples é  $\gamma = 1$ . Similarmente assume-se que a amplitude  $P(n)$  correspondente é proporcional a alguma potência de  $L(n)$ ,

$$P(n) = \sigma M(n) L^\delta(n), \quad (4.4)$$

onde  $\sigma$  é uma constante de proporcionalidade,  $M(n)$  é o número de elementos discretos interagentes na geração  $n$  e o parâmetro  $\delta$  define a lei de potência específica

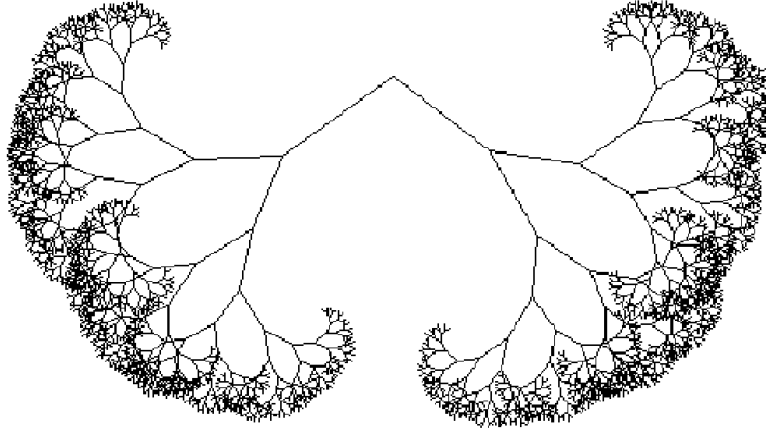


FIGURA 4.2 – Árvore de interação, para  $n = 1, 2, \dots, 10$  (a traquéia não está mostrada), que assemelha-se ao *skeleton* de  $\mathcal{T}$ .

que relaciona as dimensões do brônquio com a amplitude do som produzido. As dimensões das referidas escalas de comprimento podem ser os raios dos brônquios  $L(n) = R(n)$  ou os comprimentos  $L(n) = H(n)$ , mas ambas hipóteses resultam em equivalências se for suposto que a razão  $R(n)/H(n)$  é aproximadamente constante, algo que está de acordo com alguns modelos geométricos de  $\mathcal{T}$  ([4] e suas referências citadas).

Ambas hipóteses são compatíveis com muitos cenários de produção de som [27, 11]. Por exemplo, veja o que acontece quando som é produzido pelo balanço harmônico de um corpo no ar. Se  $L$  é uma escala de comprimento típica do corpo, som com frequência dada por (4.3) com  $\gamma = 1$  é produzido. Sua intensidade é proporcional a média do quadrado da segunda derivada temporal do volume do corpo emissor, ou seja,  $\overline{\dot{V}^2}(n) \equiv \omega^4 V^2$ . A mesma intensidade pode ser escrita como proporcional ao quadrado da amplitude  $P$ . Então, a amplitude do som produzido é proporcional a  $\omega^2 V$ , cujo resultado é proporcional a  $L^{-2} L^3 = L$ , uma potência de  $L$ .

Para cada  $n$ , os anteriormente mencionados elementos de fluxos  $M(n)$  produzem som de acordo com dois possíveis e complementares cenários:

1. A produção de som está associada às  $M(n) = 2^{n-1}(d-2)$  porções de fluido que são aniquiladas no brônquio, correspondentes aos intervalos na construção do conjunto de Cantor.

2. A produção de som está associada às  $M(n) = 2^n$  porções de fluido que passam para as próximas gerações de brônquios, correspondentes aos intervalos mantidos na construção do conjunto de Cantor.

Perceba que a topologia de  $\mathcal{P}$  para ambos os cenários é a mesma exceto que a construção de  $\mathcal{P}$  para o segundo cenário é um passo adiante em relação ao primeiro.

Uma maneira de usar a auto-similaridade expressa por  $L(n) = d^{-n}L(0)$  para adotar a geração zero como referência é notar que  $L^\delta(n) = d^{-\delta n}L^\delta(0)$ . Com isto, para ambos cenários, a equação (4.4) se torna

$$P(n) = \frac{M(n)}{2^n} d^{[D(\mathcal{P})-\delta]n} P(0), \quad (4.5)$$

onde  $P(0) = \sigma L^\delta(0)$  é a amplitude do som produzido na geração zero e a dimensão de Hausdorff é  $D(\mathcal{P}) = \log_d 2$ . Na escala em Decibel a equação (4.5) se torna

$$P(n)|_{dB} = 20 \log_{10} [P(n)/P(\bar{n})], \quad (4.6)$$

com  $\bar{n}$  sendo a última geração onde som é produzido (a mais alta frequência que aparece no espectro sonoro experimental).

Sob uma regra de escalonamento, equação (4.3), a equação acima se torna

$$P(n)|_{dB} = A \log_2 \frac{\omega(n)}{\omega(\bar{n})} + B, \quad (4.7)$$

onde absorve-se as constantes nos parâmetros  $A$  e  $B$ , os quais são dados por

$$A = -20\gamma^{-1}[\delta - D(\mathcal{P})] \log_{10} 2 \quad (4.8)$$

e

$$B = -20\gamma^{-1}[\delta - D(\mathcal{P})] \log_{10} \frac{\omega(\bar{n})}{\omega(0)} \quad (4.9)$$

onde as frequências são expressas em oitavas em relação a mais alta frequência detectável  $\omega(\bar{n})$ ,

$$\omega(n) = d^{\gamma(n-\bar{n})} \omega(\bar{n}). \quad (4.10)$$

O resultado da equação (4.7) está em acordo com os encontrados por Gavriely em [1] e [2]. É perceptível a independência do cenário, sendo  $M(n) = 2^{n-1}(d-2)$  ou  $M(n) = 2^n$ , os resultados são espectros idênticos, ou seja, o esquema fractal implica num princípio de Babinet [30]. O princípio de Babinet adaptado para a presente situação de interação de  $\mathcal{P}$  resulta justamente nestes cenários complementares, onde com um elemento retirado ou dois elementos que permanecem é produzido o mesmo espectro sonoro no caso de um regime turbulento. Conseqüentemente, possuindo-se somente o formato do espectro, não é possível identificar qual cenário, 1 ou 2 ou mesmo a mistura de ambos, é a causa do som respiratório conhecido.

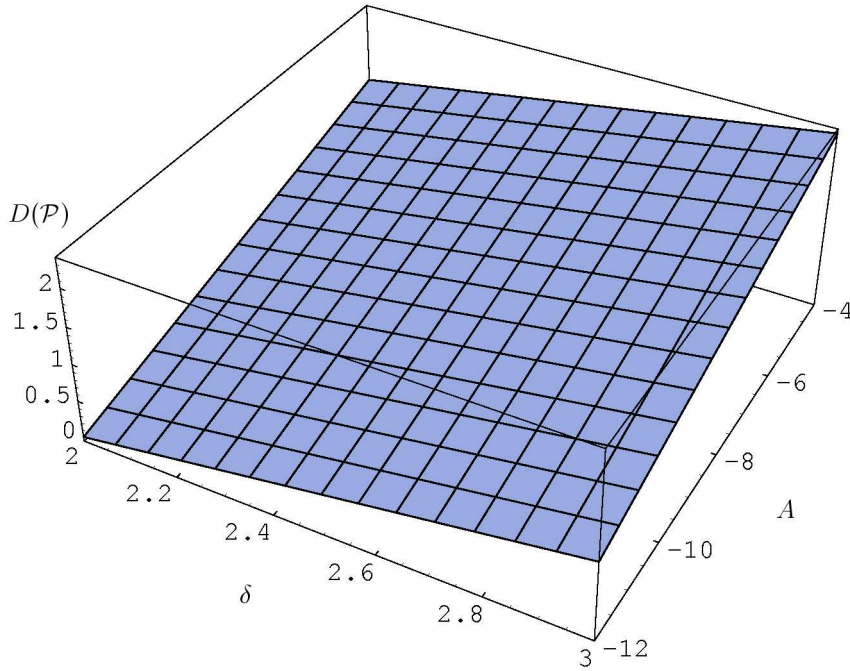


FIGURA 4.3 – Gráfico de  $D(\mathcal{P})$  como função de  $\delta$  e  $A$  (veja a equação (4.8)).

#### 4.1 Delimitando os parâmetros do esquema

Os parâmetros relevantes para o esquema proposto são  $d$ ,  $\delta$ ,  $A$  e  $\gamma$ . Adotou-se  $\gamma = 1$ , que é correspondente a muitas situações de produção de som como em tubos (abertos ou semi-abertos), ressonadores, corpos pulsantes, percussão em membranas, etc. [27, 11]. Usando os trabalhos de Gavriely e colaboradores [1, 2] é possível estabelecer os limites de  $A$ , e usando os de Nelson e Manchester [4] e de Stypa [7] é possível selecionar os valores de  $d$ , e conseqüentemente de  $D(\mathcal{P}) = \log_d 2$ .

Primeiro percebe-se que é assumido que a mais baixa frequência é produzida na geração 4, da equação (4.10), tem-se

$$\bar{n} = 4 - \log_d \frac{\omega(4)}{\omega(\bar{n})}. \quad (4.11)$$

Adotando  $D(\mathcal{P}) = 1,7$ , como relatado em [4] e de acordo com [2],  $\omega(4) \approx 150$  Hz. Então, sob estas hipóteses, sons com frequência de até em torno de  $\omega(\bar{n}) \approx 8800$  Hz são produzidos até a geração  $\bar{n} = 14$ . Para o mesmo conjunto de parâmetros, sons com frequência de até em torno de  $\omega(\bar{n}) \approx 1200$  Hz são produzidos até a geração  $\bar{n} = 9$ . Isto pode indicar uma perda das altas frequências

devido as propriedades de filtragem nos usuais processos de auscultação do som.

De acordo com [1] e [2], a inclinação do espectro de amplitude para altas frequências em sujeitos normais quando da inspiração, varia entre  $-12,7$  dB/oct e  $-15,2$  dB/oct. Para a expiração, varia de  $-13,4$  dB/oct a  $-20,3$  dB/oct. Todavia, isto reflete o som pulmonar já atenuado pelas características físicas do peito. De fato, uma vez geradas na árvore brônquica, as oscilações de pressão se propagam através de uma seqüência de tecidos (parênquima, ossos, músculos e gordura) até serem captadas por um estetoscópio. De acordo com a literatura, a função de transferência da cavidade peitoral pode ser aproximadamente ajustada por uma função afim com inclinação de aproximadamente  $-7,0$  dB/oct [19] para a região das altas frequências. Isto significa que as inclinações originais de  $A$  do som auscultado são em torno de  $-5,7$  a  $-8,2$  dB/oct para a inspiração e de aproximadamente  $-6,4$  a  $-13,3$  dB/oct para a expiração. A figura 4.4 ilustra o formato típico do espectro.

O parâmetro de escalonamento  $d$  é associado a ambas geometrias de  $\mathcal{P}$  e  $\mathcal{T}$  ( $D(\mathcal{T}) = D(\mathcal{P}) + 1$ ) e então, deve ser o mesmo para a inspiração e para a expiração. Devido ao fato de que  $2 \leq D(\mathcal{T}) \leq 3$  [4, 7], ou equivalentemente  $1 \leq D(\mathcal{P}) \leq 2$ , tem-se que  $1,25 \leq d \leq 1,41$ . A figura 4.3, ilustra a dependência de  $D(\mathcal{P})$  como função de  $\delta$  e  $A$ , obtida a partir de (4.8), para as faixas relevantes. O nível ajustado para  $D(\mathcal{P})$  fornece possíveis combinações de  $A$  e  $\delta$ . Por exemplo, pode-se concluir que os mais prováveis valores inteiros para  $\delta$  são 2 e 3 para inspiração e expiração, respectivamente. Isto pode indicar que os mecanismos físicos da produção de som respiratório na inspiração e expiração tem fundamentais diferenças: enquanto no primeiro caso as amplitudes são proporcionais a  $L^2(n)$ , na expiração a proporcionalidade é  $L^3(n)$ .

A região espectral de baixas frequência (75 – 150 Hz) não se ajusta com precisão como verificado na região das altas frequências. Ainda mais, para o mesmo sujeito, esta região pode variar substancialmente dependendo do ponto de ausculta. Todavia, uma quantidade significativa de som gerado pode ser devido aos mecanismos descritos pelo esquema proposto.

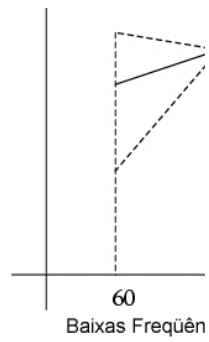


FIGURA 4.4 – formato típico do espectro de acordo com Gavriely et al. (1995).

As linhas tracejadas representam a variabilidade de amplitude observada na região de baixas frequências. Perceba que as frequências estão distribuídas numa escala logarítmica.



# Capítulo 5

## Modelo

Neste capítulo será apresentado o estudo de uma realização do esquema de interação para produção de sons pulmonares descrito no capítulo anterior. Este estudo será desenvolvido com o intuito de realizar uma implementação computacional simulável do esquema de interação de elementos discretos multi-escala com a árvore brônquica. Além disto, esta abordagem irá estender a região de validade do modelo com as interações entre os elementos via potenciais. A partir deste capítulo será adotada a palavra *partícula* para os elementos discretos multi-escala que se movimentam pela estrutura da árvore brônquica e interagem com a mesma, da mesma forma como *fónons* (modos de vibração da rede cristalina) podem ser considerados pseudo-partículas.

Para simular o fluxo respiratório em  $\mathcal{T}$ , a ser representado por alguma estrutura geométrica, considera-se o transporte das partículas acima mencionadas através de ramificações consecutivas. Comparando o modelo proposto com uma abordagem contínua, as partículas representam os constituintes fundamentais do fluxo (elementos de fluidos em fluxos laminares ou *eddies* em regimes turbulentos) enquanto a geometria de  $\mathcal{T}$  representa as condições de contorno. Isto implica que uma abordagem baseada em modos independentes está sendo adotada. O desenvolvimento do modelo será concentrado no modelo auto-similar para  $\mathcal{T}$ , entretanto os modelos de Weibel [6] e Horsfield também podem ser considerados. No modelo auto-similar os brônquios diminuem de geração a geração em uma razão constante  $d$  e a relação entre comprimento e raio também é constante, o que está de acordo com os modelos mais conhecidos.

Em seu percurso, as partículas constituintes do fluxo interagem com as paredes de  $\mathcal{T}$  e entre si. Para facilitar a compreensão do leitor, sem desrespeitar a ordem cronológica do desenvolvimento, primeiro considera-se o caso onde somente as interações partícula-parede ocorrem. Depois serão consideradas as interações partícula-partícula através de potenciais de interação para observar as modificações que surgem.

## 5.1 Interações partícula-parede

É considerado primeiramente o caso do transporte de partículas que são desacopladas umas das outras, isto é, elas não interagem entre si. As únicas interações contempladas são aquelas entre as partículas e estrutura  $\mathcal{T}$ . A frequência do som produzido em cada brônquio é, por suposição, inversamente proporcional as suas dimensões (ou escala de comprimento). Para cada brônquio, as duas dimensões principais são o comprimento do brônquio  $h(n)$  e o raio  $r(n)$ , sendo que para a maior parte dos modelos, é possível supor  $h(n) \approx 3r(n)$ . Todavia, pode-se escolher o raio  $r(n)$  como escala de referência e supor que

$$\omega(n) \propto r^{-1}(n). \quad (5.1)$$

Perceba que esta hipótese é consistente com a hipótese (4.3) adotada no capítulo 4.

Já a amplitude do som produzido pelas interações é, também por suposição, proporcional ao tempo  $t(n)$  que elas passam em cada brônquio de geração  $n$  e à área de seção dos brônquios correntes. Isto reflete nas componentes longitudinais e transversais das interações, respectivamente. A partir disto, para cada geração  $n$ , um som com amplitude  $P(n)$  é dado por

$$P(n) = c_1 2^n t(n) r^\lambda(n), \quad (5.2)$$

onde  $c_1$  é uma constante de proporcionalidade e  $2^n$  é o número de brônquios da geração  $n$  devido a divisão dicotômica dos brônquios. O parâmetro  $\lambda$  representa como a amplitude do som depende das dimensões transversais do brônquio. Como  $t(n)$  também é proporcional as dimensões de  $r(n)$ , o que será mais detalhado adiante, perceba que esta hipótese está de acordo com a hipótese (4.4) adotada no capítulo 4.

O tempo que uma partícula passa em um determinado brônquio é proporcional ao número de choques dela com as paredes, dentro de cada brônquio, sem a influência do raio. O número de choques em um brônquio será maior quanto mais tempo esta partícula passar neste brônquio, e maior também será a amplitude  $P(n)$  do som produzido. Então, uma maneira alternativa de escrever (5.2) é

$$P(n) = c_1 2^n k(n) r^{\lambda+1}(n), \quad (5.3)$$

com a constante de proporcionalidade  $c_1$  devidamente ajustada e com  $k(n)$  representando o número médio de choques em um brônquio da geração  $n$ .

Na trajetória de cada partícula, uma fração  $0 \leq p \ll 1$  de energia cinética é perdida, esta perda é responsável pela diminuição de velocidade na partícula. Isto influencia no tempo  $t(n)$  que a partícula passa em cada brônquio e por consequência na amplitude de som produzido. Em geral, na média, o módulo da velocidade

$v(n+1)$  é menor que  $v(n)$  por causa da perda de energia cinética de geração a geração. Isto está de acordo com estudos relacionados ao aumento da área transversal total dos brônquios a na constância do fluxo de ar de geração a geração.

Numa tentativa de fazer uma previsão analítica para os resultados das simulações, pode-se estimar  $t(n)$  como proporcional ao comprimento médio  $h(n)$  e inversamente proporcional a intensidade da velocidade média  $v(n)$  das partículas. Então a equação (5.2) se torna

$$P(n) = \sigma 2^n \frac{h(n)}{v(n)} r^\lambda(n) \quad (5.4)$$

onde  $\sigma$  é a nova constante de proporcionalidade.

Ainda, a velocidade média pode ser estimada como

$$v(n) = v(0)[1 - p(n)]^{\sum_{i=0}^{n-1} k(i)}, \quad (5.5)$$

onde  $k(i)$  é o número médio de choques que as partículas realizam nos brônquios da geração  $n$ .

Adicionalmente, supõe-se que os quocientes  $h(n)/r(n)$  e  $d = r(n)/r(n+1)$  são constantes, o que está de acordo com hipóteses comumente aceitas de que a árvore brônquica tem uma geometria fractal [3, 4, 6]. Com isto, (5.4) se torna

$$P(n) = \sigma \frac{2^n}{(1-p)^{\sum_{i=1}^{n-1} k(i)}} d^{-(\lambda+1)n} P(0) \quad (5.6)$$

com a constante de proporcionalidade devidamente ajustada.

Agora supondo  $p \ll 1$  e adotando a amplitude de som produzida na traquéia  $P(0)$  como referência para escrever a equação acima em escala Decibel ( $P(n)|_{dB} = 20 \log_{10} \frac{P(n)}{P(0)}$ ), obtém-se

$$P(n)|_{dB} = A \log_2 \frac{\omega(n)}{\omega(\bar{n})} + B(n) \quad (5.7)$$

onde as frequências estão expressas em oitavas em relação à frequência da última geração  $\bar{n}$  na qual os sons pulmonares ainda são produzidos (mais alta frequência). Os coeficientes  $A$  e  $B$  são dados por

$$A = -20[(\lambda+1) - D] \log_{10} 2 \quad (5.8)$$

e

$$B = -20 \log_{10} (1-p)^{ch(n)}, \quad (5.9)$$

onde  $D = \log_d 2$  e  $ch(n) = \sum_{i=1}^{n-1} k(i)$  é o número total de choques da geração  $i=0$  até a geração  $i=n$ .

Nas simulações realizadas, os valores adotados para  $p$  são muito menores que 1, implicando em  $B \approx 0$ . Então as equações acima mostram que, mediante as hipóteses adotadas, o espectro sonoro resulta em linhas quase retas sob escala log-log. Isto é consistente com a análise de Gavriely e colaboradores [1, 2], principalmente na região de altas frequências do espectro (acima de 150 Hz). Perceba, ainda, que para  $p \ll 1$  tem-se valores mais significativos para  $B(n)$  somente nas mais altas gerações, nas quais os sons pulmonares não são mais produzidos. A quantidade  $D$  é a dimensão fractal do *skeleton* obtido a partir de  $\mathcal{T}$  onde os cilindros (brônquios) são substituídos por segmentos de reta com os respectivos comprimentos  $h(n)$ . [28, 4, 29]. Então, a inclinação do espectro deve ser fortemente dependente da geometria de  $\mathcal{T}$ , corroborando com estudos recentes na produção de sons pulmonares das altas frequências [26].

## 5.2 Interações partícula-partícula

Nas primeiras gerações, além das interações partícula-parede, os acoplamentos partícula-partícula também devem ser tomados em consideração. Mesmo que a física das interações partícula-partícula ainda não seja conhecida, pode-se supor que ela possa ser aproximada por uma função polinomial  $\Pi$  da distância entre partículas  $d_{i,j}$ , se uma aproximação de Taylor for efetuada.

Este desenvolvimento se concentra no caso em que  $\Pi$  é um monômio de grau  $M = 2$ , correspondente ao mais clássico e fundamental exemplo envolvendo oscilações. Neste caso,  $\Pi$  se torna

$$\Pi(d_{i,j}) = C_2 d_{i,j}^2, \quad (5.10)$$

que resulta em movimentos oscilatórios com frequência em torno  $\omega_{\Pi} = \sqrt{C_2/2}$ . O papel de (5.10) é induzir um padrão oscilatório nas partículas e inibir em algum grau as interações partícula-parede. Isto irá suprimir a produção de som de maneira mais intensa nas primeiras gerações, que corresponde a uma atenuação na região espectral das baixas frequências dos sons pulmonares. A ação de  $\Pi$  se estende até a frequência  $\omega_{int} > \omega_{\Pi}$  que é a frequência a partir da qual as interações partícula-parede dominam a forma no espectro log-log de amplitudes, forma esta que se torna uma linha reta dada por (5.7). O formato do espectro esperado obtido do nosso modelo pode ser ilustrado na figura 5.1.

Por um lado, o período das oscilações induzidas pela ação de  $\Pi$  é dado por  $T_{\Pi} \equiv 2\pi\omega_{\Pi}^{-1}$  em unidades de segundos ou, equivalentemente,

$$T_{\Pi} = \frac{2\pi}{\sqrt{C_2/2}}. \quad (5.11)$$

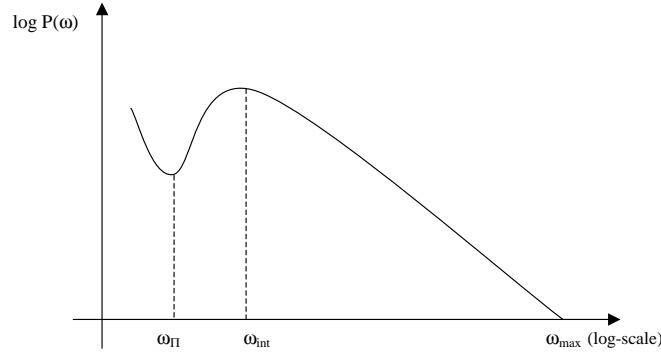


FIGURA 5.1 – Previsão teórica para o espectro típico obtido a partir do modelo proposto com interações partícula-parede e partícula-partícula dada pelo potencial  $\Pi$  como definido em 5.10. Perceba que  $\omega_{\Pi}$  é a frequência fundamental devido a  $\Pi$  e  $\omega_{int}$  é o limite da região espectral dominada por  $\Pi$ . Perceba também que além de  $\omega_{int}$  as interações partícula-partícula dominam e o padrão é o mesmo previsto em (5.7).

Por outro lado, o período associado ao movimento da partícula dentro do  $n$ -brônquio pode ser estimado como  $T_n \equiv 2r(n)/v(n)$ , que representa o tempo típico entre duas interações partícula-parede sucessivas. Com a equação (5.5), este período pode ser estimado como

$$T_n = \frac{2r(0)d^n}{v(n)} \approx 2r(0)d^n, \quad (5.12)$$

quando se considera  $p \ll 1$  e  $v(n) \approx 1$  devido a normalização.

Então, para estimar  $\omega_{\Pi}$  assim como a geração associada  $n_{\Pi}$ , impõe-se  $T_{\Pi} \approx T_n$ , que implica em

$$n_{\Pi} = \log_d \left( \frac{r(0)}{\pi} \sqrt{\frac{C_2}{2}} \right). \quad (5.13)$$

Então as interações partícula-partícula dadas por (5.10) somente são efetivas para as gerações  $n \leq n_{int}$  para qualquer  $n_{int} > n_{\Pi}$ , a ser estimado a partir das simulações. Em termos do espectro,  $n_{int}$  corresponde a frequência de transição, de uma região onde as interações partícula-partícula são relevantes para a região das altas frequências, na qual as interações partícula-parede dominam. De (5.1),  $\omega_{int}$  pode ser estimado como

$$\omega_{int} = d^{n_{int}} \omega_{\Pi}. \quad (5.14)$$

Então, de acordo com a presente análise, o potencial  $\Pi$  pode modelar a quebra do espectro sonoro pulmonar em duas regiões, como relatado por Gavriely et al. [1, 2], um ponto a ser verificado a partir das simulações.

## Capítulo 6

# Simulações do transporte de partículas para produção de sons pulmonares

Na primeira seção deste capítulo será discutida, de modo breve, a elaboração do software para realizar as simulações desejadas com base no modelo proposto. Na seção seguinte, serão apresentados e discutidos, com maior ênfase, os resultados obtidos a partir das simulações. Por fim, será explicada como a síntese do som pulmonar é efetuada a partir dos resultados (espectros) da simulação.

### 6.1 Software

A etapa seguinte à formulação do modelo foi a elaboração do software para realizar as simulações do transporte das partículas através da estrutura desejada para  $\mathcal{T}$ . Este software foi elaborado em linguagem *C*, com auxílio do pacote de funções gráficas *Xgraphics* [31]. Optou-se pela utilização da linguagem *C* por ser de domínio e permitir a rápida obtenção de resultados se comparada as tentativas iniciais realizadas com o software *Mathematica*. O tempo de simulação, considerando o transporte de 10000 partículas para os modelos geométricos de  $\mathcal{T}$ , não ultrapassou 300 segundos em um computador com processador *Pentium IV* com frequência de operação de 1,7 GHz e memória de 256 MB. O pacote de funções gráficas *XGraphics* foi selecionado por ser de simples utilização e rápida programação para a implementação dos recursos gráficos que se desejava.

O software foi desenvolvido a partir de uma célula básica de simulação, que nada mais é que um único brônquio com a bifurcação existente em sua extremidade. Esta célula básica é reescalada e interligada com outras células básicas para representar os diversos brônquios de uma árvore brônquica completa. As

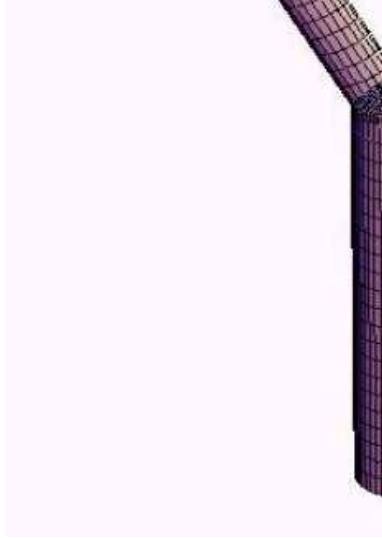


FIGURA 6.1 – Estrutura de  $\mathcal{T}$  construída a partir das células básicas utilizadas no software simulador, com 5 gerações de ramificações a partir da traquéia, utilizando as dimensões obtidas do modelo de Weibel [32].

partículas que são transportadas carregam consigo a informação do brônquio em que se encontram e a partir desta informação as dimensões da célula básica atual são definidas. Quando ocorre a saída da partícula de um determinado brônquio, é calculada a posição da partícula no novo brônquio de acordo com o ângulo de bifurcação do brônquio anterior e as dimensões deste novo brônquio. Estas informações são armazenadas na partícula, permitindo assim a continuidade do transporte da mesma. Um exemplo da estrutura composta pela união das células básicas, assim como é utilizada na simulação, pode ser observada na figura 6.1.

A elaboração do software visou a simplicidade na modificação dos parâmetros da simulação e das características geométricas da estrutura na qual as partículas são transportadas. Este software também foi desenvolvido para o recolhimento de dados específicos necessários a futuras análises estatísticas, como: tempos de permanência das partículas nas gerações de ramificações, número de choques das



partículas por geração, valores acumulados de energia transferida devido às colisões, valores das amplitudes sonoras de cada faixa de frequência sonora produzida, etc. Os parâmetros, que são ajustados através de um arquivo texto de entrada, são:

- tempo entre cada passo da simulação;
- tempo total de simulação;
- número de partículas a serem simuladas;
- número de gerações de ramificações a serem simuladas;
- ruído adicionado ao posicionamento a cada passo da simulação;
- ruído adicionado a velocidade a cada passo da simulação;
- distribuição de posicionamentos iniciais das partículas;
- distribuição de direções iniciais das partículas;
- distribuição de velocidades iniciais das partículas;
- número de gerações de ramificações consideradas;
- troca de energia quando de uma colisão entre partícula e parede:  $p$ ;
- expoente que associa a energia sonora produzida a dimensão da ramificação:  $\lambda$ ;
- modelo da estrutura pulmonar (auto-similar, modelo de Weibel, etc.);
- dimensão da simulação (2D ou 3D);
- inspiração / expiração.
- potencial de interação entre as partículas
- número de simulações a realizar
- diretório e arquivo de saída dos resultados

O software garante que as características numéricas da simulação se mantenham as mesmas com a diminuição das dimensões das ramificações através do reajuste automático do tempo entre cada passo da simulação quando da passagem de uma partícula de uma ramificação para sua ramificação posterior ou anterior. Este reajuste é feito com base nas dimensões do raio da ramificação. Durante a

simulação, é apresentado ao usuário, em tempo real, o espectro sonoro atual resultante de maneira que o usuário possa acompanhar a evolução do mesmo, juntamente com as respectivas informações do andamento do processo e dos parâmetros adotados. A simulação também permite que o usuário a interrompa, para gravação em disco de dados instantâneos que se deseje analisar posteriormente. Na figura 6.2 pode-se observar telas típicas do software que realiza as simulações.

O transporte das partículas é realizado a partir das condições iniciais determinadas pelo usuário, respeitando as condições de contorno da árvore brônquica que provocam reflexões nas partículas quando do choque partícula-parede. Se está definido um potencial de interação entre as partículas, o efeito das demais partículas sobre cada partícula é calculado a cada passo da simulação determinando a força sobre a partícula em questão. Então, conhecendo as velocidades, as posições e as forças sobre cada uma das partículas, as novas posições e velocidades são calculadas a partir de um algoritmo do tipo *Verlet* para velocidades.

A simulação acaba quando são executados todos os passos de simulação, que é um parâmetro ajustado pelo usuário. A simulação também pode ser encerrada ou interrompida pelo usuário a partir dos botões da tela do software simulador. Nestes casos os resultados da simulação são gravados em arquivos texto e ficam disponíveis para o usuário fazer a análise que deseja.

## 6.2 Resultados

Nesta seção serão descritos os resultados obtidos da aplicação do modelo proposto para simular sons pulmonares em uma estrutura auto-similar  $\mathcal{T}$  com  $d = 1,46$  que corresponde a uma árvore brônquica tridimensional com dimensão fractal comparável com  $D(\mathcal{T}) \approx 2,8$  como relatado por Nelson et al. [4]. Os melhores resultados foram obtidos com  $\lambda = 2$  em (5.3). Como os resultados têm se mostrado independentes do ângulo de bifurcação  $\theta$ , fixou-se, inicialmente, seu valor em  $\theta = 30^\circ$ . O parâmetro de perda de energia é zerado,  $p = 0$ , para representar o equilíbrio entre perda de energia e a energia fornecida pelos esforços respiratórios. Todavia, a influência de diferentes mas pequenos valores para  $p$  pode causar um decrescimento na amplitude na região das altas frequências, muito além da última geração onde som é produzido ou detectado.

As distribuições iniciais adotadas para  $\mathbf{x}(j)$  e  $\mathbf{v}(j)$  são de dois modos, uniformes e aleatórias, correspondendo a fluxos de partículas inicialmente laminares ou turbulentos, respectivamente. No primeiro modo, as partículas são uniformemente distribuídas em posições ao longo da traquéia com  $\mathbf{v}(j)$  constante e igual a um. No modo turbulento,  $v(j)$  é constante em comprimento (também igual a um) porém uniformemente aleatório nas direções, entre  $-90^\circ < \theta_i < 90^\circ$  em relação a direção longitudinal da traquéia. Em alguns casos, é adicionado ruído Browniano

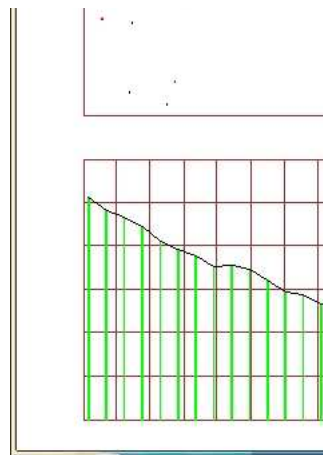
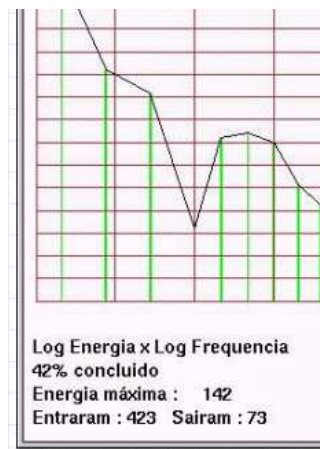


FIGURA 6.2 – Telas típicas de operação do software desenvolvido para realizar a simulação do transporte das partículas na estrutura  $\mathcal{T}$

às posições das partículas, assim como às direções das velocidades das partículas. Para a posição, este ruído corresponde a uma perturbação de 1 % do raio do brônquio enquanto, para a direção, um ângulo aleatório perturba a direção da partícula. Isto é útil para a interpretação de alguns aspectos dos resultados das simulações. As simulações foram realizadas nos casos de duas e de três dimensões para o modelo auto-similar de  $\mathcal{T}$ . Para cada partícula, os choques são contados para obter  $P(n)$  e  $\omega(n)$  calculados de acordo com as equações (5.2) e (5.1).

Com o intuito de fazer uma validação estatística do modelo proposto, foram feitas 10 diferentes simulações para cada combinação de  $\mathbf{x}(j)$  e  $\mathbf{v}(j)$  e obteve-se os valores para as médias(desvios)  $\overline{A}(\delta A)$ , para o coeficiente angular  $A$  em (5.7). Para os parâmetros adotados e as estimativas feitas pela equação(5.8), valores em torno de  $A \approx 7,93$  dB/oct deveriam ser encontrados. Se a atenuação de  $-7,0$  dB/oct devido as absorções dos tecidos for considerada, isto corresponde a um valor em torno de  $A \approx -15$  dB/oct no peito, compatível com Gavriely et al. [1]. Também foram calculadas as flutuações do espectro médio ajustado com os resultados da simulação. Estes cálculos são uma medida do ajuste do espectro obtido no padrão das altas frequências. Isto é aplicável à região somente onde as interações partícula-parede dominam.

As simulações são divididas em dois conjuntos. No primeiro conjunto considera-se somente as interações partícula-parede. No segundo conjunto considera-se, também, as interações do tipo potencial entre as partículas, com o uso de  $\Pi$ . Isto irá permitir um melhor entendimento do papel das interações partícula-parede e partícula-partícula separadamente. Nas duas próximas seções serão apresentados os resultados destes dois conjuntos distintos de simulações.

### 6.2.1 O efeito das interações partícula-parede

A simulação é iniciada com uma população inicial de  $N$  partículas livres se movendo, distribuídas na entrada do brônquio inicial (traquéia). Estas partículas são inicialmente distribuídas em posições iniciais  $\mathbf{x}(j)$  e velocidades iniciais  $\mathbf{v}(j)$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$  de acordo com as condições iniciais ajustadas no arquivo de entrada usado pelo software simulador. Cada partícula, então, é colocada em marcha no modelo auto-similar de  $\mathcal{T}$  de acordo com o seu estado inicial num regime de gás ideal. O único tipo de interação que é levado em conta é o do tipo partícula-parede. A amplitude sonora produzida em suas determinadas frequências foi descrita no capítulo 5.

A figura 6.3 mostra um resultado típico para fluxo do tipo inicialmente laminar no modelo 2D auto-similar. O padrão irregular mostrado em 6.3(a) é causado pela comensurabilidade entre o fluxo de partículas com o ângulo de bifurcação adotado para  $\mathcal{T}$ . De fato, quando ruído Browniano é adicionado, o espectro final é mais suave, como mostrado na figura 6.3(b). Para 10 simulações realizadas sem

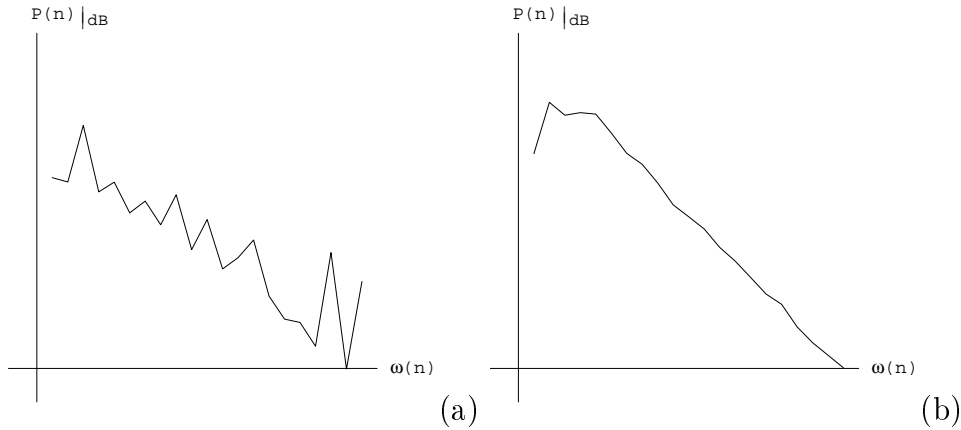


FIGURA 6.3 – Espectro típico obtido para o caso de fluxos inicialmente laminares para o modelo 2D auto-similar de  $\mathcal{T}$ : (a) sem adição de ruído Browniano e (b) com adição de ruído Browniano.

ruído obteve-se  $\bar{A}(\delta A) = -4,20(0,11)$  dB/oct. Contudo, os valores obtidos não estavam de acordo com as previsões quantitativas de (5.8) que resultavam em  $A \approx -7,93$  dB/oct. A razão para esta discrepância se tornará mais clara a seguir. Para os casos com adição de ruído Browniano obteve-se  $\bar{A}(\delta A) = -7,45(0,12)$  dB/oct. Isto está de acordo com as previsões analíticas da seção 5 e atesta a qualidade do modelo proposto. Ainda mais, para este caso foram encontradas flutuações de 5,29 dB em torno do comportamento retilíneo médio ajustado, enquanto as mesmas são de 10,54 dB para o caso sem ruído. O aspecto mais irregular do primeiro caso é devido à comensurabilidade entre a geometria de  $\mathcal{T}$  e as características angulares da trajetória das partículas.

A figura 6.4 mostra os resultados típicos obtidos para o caso de fluxos inicialmente turbulentos no modelo auto-similar 2D para  $\mathcal{T}$ . Obteve-se  $\bar{A}(\delta A) = -5,39(0,11)$  dB/oct para o caso sem ruído (figura 6.4(a)) e  $\bar{A}(\delta A) = -7,38(0,11)$  dB/oct para o caso com ruído Browniano (figura 6.4(b)), os quais são resultados similares aos ocorridos com fluxos de tipos inicialmente laminares. Novamente, os valores para os coeficientes angulares  $A$  foram muito próximos ao valor previsto de  $A \approx 7,93$  dB/oct. Assim como no caso do fluxo inicialmente laminar, as diferenças fundamentais são devidas a adição de ruído. As flutuações em relação ao padrão retilíneo médio ajustado foram de 3,45 dB e de 4,09 dB, respectivamente, o que não é significativo e outra vez atesta a fidelidade do modelo.

Também realizou-se simulações para os casos laminar e turbulento no modelo 3D auto-similar de  $\mathcal{T}$  com o mesmo  $d = 1,46$ . Os valores obtidos foram  $\bar{A}(\delta A) \approx -6,83(0,41)$  dB/oct para ambos os casos. Isto implica que as diferenças (e discrepâncias em relação aos valores previstos) encontradas nas simulações que

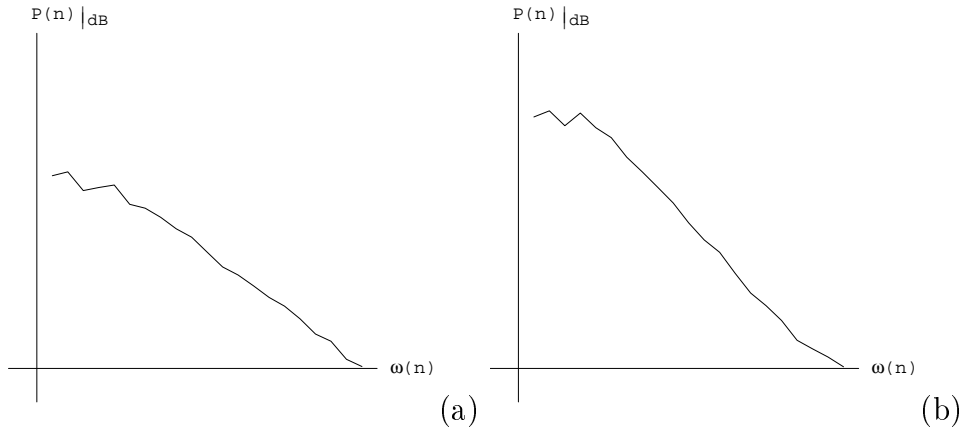


FIGURA 6.4 – Espectro típico obtido para o caso de fluxos inicialmente turbulentos para o modelo 2D auto-similar de  $\mathcal{T}$ : (a) sem adição de ruído Browniano e (b) com adição de ruído Browniano.

ocorriam com a adição de ruído devem ser devido a terceira dimensão que não estava contemplada. De fato, isto sugere que as simulações 2D podem ser vistas como uma projeção do cenário 3D que, na maioria das situações, induz uma aleatoriedade mais rápida para as direções de  $\mathbf{v}(j)$ . Também, de maneira similar às simulações 2D, o comportamento espectral obtido se ajusta a um padrão retilíneo médio com desvio em torno de 2,00 dB/oct, o que é um resultado melhor se comparado aos casos 2D. A figura 6.5 mostra os resultados típicos.

A tabela 6.1 mostra os valores de  $A$  obtidos a partir das simulações sem adição de ruído para diferentes ângulos de bifurcação de  $\mathcal{T}$ . Os respectivos *ripples*, outra maneira de se escrever flutuações, também são mostrados entre parênteses. Dos resultados pode-se observar que o ângulo de bifurcação pode induzir significantes polarizações nas trajetórias das partículas fazendo aparecer variações artificiais para  $A$  tanto em função das frequências (visto devido aos *ripples*) como também em função do ângulo de bifurcação para as simulações 2D. As variações de  $A$  em função do ângulo de bifurcação não são previstas pelo modelo proposto. Estes efeitos artificiais em  $A$  são eliminados com adição de ruído Browniano na simulação, dando resultados semelhantes aos obtidos nas simulações 3D, que podem ser vistos na terceira coluna da tabela 6.1. Nos resultados 3D pode-se observar a independência de  $A$  em função de  $\theta$ , assim como previsto pelo modelo proposto, que não depende explicitamente do ângulo de bifurcação. Isto também confirma que o papel da terceira dimensão é induzir algum tipo de ruído via uma projeção geométrica.

De acordo com as simulações, é possível concluir que, apesar de ser estritamente tridimensional, o fenômeno da produção de som pulmonar pode ser obtido

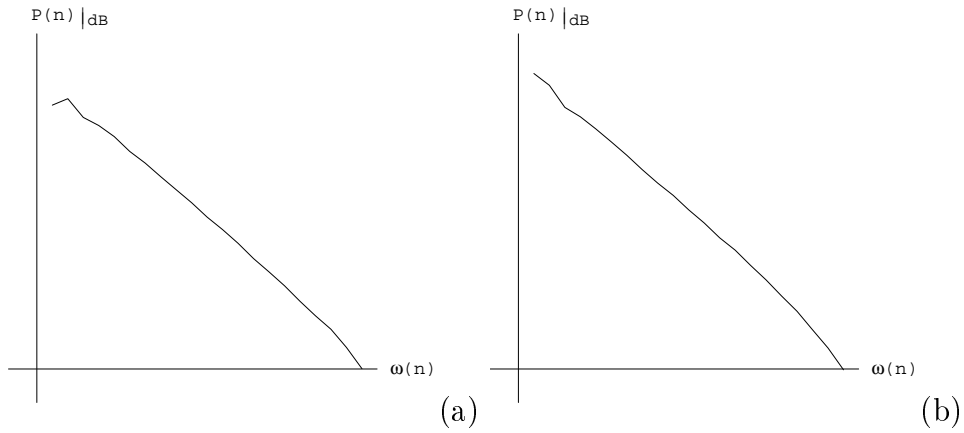


FIGURA 6.5 – Espectro típico obtido com o modelo auto-similar 3D para  $\mathcal{T}$ : (a) com fluxo do tipo laminar e (b) com fluxo do tipo turbulento.

Ângulo ( $\theta$ )	2D $A(\text{ripple})$	3D $A(\text{ripple})$
$10^\circ$	-5,6(3)	-6,26(1)
$20^\circ$	-5,7(3)	-6,37(2)
$30^\circ$	-4,2(10)	-6,80(2)
$40^\circ$	-5,7(4)	-6,74(2)
$50^\circ$	-6,1(3)	-6,81(2)
$60^\circ$	-5,7(4)	-6,72(2)
$70^\circ$	-6,3(4)	-6,93(2)
$80^\circ$	-7,1(8)	-7,20(2)

TABELA 6.1 – Valores para  $A$  (em dB/oct) encontrados para diferentes ângulos de bifurcação com os respectivos *ripples* (em dB), escritos entre parênteses.

de uma versão bidimensional do modelo proposto, com adição de ruído. Ainda mais, os resultados sugerem que o papel da terceira dimensão para a produção das altas frequências nada mais é que fornecer uma componente ruidosa a uma versão 2D do modelo 3D sob algum tipo de projeção. Devido a este fato, e por facilidades computacionais, as simulações podem ser feitas no modelo 2D. Os resultados das simulações indicam que o modelo proposto se ajusta bem para a região das altas frequências. Todavia, o comportamento afim no espectro obtido do modelo estendido às baixas frequências não é observado experimentalmente. Na próxima seção, serão considerados potenciais de interação do tipo partícula-partícula que irá corrigir esta falha.

### 6.2.2 O efeito das interações partícula-partícula

A partir dos resultados dos trabalhos experimentais nos quais esta dissertação é baseada ([1, 2]), é possível suspeitar que alguma condição física diferente das responsáveis pela produção de som de altas frequências predomina nas primeiras gerações. Em termos de modelo, isto implica que a dinâmica das partículas não é mais equivalente a um regime de gás perfeito, e sim, que interações partícula-partícula precisam ser levadas em consideração. Na verdade, as interações partícula-partícula permitem a criação de vínculos entre as partículas, o que pode atenuar as interações partícula-parede com conseqüente supressão da produção de som na região das baixas frequências.

Considerando o potencial de interação do tipo (5.10), foram feitas 10 simulações para cada conjunto de parâmetros para observar se as previsões analíticas se confirmavam e, ainda mais, para estabelecer a relação entre  $\omega_{int}$  e  $\omega_{\Pi}$ . Na figura 6.6 o gráfico mostra simultaneamente a geração onde ocorre a transição entre a região das baixas frequências e a região das altas frequências  $n_{int}$ , e a região onde ocorre a ressonância entre o período de oscilação das partículas e o período entre dois choques consecutivos  $n_{\Pi}$ , no qual pode-se concluir que  $n_{int} \approx n_{\Pi} + 7$ .

De (5.1) e das propriedades de escalonamento de  $\mathcal{T}$  tem-se  $\omega(n) = d^n \omega(0)$ . Então, para  $d \approx 1,46$  de acordo com Nelson et al. [4], se  $\omega(0) \approx 60$  Hz e  $n_{int} = 4$  tem-se  $\omega_{int} \approx 180$  Hz, que é compatível com os achados de Gavriely et al. [1, 2]. Para esta situação  $C_2 \approx 0,1$ . Qualitativamente, o espectro obtido está perfeitamente de acordo com as descrições de Gavriely et al., bem como com as previsões feitas na seção 5. A figura 6.7 mostra um espectro típico para estes valores de parâmetros com atenuação devido aos tecidos de 7,0 dB/oct já aplicada à região das altas frequências. Observe que, como previsto na seção 5, a ação do potencial é irrelevante para as mais altas gerações de ramificações (e frequências).

Somente um conhecimento aprofundado sobre os fenômenos físicos envolvidos pode ajudar a definir o real tipo de potencial de interação partícula-partícula. Isto só pode ser conseguido através das equações de transporte relevantes se estas



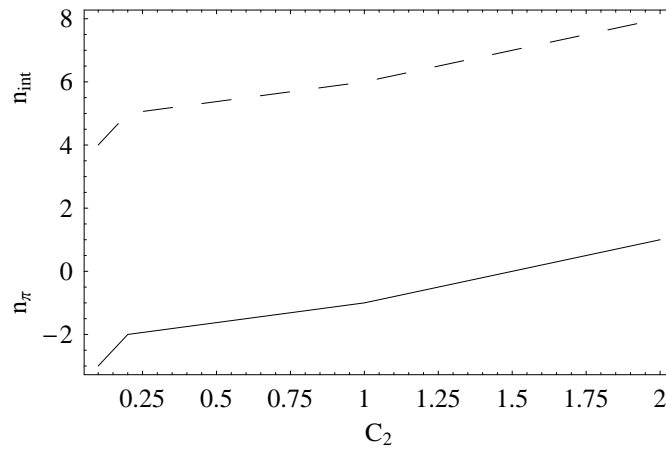


FIGURA 6.6 – Os gráficos de  $n_{\Pi}$  (sólido) e  $n_{int}$  (tracejado) obtidos com alteração dos valores de  $C_2$  são mostrados. A partir deste gráfico pode-se estimar que  $n_{int} \approx n_{\Pi} + 7$ .

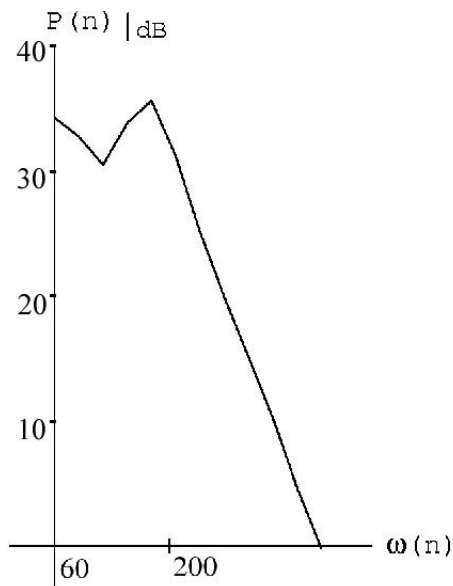


FIGURA 6.7 – Espectro típico obtido para o modelo 2D com ruído Browniano e interação quadrática entre as partículas dada por (5.10) com  $C_2 = 0,2$ . A atenuação dos tecidos de 7,0 dB/oct já está aplicada na região das altas frequências.

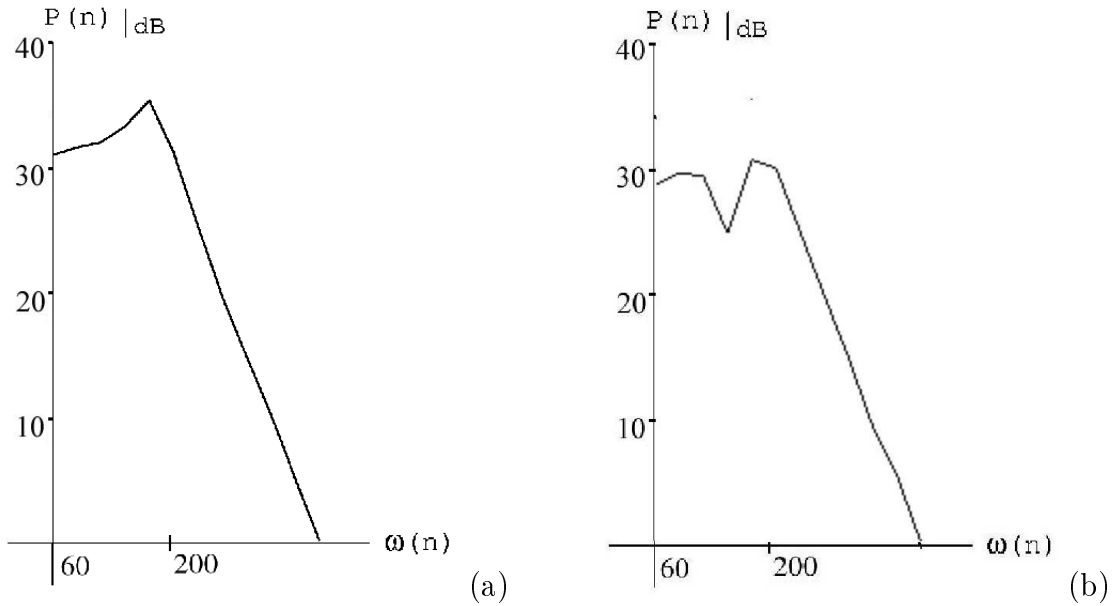


FIGURA 6.8 – Espectro típico obtido para o modelo auto-similar 2D de  $\mathcal{T}$  com ruído Browniano com interações polinomiais dadas por (6.1) para: (a)  $M = 3$  ( $C_3 = 0,2$ ,  $C_2 = 0,0$ ,  $C_1 = 0,0$ ) e (b)  $M = 4$  ( $C_4 = 1,0$ ,  $C_3 = -1/20$ ,  $C_2 = 1/160$ ,  $C_1 = -1/16000$ ). A atenuação dos tecidos de 7,0 dB/oct já está aplicada à região das altas frequências.

forem estudadas detalhadamente, de maneira analítica e/ou numérica. A razão da escolha do potencial do tipo quadrático foi ele ser a mais clássica e fundamental forma associada a interações oscilatórias. Além do mais, sua análise é feita de maneira direta. Uma generalização imediata, porém muito mais difícil de ser analisada, pode ser a utilização de potenciais gerais do tipo,

$$\Pi(i, j) = \sum_{m=1}^M C_m d_{ij}^m, \quad (6.1)$$

onde  $d_{ij}$  é a distância entre um par de partículas  $i$  e  $j$ ,  $C_m$  o coeficiente do monômio de grau  $m$  e  $M$  o grau do potencial ( $C_M \neq 0$ ). A função do grau de  $\Pi$  é definir múltiplos da frequência fundamental, que correspondem aos pontos de seus mínimos. Em torno de cada um deles,  $\Pi$  pode ser aproximado por uma forma quadrática (5.10). Por exemplo, a figura 6.8 mostra espectros típicos para (a)  $M = 3$  e (b)  $M = 4$ .

Para muitos casos, pode ser suposto que o potencial real pode ser aproximado por uma função polinomial da distância entre as partículas, se uma aproximação de

Taylor é efetuada. Todavia, ainda existe a possibilidade que as interações partícula-partícula não possam ser representadas na forma de (6.1). Um exemplo deste tipo de interação é a interação entre vórtices, que é uma das mais importantes estruturas coerentes usadas para a descrição de turbulência. A seguir, é considerada uma versão simplificada da interação vórtice-vórtice que é válida para fluidos invíscidos e incompressíveis para um meio ilimitado, ou seja, sem condições de contorno.

Se  $\Omega_i$  e  $\Omega_j$  são vórtices bidimensionais nas posições  $(x_i, y_i)$  e  $(x_j, y_j)$ , com vorticidades  $\Gamma_i$  e  $\Gamma_j$ , respectivamente, então as equações de movimento para ambos é dada por

$$\dot{x}_j = C \sum_{i=1}^n \frac{\Gamma_i (y_i - y_j)}{r_{i,j}^2}, \quad (6.2)$$

$$\dot{y}_j = C \sum_{i=1}^n \frac{\Gamma_i (x_i - x_j)}{r_{i,j}^2}, \quad (6.3)$$

onde  $C$  é uma constante de proporcionalidade, os pontos indicam derivadas temporais e  $r_{i,j}$  é a distância entre os vórtices  $i$  e  $j$ . As equações acima podem ser derivadas de um formalismo Hamiltoniano [33]. O resultado final encontrado revela que estas interações partícula-partícula não suprimem as interações do tipo partícula-parede e conseqüentemente não atenuam as amplitudes dos sons pulmonares de baixas freqüências. Contudo, as equações acima são válidas para um meio ilimitado, isto é, sem as condições de contorno que na verdade o modelo proposto possui (árvore brônquica). Resolveu-se, então, tentar fixar, de diferentes maneiras plausíveis, a distribuição espacial da vorticidade dentro de  $\mathcal{T}$  mas, em todos os casos, nenhuma supressão de som foi obtida.

Outra tentativa realizada foi a utilização de um potencial de interação do tipo vórtice-vórtice em um meio com condições de contorno. A influência do contorno é feita através da adição de novos vórtices colocados na direção oposta da própria parede (lado de fora) sobre uma reta normal à condição de contorno e alinhada com o vórtice original, de maneira que a distância do vórtice original e o criado seja a mesma em relação ao contorno [33]. A figura 6.9 esclarece como é feita a implementação destes vórtices virtuais. Como existem duas paredes, no caso desta simulação em 2D, dois novos vórtices são criados para cada vórtice existente, e conseqüentemente, o tempo de simulação triplica. Os cálculos são realizados de maneira semelhante a (6.2) e (6.3), apenas com a utilização de todos os novos vórtices para o cálculo do efeito sobre um único vórtice de interesse. É importante salientar que a cada passo da simulação as posições dos vórtices virtuais são recalculadas com base na nova posição do vórtice real. Entretanto, apesar das diferenças significativas deste método, nenhuma nova observação foi feita nos resultados finais das simulações, que continuavam a apresentar comportamentos retilíneos no espectro log-log de amplitudes de som produzido.

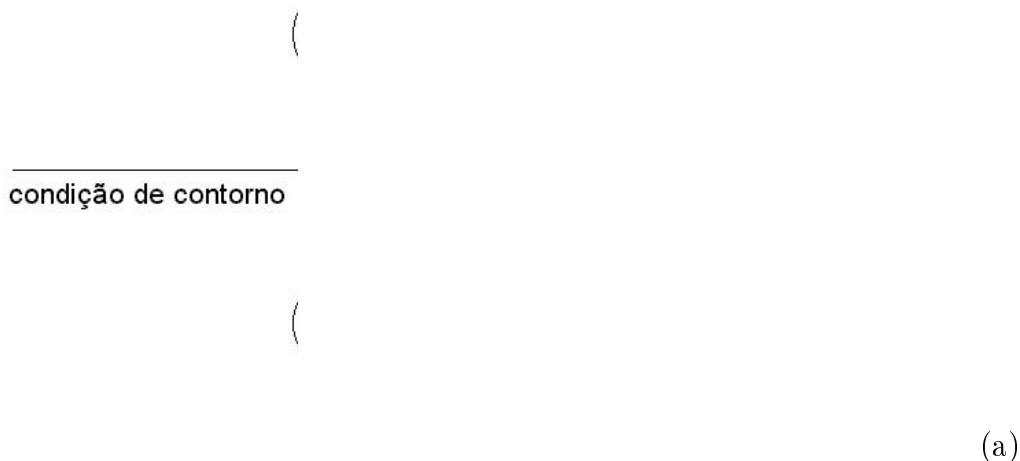


FIGURA 6.9 – Criação do vórtice virtual  $C$  para simulação da interação dos vórtices  $A$  e  $B$  com condições de contorno

Contudo, esta é a apenas uma aproximação inicial para o caso de interação entre vórtices com condições de contorno. Para obter-se resultados com maior precisão se faz necessária a investigação a respeito da utilização de um número maior de imagens resultantes do espelhamento das imagens virtuais criadas. Teoricamente o número das imagens não é finito e, portanto, impossível de ser implementado computacionalmente.

Os resultados destas duas tentativas convencem que os esforços para considerar interações vórtice-vórtice mais sofisticadas não iriam trazer o efeito desejado de supressão do som produzido na região das baixas frequências.

### 6.3 Síntese do som

O espectro obtido a partir do modelo proposto fornece as frequências principais do som produzido em cada geração de brônquios. As frequências principais são aquelas que apresentam a amplitude maior no espectro de amplitudes. As demais características do espectro do som produzido em cada brônquio não são fornecidas pela análise ou simulação do modelo proposto. Acredita-se, entretanto, que a superposição dos espectros de amplitude do som produzido em cada brônquio resulte numa quase continuidade no espectro. Isto pode ser observado com a superposição de vários espectros sonoros com formato de dentes de serra ou de gaussianas. Além

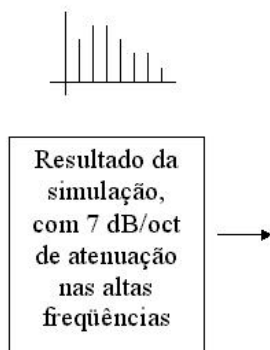


FIGURA 6.10 – Diagrama do esquema de sintetização de som a partir dos dados fornecidos com a simulação de nosso modelo

do mais, se um potencial mais complicado para  $\Pi$  for considerado, poderá surgir algum tipo de dinâmica caótica, resultando em um grande número de modos adicionais, fazendo o espectro ter uma distribuição contínua ainda mais rica do que os casos discretos obtidos com o potencial (5.10). Entretanto, um som pulmonar de alta fidelidade pode somente ser obtido com uma detalhada descrição física da interação entre partículas.

Contudo, como uma tentativa de sintetizar os sons pulmonares normais, foi realizada a interpolação linear das freqüências principais que parece ser uma boa aproximação se forem consideradas as observações de Gavriely et al. [1, 2]. Para isto, primeiro interpolou-se o espectro para obter mais modos de Fourier, atribuindo fase aleatória a estes coeficientes e, finalmente, aplicando a atenuação devido aos tecidos de 7,0 dB/oct para a região das altas freqüências. Na implementação, o espectro resultante foi constituído por 10000 modos de Fourier, correspondendo a 1,0 segundo em uma freqüência de amostragem de 10 KHz. A aplicação da Transformada Rápida de Fourier Inversa (IFFT) ao espectro resulta numa série temporal que assemelha-se a amplitude do som pulmonar normal, ouvido por um estetoscópio de alta fidelidade na parede do peito. O diagrama mostrado na figura 6.10 descreve o esquema de sintetização.

Depois de ter sintetizado o som, modulações podem ser aplicadas para simular o fluxo de ar da inspiração e expiração. Então, se o som obtido for modulado com a sucessiva alternância de modulações de inspiração e expiração finalmente

será obtido o som de uma respiração normal. Juntamente com este som, batimentos cardíacos podem ser adicionados para aumento do realismo sonoro.

O som sintetizado, por fim, é gravado em formato *WAV* e pode ser reproduzido em computadores através de softwares específicos.

## Capítulo 7

# Conclusões e trabalhos futuros

Neste trabalho, foi proposto um esquema teórico para a produção de sons pulmonares normais de altas frequências. O esquema proposto baseou-se na discretização do fluxo de ar em elementos multi-escala que interagem sintonizadamente com as condições de contorno de uma estrutura geométrica  $\mathcal{T}$  que representa a árvore brônquica.

As previsões teóricas realizadas sobre este modelo revelam que o comportamento obtido se ajusta à região das altas frequências dos sons pulmonares e, ainda mais, a inclinação do espectro de amplitudes obtido é dependente da dimensão fractal da árvore brônquica. A consistência, qualitativa e quantitativa, das previsões com as observações mostra que o esquema proposto pode explicar a produção dos sons pulmonares de altas frequências. Estas comparações também indicam que este esquema faz a conexão entre os mecanismos físicos reais dados por (4.1) e as condições de contorno definidas por  $\mathcal{T}$ . Contudo, apesar de não ser suficiente para determinar completamente a natureza física dos processos de produção de sons pulmonares, algumas idéias podem surgir a partir deste trabalho. Ainda mais, a presente discussão está de acordo com as simulações das equações de Navier-Stokes em estrutura bidimensionais como  $\mathcal{T}$ , realizadas por Almeida et al. (1999) [25]. Estes autores encontraram fortes indicações que as distribuições do fluxo nas gerações de  $\mathcal{T}$  seguem um esquema auto-similar para o qual é proposto um modelo binário. Se as hipóteses propostas na equação simbólica (4.1) estiverem de acordo com a realidade, as equações bidimensionais de Navier-Stokes que foram numericamente integradas em [25] podem ser adicionalmente simplificadas para se ajustar ao formato da equação de transporte e as suas soluções poderão satisfazer (4.2). Além disto, no esquema proposto a dimensão  $D(\mathcal{P})$  que aparece na equação (4.8) é a dimensão da estrutura  $\mathcal{T}$ . No modelo binário de Almeida esta dimensão pode ser interpretada como a geometria da divisão dos fluxos de ar dentro da árvore brônquica  $\mathcal{T}$ . Neste contexto, o esquema proposto pode ser visto como uma abordagem mais geral, sendo necessário redefinir outros

parâmetros e interpretá-los de acordo para contemplar o caso do modelo binário.

Além da consistência das previsões com as observações, a abordagem discreta adotada no modelo proposto pode fornecer algumas justificativas formais se considerarmos que alguns regimes turbulentos são tratados como resultantes de estruturas coerentes não acopladas como solitons [34], por exemplo. Os elementos discretos multi-escala utilizados no esquema podem representar tanto estes solitons, como também vórtices ou modos de Fourier, e a sintonia de suas escalas com as escalas da estrutura que os abriga provoca um mecanismo seletivo de ressonância para a produção de som. Entretanto este esquema que utiliza elementos multi-escala desacoplados pode reproduzir somente o comportamento espectral da região das altas frequências do som pulmonar.

Para ampliar a região de validade do modelo foi proposto um modelo computacional simulável que fornece, de modo compatível com o modelo teórico, as características espectrais dos sons pulmonares normais, estendendo os resultados para a região das baixas frequências cujas características foram relatadas por Gavriely et al. [1, 2]. Este modelo é uma realização do esquema fractal discreto proposto para a região das altas frequência, descrito na seção 4, com a inclusão das interações do tipo partícula-partícula.

Os resultados das simulações iniciais, somente com interações do tipo partícula-parede, mostraram que as inclinações dos espectros obtidos se ajustavam à região das altas frequências dos sons pulmonares. Utilizando fluxos iniciais de tipos laminares no modelo bidimensional ocorreram flutuações em relação ao comportamento afim esperado. Estas flutuações são decorrentes da comensurabilidade entre o ângulo de bifurcação adotado e das características da dinâmica das partículas, ou seja, uma espécie de ressonância. Nos modelos tridimensionais e nos modelos bidimensionais com adição de ruído Browniano os espectros obtidos ajustavam-se, qualitativamente e quantitativamente, de maneira perfeita à região das altas frequências. A partir destes resultados também é possível concluir que, apesar de ser estritamente tridimensional, o fenômeno da produção de som pulmonar pode ser obtido a partir de uma versão bidimensional do modelo proposto, com adição de ruído. Ainda mais, os resultados sugerem que o papel da terceira dimensão para a produção das altas frequências nada mais é que fornecer uma componente ruidosa a uma versão bidimensional do modelo tridimensional sob algum tipo de projeção. Devido a este fato, e por facilidades computacionais, as simulações podem ser feitas no modelo bidimensional.

Ainda, as previsões teóricas sobre o modelo computacional mostraram que as interações partícula-partícula podem modelar a quebra do espectro de amplitudes do som pulmonar nas duas regiões conhecidas [1, 2], utilizando o clássico potencial quadrático, por exemplo. Através das simulações estas previsões foram confirmadas e percebeu-se também que potenciais do tipo (6.1) com grau  $M > 2$



também podem realizar o mesmo efeito de quebra no espectro de amplitudes. De fato, a utilização destes potenciais polinomiais cria vínculos nas partículas e se estes vínculos se mostrarem de forma oscilatória no movimento das mesmas, pode ocorrer supressão da produção de som, via inibição de choques. Entretanto não é qualquer tipo de interação entre as partículas que provoca o efeito de quebra desejado. No caso da implementação da interação entre as partículas como se estas fossem vórtices não ocorreu a supressão de som nas baixas frequências, para as abordagens com e sem condições de contorno.

Após atender os principais objetivos do trabalho proposto, realizou-se ainda o desenvolvimento de uma metodologia para a síntese do som pulmonar artificial a partir do resultados do esquema teórico e do modelo computacional. Esta metodologia mostrou-se eficaz para a reconstrução do som pulmonar da simulação, devido ao fato de que os resultados obtidos assemelham-se de maneira satisfatória aos sons pulmonares reais. Além disto, as hipóteses adotadas na metodologia de síntese não introduziram efeitos indesejáveis na produção do som artificial, o que corrobora com a escolha das mesmas.

Por fim, a partir do estudo realizado pode-se explicar a produção de sons pulmonares com as características espectrais observadas [1, 2]. Entretanto, o esquema teórico e o modelo computacional propostos possuem limitações, como por exemplo o desconhecimento do domínio de validade das hipóteses adotadas. A seguir, portanto, seguem sugestões para trabalhos futuros, em termos de continuidade e aperfeiçoamento deste trabalho:

1. A síntese de sons pulmonares com ruídos adventícios, pode ser feita através adição destes sons aos sons pulmonares normais aqui sintetizados. Com esta finalidade deverá ser feito um estudo de como fundamentar estes sons a partir de modificações das características geométricas dos pulmões e da inserção de novos graus de liberdade na estrutura (mucos, rugosidades, etc). Com os processos de criação destes sons pulmonares dominados, seria possível desenvolver um software para a criação de sons pulmonares de maneira simplificada, com a intenção de fornecer uma ferramenta útil para o treinamento de pessoas nos processos de ausculta, por exemplo.
2. Existem evidências da presença de regimes caóticos nos sons respiratórios [35]. Estes regimes caóticos devem ser decorrentes dos fenômenos físicos responsáveis pela produção da região espectral das baixas frequências, que corresponde aos primeiros brônquios ( $n \leq 4$ ). De fato as perturbações de pressão nesta região podem ser suficientemente intensas para que os acoplamentos entre as partículas produzam regimes caóticos (não-integráveis). Por exemplo, estes regimes caóticos podem ser obtidos através da interação entre as partículas a partir de potenciais do tipo (6.1) com grau  $M \geq 4$ . Isto pode

ser assunto para um trabalho futuro que teria como objetivo a comparação de alguma invariante dinâmica como as dimensões, os expoentes de Lyapunov ou as entropias obtidas do modelo com os valores estimados a partir de sons pulmonares reais obtidos com alta qualidade.

3. A simulação do fluxo de ar na árvore brônquica com abordagem contínua pode ser realizada com o intuito de identificar informações a respeito dos elementos discretos multi-escala que se utilizou tanto no esquema teórico como no modelo computacional. Com esta abordagem contínua, Almeida et al. [25] já realizaram simulações numéricas das equações de Navier-Stokes em duas dimensões para um regime estacionário. Todavia, eles não estavam procurando por estruturas coerentes que possam dar significado para os elementos discretos. Com o conhecimento da física abstraída nestes elementos seria possível, por exemplo, realizar a simulação do modelo computacional com interações partícula-partícula com maior precisão que as já feitas aqui e obter mais subsídios para compreender os fenômenos físicos relacionados a produção dos sons pulmonares.

## Bibliografia

- [1] N. Gavriely, G. Alroy, and Y. Palti, "Spectral characteristic of normal breath sounds," *J. Appl. Physiol*, vol. 50, no. 2, pp. 307–314, 1981.
- [2] N. Gavriely, A. H. E. Rubin, M. Nissan, and D. W. Gugell, "Spectral characteristics of chest wall breath sounds in normal subjects.," *Thorax*, vol. 50, pp. 1292–1300, 1995.
- [3] B. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*. New York: Freeman, 1983.
- [4] T. R. Nelson and D. K. Manchester, "Modeling of lung morphogenesis using fractal geometries," *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 74, pp. 321–327, 1988.
- [5] D. R. Rigney, A. L. Goldberger, and B. J. West, "Chaos and fractals in human physiology.," *Scientific American*, pp. 35–41, 1990.
- [6] E. Weibels, "Fractal geometry: a design principle for living organisms," *American Journal of Physiology-Lung Cellular and Molecular Physiology* vol. 261, pp. 361–369, 1991.
- [7] J. Stypa, "Numerical estimates of the fractal dimension of the spatial human bronchial tree by two-dimensional box-counting method," *Fractals*, vol. 6, no. 1, pp. 87–93, 1998.
- [8] E. Ott, *Chaos in Dynamical systems*. Cambridge University Press, 1993.
- [9] J. Gomes, L. Velho, and S. Goldenstein, *21<sup>o</sup> Colóquio brasileiro de matemática. Wavelets: Teoria, Software e Aplicações*. Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, 1997.
- [10] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. Flannery, *Numerical recipes in C*. Cambridge University Press, 1987.

- [11] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics*. Pergamon Press, 1959.
- [12] E. Okuno, I. L. Caldas, and C. Chow, *Física para Ciências Biológicas e Biomédicas*. Harper & Row do Brasil, 1982.
- [13] H. M. Nussenzveig, *Curso de Física Básica: Fluidos, Oscilações e Ondas, Calor*, vol. 2. Editora Egdar Blücher Ltda., 3 ed., 1981.
- [14] R. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, *Física: Electromagnetismo y materia*, vol. 2. Addison-Wesley Iberoamericana S.A., 1987.
- [15] A. R. A. Sovijärvi, F. Dalmaso, J. Vanderschoot, L. P. Malmberg, G. Righini, and S. A. T. Stoneman, “Characteristics of breath sounds and adventitious respiratory sounds,” *Eur. Respir. Rev.*, vol. 10, no. 77, pp. 591–596, 2000.
- [16] G. Charbonneau, E. Ademovic, B. M. G. Cheettham, A. R. A. Sovijärvi, J. Vanderschoot, L. P. Malmberg, G. Righini, and S. A. T. Stoneman., “Basic techniques for respiratory sounds analysis,” *Eur. Respir. Rev.*, vol. 10, no. 77, pp. 625–635, 2000.
- [17] M. Kompis and E. W. Russi, “Computer-based lung sound simulation,” *Med. Biol. Eng. Comput.*, vol. 35, pp. 231–238, 1997.
- [18] H. Pasterkamp, S. Kraman, and G. Wodicka, “State of the art - respiratory sounds,” *American Journal of Respiratory and Critical Care Medical*, vol. 16, pp. 974–987, 1997.
- [19] L. V. Vovk, V. T. Grinchenco, and V. N. Oleinik, “Modeling the acoustic properties of the chest and measuring breath sounds,” *Acoustical Physics*, vol. 41, no. 5, pp. 667–676, 1995.
- [20] A. R. A. Sovijärvi, F. Dalmaso, J. Vanderschoot, L. P. Malmberg, G. Righini, and S. A. T. Stoneman, “Definition of terms for applications of respiratory sounds,” *Eur. Respir. Rev.*, vol. 10, no. 77, pp. 597–610, 2000.
- [21] R. D. Kamm, “Airway wall mechanics,” *Annu. Rev. Biomed*, vol. 01, pp. 47–72, 1999.
- [22] E. Krause, C. Bandt, A. Schulz, and H. Schulz, “Fractal exponents for the upper airways of mammalian lungs,” *The statistical software newsletter*, vol. 20, pp. 583–590, 1995.

- [23] H. Kitaoka, R. Takaki, and B. Suki, “A three-dimensional model of the human airway tree,” *J. Appl. Physiol.*, vol. 87, no. 6, pp. 2207–2217, 1999.
- [24] P. Harper, S. S. Kraman, H. Pasterkamp, and G. R. Wodicka, “An acoustic model of the respiratory tract,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering.*, vol. 48, no. 5, pp. 543–549, 2001.
- [25] M. P. Almeida, J. S. Andrade, S. V. Buldrey, F. S. A. Cavalcante, H. E. Stanley, and B. Suki., “Fluid flow through ramified structures.,” *Physical Review E*, vol. 60, no. 5, pp. 5486–5494, 1999.
- [26] L. P. L. de Oliveira, B. E. J. Bodmann, and D. Faistauer, “General fractal-discrete scheme for high frequency lung sound production,” *Physical Review E*, vol. 68, no. 5, 2003.
- [27] J. W. S. Rayleigh, *The theory of sound*. Dover Publications, 1945.
- [28] J. Feder, *Fractals*. Plenum Press, New York and London, 1988.
- [29] K. Falconer, *Fractal Geometry. mathematical Foundations and Applications* John Wiley and Sons, 1990.
- [30] S. Wegner, H. Oswald, and E. Fleck, “3d watershed transformation on graphs,” *Proceedings SPIE*, pp. 714–725, 1998.
- [31] M. Lüders, *XGraphics.* ., 1996.
- [32] E. Weibels, *Morphometry of the human lung*. Springer Verlag, Berlin, 1963.
- [33] A. J. Chorin, *Vorticity and Turbulence*, vol. 103. Springer Series on Applied Mathematical Sciences, 1994.
- [34] H. Shah, C. Ovenden, and Schwartz, “.” *J. Geophys. Res.*, vol. 88, p. 6095, 1983.
- [35] L. P. L. de Oliveira, R. F. Custódio, and W. L. Roque, “Use of lyapunov exponent for pattern recognition in lung sounds,” *Proceedings of IEEE Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems* pp. 221–225, 2000.