

**UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS - UNISINOS
UNIDADE ACADÊMICA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
NÍVEL MESTRADO**

DAVID CRISTOPHER PELLEJERO

**DESIGN CONSTRUTAL DE BIFURCAÇÕES EM FORMA DE Y PARA ESCOA-
MENTOS DE FLUIDOS DE CARREAU**

São Leopoldo, setembro de 2020

DAVID CRISTOPHER PELLEJERO

DESIGN CONSTRUTAL DE BIFURCAÇÕES EM FORMA DE Y PARA ESCOAMENTOS DE FLUIDOS DE CARREAU

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade do Vale do Rio dos Sinos - UNISINOS

Orientadora: Prof. Dr. Flávia Schwarz Franceschini Zinani

Coorientador: Prof. PhD. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Banca Examinadora

Prof. Dr. Jacqueline Biancon Copetti

Prof. Dr. Paulo Roberto Wander

Prof. Dr. Cleiton Elsner da Fonseca – URI Santo Ângelo

São Leopoldo, novembro de 2020

FICHA CATALOGRÁFICA

P386d Pellejero, David Christopher
Design construtal de bifurcações em forma de Y para escoamentos de fluidos de Carreau / David Christopher Pellejero. – 2020.
54 f. : il.

Dissertação (Mestrado) – Universidade do Vale do Rio dos Sinos, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, São Leopoldo, RS, 2020.
“Orientadora: Profa. Dra. Flávia Schwarz Franceschini Zinani”

1. Engenharia Mecânica. 2. Design Construtal. 3. Escoamentos em ramificações. 4. Fluido de Carreau I. Título.

CDU 621

Catálogo na Fonte:

Mariana Dornelles Vargas – CRB 10/2145

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus familiares, sobretudo à minha esposa Marla e minha filha Agda, pelo apoio, paciência e compreensão nas horas ausentes e aos meus pais, por me ensinar que o estudo é a única herança imperecível.

À Profa. Dra. Flávia S. F. Zinani e ao Prof. PhD. Luiz A. O. Rocha, pela orientação, apoio prestados durante a realização do mestrado bem como para a conclusão deste trabalho e sobretudo pela compreensão e paciência.

À banca avaliadora pelos conselhos e sugestões apresentadas.

Aos bolsistas Marcelo Gotardo e Rafael Vinimayer, pela colaboração neste trabalho.

À Lojas Renner, por ter me propiciado as horas necessárias para estudo e comparecimento às aulas, principalmente ao Arq. Filemon A. Posse, pela confiança depositada neste trabalho.

Aos meus amigos e colegas do PPG em Engenharia Mecânica da Unisinos.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da UNISINOS, por toda a estrutura acadêmica e suporte disponibilizados.

À Deus, o grande Engenheiro.

RESUMO

Este trabalho investiga as geometrias ótimas para bifurcações sujeitas a escoamentos de fluidos não newtonianos pseudoplásticos, e analisar como a reologia do fluido tem efeitos sobre as configurações e o desempenho de bifurcações em forma de Y. A análise se baseia na minimização da resistência ao escoamento, com a definição da razão de diâmetros, razão de comprimentos e ângulo da bifurcação como graus de liberdade e parâmetros de projeto e imposição de restrições segundo o método Design Construtal. O fluido foi modelado utilizando a equação de Carreau, e foram analisados os efeitos do número de Carreau, razão de viscosidades e índice de escoamento. Os escoamentos foram resolvidos numericamente utilizando o Método dos Volumes Finitos e o software ANSYS® Fluent. O modelo matemático foi verificado com resultados publicados na literatura, e a malha computacional foi analisada pelo método GCI. Foi utilizado o algoritmo de otimização de Superfície de Resposta (*Response Surface*) para a busca pela resistência ao escoamento mínima e os valores ótimos para as variáveis de projeto. Foi utilizado um planejamento fatorial de três níveis para verificar o efeito dos parâmetros reológicos nestes resultados. Dos resultados obtidos, verificou-se que o índice de escoamento é o parâmetro reológico que possui maior efeito sobre a configuração da geometria ótima, afetando tanto a razão de comprimentos quanto a razão de diâmetros para a resistência ao escoamento mínima, sendo que o efeito estatisticamente significativo foi somente sobre a razão de diâmetros. Esta por sua vez, demonstrou ser o parâmetro geométrico que teve uma maior influência no comportamento da resistência ao escoamento. Estes resultados corroboram a tese de que a análise para sistemas com fluidos não newtonianos deve considerar a reologia dos fluidos para a obtenção de seu melhor desempenho.

Palavras-chave: Escoamentos em ramificações, Fluidos não newtonianos, Fluido de Carreau, Fluidodinâmica Computacional, Design Construtal.

ABSTRACT

This work investigates the optimal geometries for bifurcations subject to pseudoplastic non-Newtonian fluid flows, and to analyze how the fluid rheology has effects on the configurations and performance of Y-shaped bifurcations. The analysis is based on minimization flow resistance, with the definition of the ratio of diameters, length ratio and bifurcation angle as degrees of freedom and design parameters and imposition of restrictions according to the Design Constructal method. The fluid was modeled using the Carreau equation, and the effects of Carreau number, viscosity ratio and flow index were analyzed. The flows were solved numerically using the Finite Volume Method and the ANSYS® Fluent software. The mathematical model was verified with results published in the literature, and the computational mesh was analyzed by the GCI method. The Response Surface optimization algorithm was used to search for the minimum flow resistance and the optimal values for the design variables. A three-level factorial design was used to verify the effect of the rheological parameters on these results. From the results obtained, it was found that the power index is the rheological parameter that has the greatest effect on the configuration of the optimal geometry, affecting both the length ratio and the ratio of diameters to the minimum flow resistance. statistically significant effect was only on the ratio of diameters. This, in turn, proved to be the geometric parameter that had the greatest influence on the flow resistance behavior. These results corroborate the thesis that the analysis for systems with non-Newtonian fluids should consider the rheology of fluids to obtain their best performance.

Keywords: Flow in branches, Non-Newtonian fluids, Carreau fluid, Computational Fluid Dynamics, Constructal Design.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. O lado esquerdo mostra o delta do rio Lena, no norte da Sibéria. O lado direito mostra um molde do pulmão humano e abaixo a estrutura de ramificação de árvores.....	3
Figura 2.1. Representação esquemática do escoamento submetido a cisalhamento unidirecional.	8
Figura 2.2. Tipos de escoamentos independentes do tempo.....	9
Figura 2.3. Demonstração de viscosidades de cisalhamento zero e de cisalhamento infinito para um polímero pseudoplástico.....	10
Figura 2.4. Gráfico log-log da função de viscosidade experimental em comparação com as funções de viscosidade propostas: (a) o fluido Power Law, (b) o fluido de Carreau e um gráfico experimental.	12
Figura 3.1. Desenho esquemático de uma bifurcação em formato de Y.....	19
Figura 3.2. Etapas do método Design Construtal.....	20
Figura 3.3. Desenho esquemático da bifurcação em formato de Y com 15 vezes o diâmetro dos dutos pai e filho.	28
Figura 3.4. Detalhe da malha utilizada.	32
Figura 4.1. Esquema simplificado do problema de escoamento em cavidade.....	33
Figura 4.2. (a) Velocidade horizontal u_1 versus x_2 , $Re=100$, $n=0.25$, (b) velocidade vertical u_2 versus x_1 , $Re=100$, $n=0.25$	34
Figura 4.3. (a) Velocidade horizontal u_1 versus x_2 , $Re=100$, $n=0.75$, (b) velocidade vertical u_2 versus x_1 , $Re=100$, $n=0.75$	35
Figura 4.4. Diagrama de Pareto para um nível de confiança de 95%, para o índice n	36
Figura 4.5. Diagrama de Pareto para um nível de confiança de 95%, para o parâmetro geométrico DR_{opt}	37
Figura 4.6. Diagrama de Pareto para um nível de confiança de 95%, para o parâmetro geométrico LR_{opt}	37

Figura 4.7. (a) Dependência da razão de diâmetros ótima em n e (b) dependência de n e η^* .	38
Figura 4.8. $\tilde{\lambda}=150$ e $\eta^* = 15$. (a) Razões de aspecto ótimas, DR_{opt} , LR_{opt} , em função do índice de escoamento, n , (b) Resistência ao escoamento mínima, $R_{mín}$ em função do índice de escoamento, n .	41
Figura 4.9. $n = 0.50$ e $\eta^* = 15$. (a) Razões de aspecto ótimas DR_{opt} , LR_{opt} , em função do índice de escoamento, n (b) Resistência ao escoamento mínima, $R_{mín}$ em função do índice de escoamento n .	42
Figura 4.10. $\tilde{\lambda}=150$ e $n=0.5$. (a) Razões de aspecto ótimas, DR_{opt} , LR_{opt} , em função do índice de escoamento, n , (b) Resistência ao escoamento mínima, $R_{mín}$ em função do índice de escoamento n .	44
Figura 4.11. Campo de viscosidade para $\tilde{\lambda} = 50$, $\eta^*=100$. (a) $n = 0,35$. Detalhes em (a.1) e (a.2). (b) $n = 0,8$. Detalhes em (b.1) e (b.2).	45
Figura 4.12. Valores obtidos para LR_{opt} , DR_{opt} , Θ e $R_{mín}$ obtidos nas 27 simulações...	47

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1. Dados utilizados na análise do escoamento.....	21
Tabela 3.2. Planejamento fatorial em três níveis.	22
Tabela 3.3. Dados para cálculo do GCI.	30
Tabela 3.4. Resultados obtidos do GCI para determinar malha da simulação.	30

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas

\dot{m}	Vazão mássica, kg s^{-1}
A_T	Área total, m^2
D_0	Diâmetro do duto pai, m
D_1	Diâmetro do duto filho, m
DR	Razão entre os diâmetros do duto pai e filho
e_a^{xy}	Erro relativo aproximado
e_{ext}^{xy}	Erro relativo extrapolado
g	Aceleração da gravidade, m s^{-2}
\mathbf{g}	Vetor da aceleração gravitacional m s^{-2}
GCI	Índice de convergência de grade fina
h	Estimativa de erro
L_0	Comprimento do duto pai, m
L_1	Comprimento do duto filho, m
LR	Razão entre os comprimentos dos dutos pai e filho
n	Índice de escoamento
N	Número total de células utilizadas
p	Pressão, Pa
p	Ordem aparente
q	Razão de refino da malha
r	Fator de refinamento
R	Resistência ao escoamento, Pa s kg^{-1}
Re	Número de Reynolds
U	Campo de Velocidades, m s^{-1}
U_{RI}	Incerteza do estimador de Richardson
V_D	Volume dos dutos, m^3
V_T	Volume total da geometria, m^3
V_i	Volume da malha, m^3
v	Velocidade, m s^{-1}
k	Coefficiente de consistência do fluido, Pa s

Símbolos Gregos

τ	Tensão de Cisalhamento, Pa
μ	Coefficiente de Viscosidade ou viscosidade dinâmica, kg m s ⁻¹
$\dot{\gamma}$	Taxa de Cisalhamento, s ⁻¹
ϕ	Razão entre o volume dos dutos e o volume total.
∇	Operador nabla
η^*	Razão entre a viscosidade à taxa de cisalhamento zero e a viscosidade à taxa de cisalhamento infinito.
η	Função viscosidade, Pa s
η_0	Viscosidade à taxa de cisalhamento zero, Pa s
η_∞	Viscosidade à taxa de cisalhamento infinito, Pa s
λ	tempo característico, s
ρ	Massa específica, kg m ⁻³
$\phi_1, \phi_2,$	Soluções numéricas obtidas com malhas fina e grossa, respectivamente
$\phi_{\text{ext}}^{\text{xy}}$	Cálculo da extrapolação
θ	Ângulo da ramificação, °
Δp	Queda de pressão do fluido, Pa
$\tilde{\lambda}$	Número de Carreau
Subscrito	
opt	Variável otimizada
Sobrescrito	
(~)	Variável adimensionalizada

LISTA DE SIGLAS

DFC	Dinâmica de Fluidos Computacional
FOU	<i>First Order Upwind</i>
GNL	<i>Generalized Newtonian Liquid</i> -Líquido Newtoniano Generalizado
GCI	<i>Grid Convergence Index</i> – Índice de Convergência da Grade
LSFEM	<i>Least-squares finite</i> elemento - elementos finitos de mínimos quadrados
MDF	Método das Diferenças Finitas
MEF	Método dos Elementos Finitos
MHD	Magneto Hidrodinâmica
MVF	Método dos Volumes Finitos
PPGEM	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
QUICK	<i>Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinectics</i>
SIMPLES	<i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations</i>
UNISINOS	Universidade do Vale do Rio dos Sinos
VC	Volume de Controle

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivos.....	5
1.2.1 Objetivo geral	5
1.2.2 Objetivos específicos.....	5
1.2 Justificativa	5
1.3 Estrutura do trabalho	5
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1 Reologia e modelos de fluidos newtonianos e não-newtonianos.....	7
2.2. Modelos de fluidos	10
2.2.1 Modelo Power Law	10
2.2.2 Modelo de Carreau	11
2.2.3 Lei Construtal	12
2.3 Estado da arte	14
3. METODOLOGIA.....	18
3.1 Descrição do problema físico	18
3.2 Design Construtal	20
3.3 Planejamento experimental e método de otimização	22
3.3 Modelagem matemática do problema de escoamento.....	24
3.4 Modelagem numérica	27
4. RESULTADOS DO TRABALHO	33
4.1 Verificação do modelo	33
4.2 Resultados e discussão.....	36
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	47
REFERÊNCIAS	48
ANEXO I - DADOS OBTIDOS NA SIMULAÇÃO.....	53

1. INTRODUÇÃO

O estudo das redes de escoamentos bifurcados tem recebido considerável atenção nos últimos anos, devido à sua crescente aplicação prática. Segundo Miguel e Rocha (2018), a arquitetura em forma de árvore (sistemas ramificados) é onipresente, podendo ser vista tanto em sistemas de pequena como em grande escala, como por exemplo a árvore vascular da Retina (PANDA-JONAS et al., 1994) ou a bacias hidrográfica do Amazonas (MAMDOOU, 1985) e (BISWAS *et al.*, 1999). A literatura reconhece (BEJAN, 2000), (BEJAN; LORENTE, 2008), (MIGUEL, 2012) que uma rede de escoamento ramificada é a melhor configuração para conectar um ponto (fonte ou coletor) a uma infinidade de pontos (ou vice-versa), sendo que o caminho da ramificação é para os fluxos ponto-multiponto o que é um duto reto para um fluxo ponto a ponto (MIGUEL ; ROCHA, 2018).

Na natureza, estudos datados desde o século II D.C. (GAUGHAN; PANOS, 2010) já descreviam um sistema ramificado em forma de árvore, como “possuir todas as propriedades que facilitam o escoamento” ao analisar o caso da árvore respiratória. Estudos posteriores datados do século XVI, analisaram o arranjo dos vasos sanguíneos para entender a resistência do sistema arterial (YOUNG, 1808) com base em medições anatômicas, estabelecendo assim a relação entre o diâmetro do vaso ramo e do diâmetro do vaso tronco na relação $1: 2^{1/3}$. Estudos mais recentes (MURRAY, 1926b) também calcularam o ângulo de ramificação dos vasos sanguíneos, sendo que estes trabalhos também encontraram aplicação para o entender o funcionamento da árvore respiratória e a estrutura de vasos das folhas de plantas (MIGUEL; ROCHA, 2018). Além destes exemplos, os sistemas bifurcados foram utilizados como analogia para estudar o funcionamento das bacias hidrográficas (MELTON, 1959), sendo que Bejan et al. (2006) e Bejan e Lorente (2008), conseguiram comprovar a analogia entre o escoamento do sangue nas artérias, a estrutura dos alvéolos pulmonares e as bacias hidrográficas.

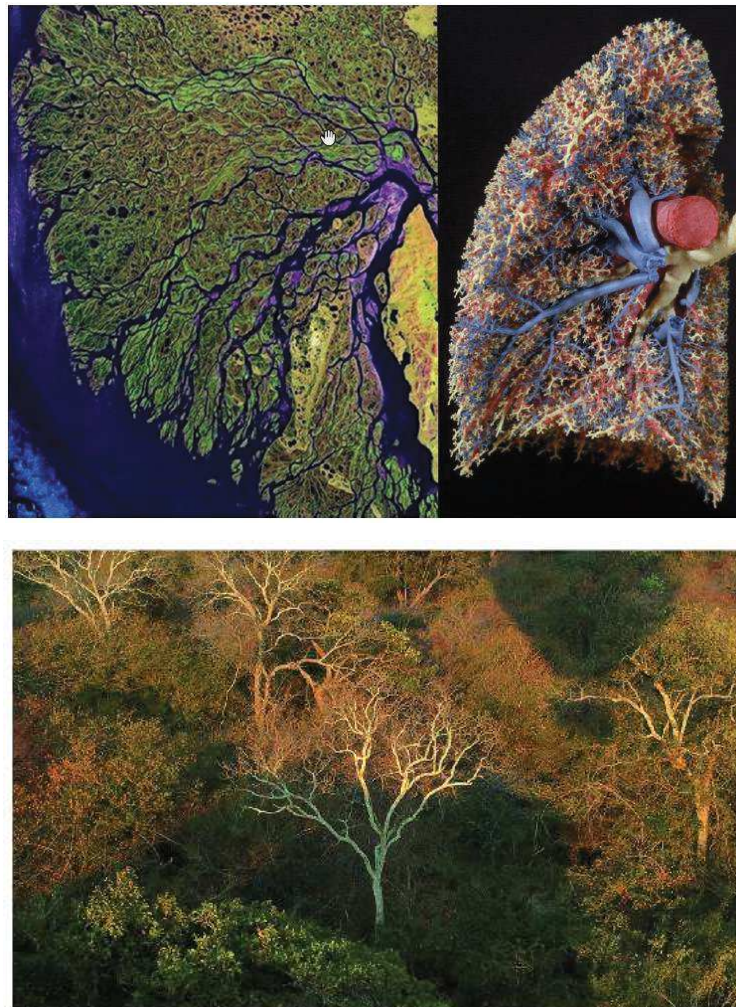
Em sistemas de engenharia, um exemplo da aplicação do conceito de sistemas ramificados emprega dissipadores em forma de árvore (BEJAN, 1997) para projetar dissipadores de calor de dispositivos eletrônicos miniaturizados de forma mais eficaz. Também foi verificado que para geração e distribuição de energia e água, (WECHSATOL *et al.*, 2001) e (LORENTE *et al.*, 2003) a configuração de sistemas ramificados é a que pode obter resultados mais eficazes. Além dessas, também estão sendo realizados estudos utilizando sistemas ramificados para células de combustível (SENN; POULIKAKOS, 2004) e na área de microfluidica com aplicações desde lab-on-a chip à “optofluidics” (Segundo Yeshaiahu; Demetri e Changhuei, 2010, o termo

“optofluidics” foi cunhado em 2003 para definir um campo de pesquisa emergente que se concentra na combinação de tecnologia microfluídica e óptica) (MIGUEL; ROCHA, 2018).

O estudo apresentado utiliza o método do Design Construtal para a análise das configurações de fluidos não newtonianos em sistemas bifurcados. Este método utiliza a Lei Construtal, apresentada pelo Prof. Adrian Bejan em 1997, no artigo “Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume”. Neste artigo, o autor desenvolveu uma solução para o problema fundamental de como coletar e escoar até um ponto o calor gerado em um volume de baixa condutividade por um caminho de alta condutividade (BEJAN, 1997). Utilizando a Lei Construtal, efetuaram-se os cálculos dos arranjos das bifurcações, que foram derivadas com base na demanda de movimento mais fácil, para conseguir um maior acesso ao escoamento através da geração de um determinado design (configuração). Estudos realizados por Bejan et al. (2000), demonstraram que a maneira de conectar vasos grandes e pequenos requer uma razão entre diâmetros de dutos filhos e dutos parentais de $2^{-1/3}$ (lei Hess-Murray) e $2^{-3/7}$ para escoamentos laminares e turbulentos, respectivamente. (PEPE, 2018).

Sistemas ramificados em formato de árvore são observados em diferentes escalas na natureza, e em diversas áreas como na engenharia (transferência de calor, escoamentos de fluidos, distribuição de tensões em estruturas, etc.) na biologia (escoamento do sangue em vasos, movimento de animais, estrutura das árvores, estruturas dos pulmões), na sociedade (estudos relativos ao trânsito de pessoas e veículos, hierarquia das organizações, escoamento de idéias na comunidade científica) ou na física (formação dos cristais de gelo, dos raios, entre outros), como pode ser visto alguns exemplos na Figura 1.1. (BEJAN, 2016) e (BEJAN; LORENTE, 2013). Os estudos realizados por Bejan e outros pesquisadores verificaram que a Lei Construtal se aplica à toda a gama dos exemplos mencionados anteriormente e que ainda há uma vasta área de aplicações a explorar, visto que esta lei explica os fenômenos que ocorrem na natureza, tanto ao que se refere ao animado quanto ao inanimado. O design é um fenômeno universal na natureza. Isso é física. Isso acontece naturalmente quando algo está fluindo e é livre para se transformar. O design une o animado com o inanimado (BEJAN; LORENTE, 2013).

Figura 1.1. O lado esquerdo mostra o delta do rio Lena, no norte da Sibéria. O lado direito mostra um molde do pulmão humano e abaixo a estrutura de ramificação de árvores.



Fonte: Bejan e Lorente (2013), Bejan (2020)

Na natureza e na engenharia são encontrados fluidos com os mais diversos comportamentos de escoamento. O estudo do comportamento dos fluidos é o ramo da ciência denominado Reologia. Uma primeira classificação reológica dos fluidos os divide entre fluidos newtonianos e não newtonianos. Segundo Barnes (2000), um fluido não newtoniano é aquele cujo comportamento difere de um fluido newtoniano, definido como o fluido para o qual a taxa de deformação é proporcional à tensão de cisalhamento sobre ele aplicada. Todos os gases, a água e outros líquidos pouco viscosos possuem comportamento newtoniano. Por outro lado, muitos líquidos de interesse para a engenharia e para a sociedade possuem comportamento não newtoniano. Este comportamento é caracterizado pela variação de viscosidade dependendo da tensão de cisalhamento aplicada, tensão inicial de escoamento, viscoelasticidade, entre outros. A literatura reporta diversos exemplos de fluidos não newtonianos. Por exemplo, vários trabalhos

como Revellin *et al.* (2009) demonstraram o comportamento não newtoniano do sangue para dimensões capilares. Além disso, Barnes (2000) cita outros exemplos de fluidos não newtonianos, tais como: betume, cosméticos, produtos lácteos, entre outros.

Um tipo de comportamento não newtoniano recorrente é a pseudoplasticidade, ou shear-thinning. Consiste no afinamento do fluido conforme aumenta a tensão de cisalhamento sobre ele aplicada. Este comportamento pode ser encontrado em fluidos como o sangue, tintas, shampoos, pasta de dentes e tinta de impressoras (BARNES, 2000) e (CHHABRA;RICHARDSON, 2008). O comportamento pseudoplástico costuma ser modelado por equações de potência, como as equações de Ostwald-de-Waele, Carreau e Cross.

Embora os trabalhos realizados por Hess (1917) e Murray (1926a) para sistemas vasculares afirmassem que a vazão volumétrica deveria ser proporcional ao cubo do diâmetro em um duto otimizado para exigir o trabalho mínimo para conduzir e manter o escoamento de um fluido (lei de Hess-Murray), ela demonstrou-se válida somente para os casos onde o escoamento fosse laminar, newtoniano, estável, incompressível e totalmente desenvolvido (MIGUEL, 2015) e (MIGUEL, 2016b). Esta lei pôde descrever de forma bastante satisfatória diversas redes biológicas, tais como capilares, pequenas artérias e veias, vias aéreas da zona condutora do trato respiratório e veias foliares de plantas (PEPE, 2018). Para grandes artérias, veias e vias áreas do trato respiratório, esta regra não poderia ser aplicada, como demonstraram os trabalhos de Uylings (1977) e Bejan *et al.* (2000). Eles demonstraram que para escoamentos turbulentos, a razão ótima entre os diâmetros seria de $2^{-3/7}$. Para grandes vasos, estudos experimentais sugeriram que se os vasos estão expostos a altas taxas de cisalhamento, que seriam valores superiores a 100 s^{-1} , se deveria considerar o escoamento do sangue como um fluido newtoniano (MIGUEL, 2016a) e (MIGUEL, 2016b). Mas os trabalhos realizados por Revellin *et al.* (2009) e Miguel (2016a), demonstraram que efeitos newtonianos apareciam com taxas de cisalhamento menores no caso de pequenos vasos, como por exemplo, capilares e pequenas artérias. A uma taxa de cisalhamento menor do que 100 s^{-1} , verificou-se que o sangue demonstra comportamento pseudoplástico, pois a sua viscosidade diminui em função do aumento da taxa de cisalhamento. Os autores incorporaram nos seus trabalhos a reologia de fluidos não newtonianos de forma a obter o melhor percurso para a conexão de vasos grande e pequenos. (PEPE, 2017).

O presente trabalho investiga efeito da reologia de um fluido não newtoniano pseudoplástico no desempenho de bifurcações em forma de Y utilizando o método Design Construtal como premissa para estabelecer as restrições, variáveis de projeto e indicadores de desempenho para a análise das geometrias.

1.1 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

Este trabalho tem por objetivo investigar as geometrias ótimas para bifurcações sujeitas a escoamentos de fluidos não newtonianos pseudoplásticos, e analisar como a reologia do fluido tem efeitos sobre as configurações e o desempenho de bifurcações em forma de Y.

1.2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos do estudo são:

- a) Obter ângulos, razões de diâmetros e razões de comprimentos que minimizam a resistência ao escoamento para diferentes condições de escoamentos de fluidos não newtonianos do tipo Carreau, variando o índice escoamento, o número de Carreau, e a razão de viscosidades.
- b) Investigar o efeito do número de Carreau, índice de escoamento e razão de viscosidade, nas geometrias ótimas para bifurcações em forma de Y para escoamentos de fluidos pseudoplásticos.

1.2 Justificativa

Como o modelo de fluido de Carreau pode ser utilizado para modelar o comportamento de fluidos industriais e também de fluidos biológicos, como o sangue, é importante investigar a performance das geometrias de bifurcações para escoamentos destes fluidos. Com este trabalho, pretende-se demonstrar que as configurações otimizadas possam diferir consideravelmente das obtidas para fluidos newtonianos.

1.3 Estrutura do trabalho

Este trabalho está dividido em cinco capítulos. No primeiro capítulo, faz-se a introdução, a apresentação dos objetivos e da justificativa. O segundo capítulo apresenta o referencial

teórico utilizado no trabalho, bem como dos principais tópicos de reologia e dos modelos de fluidos utilizados na pesquisa e também uma revisão do estado de arte referente aos trabalhos realizados em escoamento de fluidos não newtonianos em bifurcações em forma de Y, onde também se apresenta a Teoria Construtal. No capítulo três, descreve a metodologia utilizada no trabalho, a descrição do problema físico, o método Design Construtal, bem como como foram feitos o planejamento experimental e o método de otimização, a modelagem matemática utilizada para o problema de escoamento em estudo e também a modelagem numérica. O capítulo quatro apresenta os resultados obtidos a partir do modelo de verificação e se discute os resultados obtidos nas simulações com base no método Design Construtal. No capítulo cinco são feitas as considerações sobre os resultados obtidos de forma a corroborar os objetivos estabelecidos neste trabalho. Nas Referências, lista-se os trabalhos, artigos e literatura utilizada para a elaboração deste trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo faz-se uma revisão referente aos conceitos de reologia, modelos de fluidos e os principais modelos de fluidos não-newtonianos adotados atualmente, sendo que dois deles serão utilizados como base deste estudo.

2.1 Reologia e modelos de fluidos newtonianos e não-newtonianos

Reologia é o estudo da deformação e do escoamento da matéria, tal definição é de E.C. Bingham, sendo que o termo é de sua própria autoria (ZORZETTO, 1991).

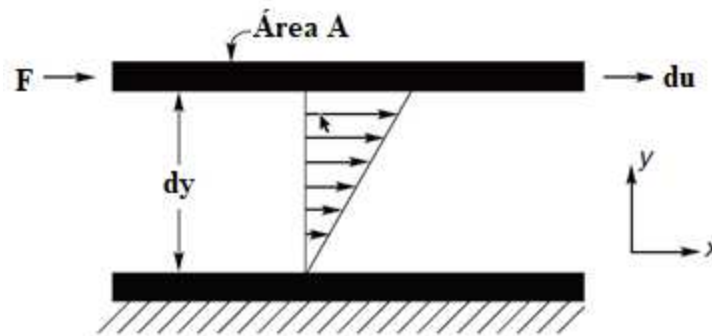
Em 1980, Vinogradov e Malkin (apud ZORZETTO, 1991), estenderam essa definição, definindo que a reologia descreve as propriedades mecânicas de vários materiais sob diversas condições de deformação, sendo que os materiais podem possuir simultaneamente, a capacidade de escoar e acumular deformações recuperáveis.

Atualmente, a forma mais moderna e completa para definir esta ciência é que a Reologia estuda a deformação e o movimento da matéria. Esta ciência é uma área da física que analisa as deformações ou as tensões de um material provocadas pela aplicação de uma tensão ou deformação.

Os estudos de escoamento e deformação dos materiais iniciaram-se em 1676, com Robert Hooke, cujo objetivo era analisar o comportamento elástico dos materiais. Newton, em 1687, estabeleceu a Lei da viscosidade, mas estudos posteriores que observaram o escoamento de fluidos com estruturas complexas, com soluções de macromoléculas, polímeros fundidos, por exemplo, demonstraram que nem todos os fluidos obedeciam à lei da viscosidade. Desses estudos, resultaram algumas definições, a seguir:

- a) Fluidos newtonianos: São os fluidos para os quais a tensão de cisalhamento é linearmente proporcional à taxa de deformação de cisalhamento. (ÇENGEL; CİMBALA, 2007).

Figura 2.1. Representação esquemática do escoamento submetido a cisalhamento unidirecional



Fonte: Adaptado de Chhabra e Richardson (2008)

Para o caso de escoamento cisalhante unidimensional de fluidos newtonianos, a tensão de cisalhamento é expressa pela equação:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (2.1)$$

onde μ é o coeficiente de viscosidade ou viscosidade dinâmica, du/dy é o gradiente de velocidade na direção perpendicular à força de cisalhamento.

A constante de proporcionalidade, μ (ou a razão entre a tensão de cisalhamento, τ , e a taxa de cisalhamento, $\dot{\gamma}$) que é chamada viscosidade newtoniana é, por definição, independente da taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) ou da tensão de cisalhamento (τ) e depende somente do material e sua temperatura e pressão (CHHABRA;RICHARDSON, 2008).

- b) Fluidos não newtonianos: São aqueles cuja curva de escoamento (tensão de cisalhamento versus taxa de cisalhamento) é não linear ou então não passa pela origem, ou seja, é aquele cuja viscosidade aparente (tensão de cisalhamento dividida pela taxa de cisalhamento) não é constante a uma certa temperatura e pressão, mas sim, depende da condição de escoamento como da taxa de cisalhamento, ou do histórico cinemático do elemento fluido (CHHABRA;RICHARDSON, 2008). Da literatura, tais materiais se subdividem em três classes gerais:

1) Fluidos cuja taxa de cisalhamento em qualquer ponto é determinada apenas pelo valor da tensão de cisalhamento naquele instante: Tais fluidos são geralmente conhecidos como independentes do tempo, puramente viscosos, inelásticos ou fluidos newtonianos generalizados (FNG). Estes fluidos ainda podem ser subdivididos em três tipos:

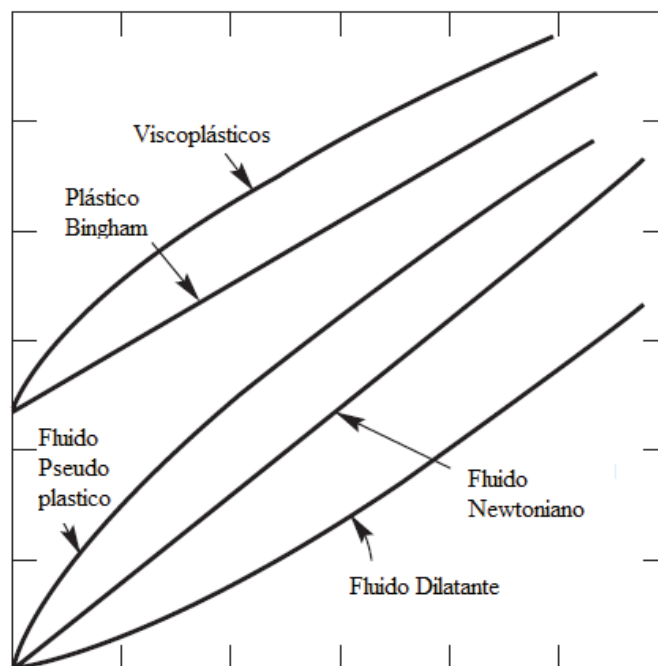
- a) Shear-thinning ou pseudoplásticos;
- b) Viscoplasticos;
- c) Shear-thickening ou dilatantes.

O comportamento destes fluidos é demonstrado na figura 2.2.

2) Fluidos mais complexos para os quais a relação entre tensão de cisalhamento e a taxa de cisalhamento depende, além disso, da duração do cisalhamento e de sua história cinemática: estes fluidos são denominados "fluidos dependentes do tempo".

3) As substâncias que exibem características híbridas de fluidos ideais e sólidos elásticos e que apresentem recuperação elástica parcial, após deformação, são classificados como "fluidos viscoelásticos".

Figura 2.2. Tipos de escoamentos independentes do tempo.



Fonte: Adaptado de Chhabra e Richardson (2008)

Segundo Chhabra e Richardson (2008), esse esquema de classificação é arbitrário, pois os materiais com comportamento mais próximo do real geralmente exibem uma combinação de dois ou até mesmo todos os três tipos de recursos não newtonianos. Geralmente, é possível

identificar a característica dominante não newtoniana e tomar isso como base para os cálculos de processo subsequentes.

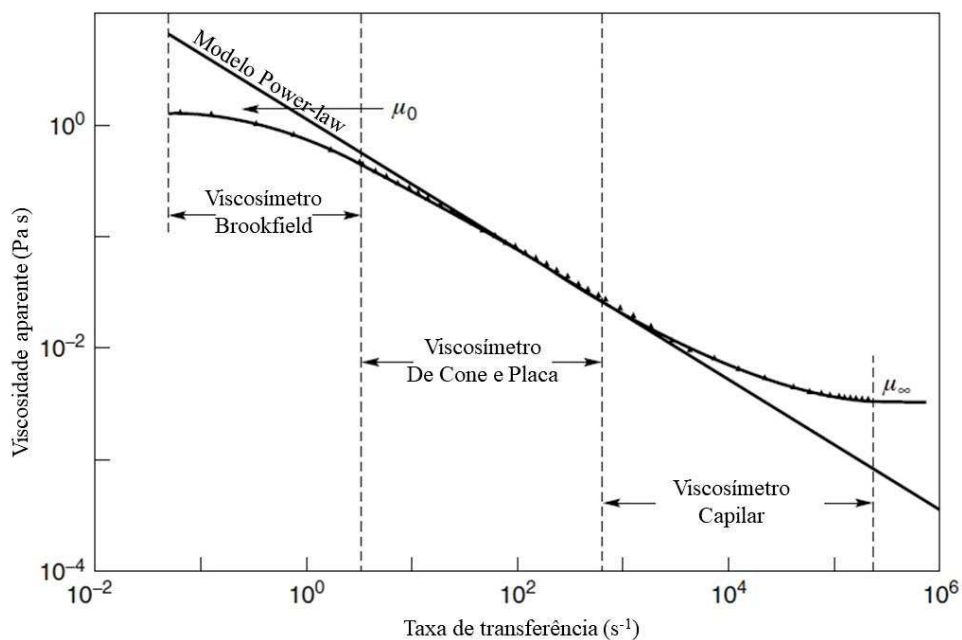
2.2. Modelos de fluidos

O presente trabalho trata do escoamento de fluidos pseudoplásticos. Para a modelagem deste tipo de comportamento, a literatura aponta inúmeras opções. Os modelos mais utilizados são descritos a seguir.

2.2.1 Modelo Power Law

Segundo Chhabra e Richardson (2008), a relação entre a tensão de cisalhamento, τ , e a taxa de cisalhamento, $\dot{\gamma}$ para um fluido pseudoplástico (i.e., fluido que é caracterizado por uma viscosidade aparente que diminui com o aumento da taxa de cisalhamento) pode ser frequentemente aproximada por uma lei de potência limitada por uma faixa de taxas de cisalhamento (Figura 2.3).

Figura 2.3. Demonstração de viscosidades de cisalhamento zero e de cisalhamento infinito para um polímero pseudoplástico.



Fonte: Adaptado de Chhabra e Richardson (2008)

Para esta parte da curva, uma expressão como a equação (2.2) demonstrada na sequência, pode ser aplicada:

$$\tau = k\dot{\gamma}^n \quad (2.2)$$

Onde τ , é a tensão de cisalhamento, k , é o coeficiente de consistência do fluido e n é o índice de escoamento (CHHABRA; RICHARDSON, 2008). A viscosidade aparente para os fluidos Power-law (μ) pode ser dada pela equação (2.3):

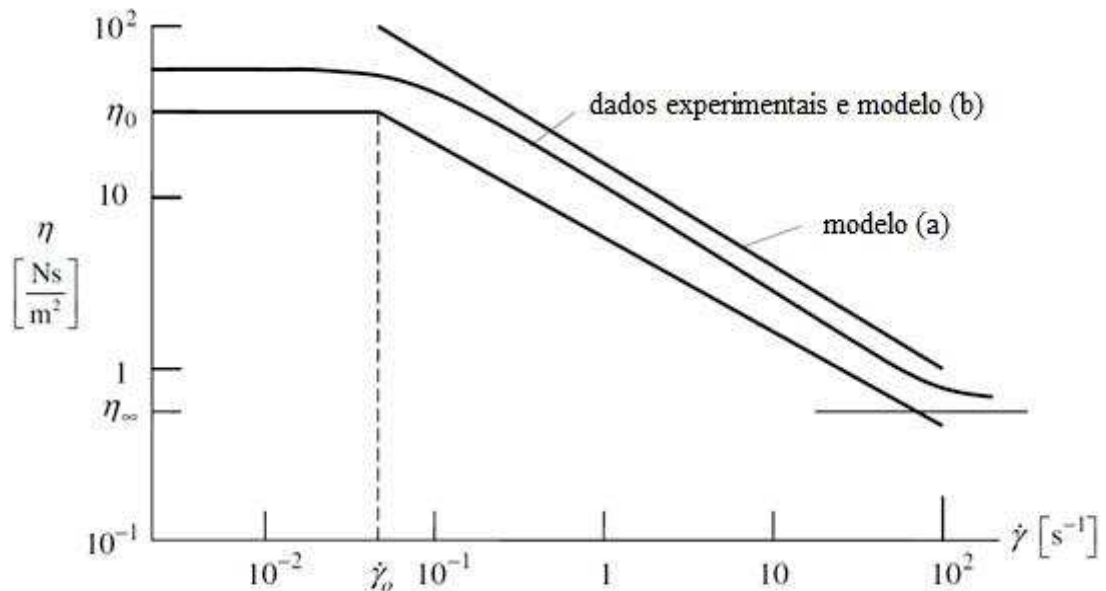
$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = k\dot{\gamma}^{(n-1)} \quad (2.3)$$

Onde τ , é a tensão de cisalhamento, $\dot{\gamma}$ é a taxa de cisalhamento, k é o coeficiente de consistência do fluido e n é o índice de escoamento (CHHABRA; RICHARDSON, 2008). Para um fluido pseudoplástico, o índice n pode ter qualquer valor entre 0 e 1. Quanto menor o valor de n , maior é grau de pseudoplasticidade do fluido. Quando n for igual a 1, a equação descreve o comportamento de fluidos newtonianos e quando n for maior do que 1, o fluido irá exibir propriedades dilatantes. O comportamento dos fluidos de acordo com a variação do índice n , pôde ser visto na figura 2.2. Assim, pode-se concluir que o índice n demonstra qual tipo de fluido está sendo considerado.

2.2.2 Modelo de Carreau

O modelo de Carreau (CHHABRA; RICHARDSON, 2008) é utilizado para modelar a viscosidade de fluidos pseudoplásticos quando há desvios significativos no modelo Power Law para valores altos e muitos baixos da taxa de cisalhamento, como pôde ser mostrado na figura 2.3 e melhor observado na figura 2.4. O modelo de Carreau traça, além do decaimento viscosidade segundo uma lei de potência na região a partir de uma taxa de cisalhamento característica $\dot{\gamma}_0$ na figura 2.4, dois platôs de viscosidade constante. Um é o platô de alta viscosidade, η_0 , a baixas taxas de cisalhamento. O outro é o platô de baixa viscosidade, η_∞ , a altas taxas de cisalhamento, como indica a figura 2.4. Este comportamento se aproxima do comportamento observado nos fluidos reais.

Figura 2.4. Gráfico log-log da função de viscosidade experimental em comparação com as funções de viscosidade propostas: (a) o fluido Power Law, (b) o fluido de Carreau e um gráfico experimental.



Fonte: Adaptado de Irgens (2014)

Assim, o modelo de Carreau é dado pela seguinte equação:

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_{\infty} + (\eta_0 - \eta_{\infty}) \left(1 + (\lambda \dot{\gamma})^2\right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (2.4)$$

onde η_0 é a viscosidade a taxa de cisalhamento zero, η_{∞} é a viscosidade a taxa de cisalhamento infinito, λ é o tempo característico, n é o índice de escoamento e $\dot{\gamma}$ é a taxa de cisalhamento

2.2.3 Lei Construtal

A lei Construtal foi descrita pelo Prof. Adrian Bejan em dois artigos publicados em 1996, o “Street Network Theory of Organization in Nature” e “Constructal-Theory Network of Conducting Paths for Cooling a Heat Generating Volume”. Nestes artigos, ele demonstrou através de uma série de argumentos e deduções lógicas, que o campo da Lei Construtal se inicia através da percepção que o design é um fenômeno da física universal. Esta lei, consegue unir o

animado e o inanimado, ao longo de uma escala extremamente ampla, desde o design de um floco de neve até o design de um animal ou da árvore da bacia de um rio. Ele conseguiu demonstrar que o desenho do delta de um rio e do pulmão humano são apenas alguns exemplos de uma mesma arquitetura de fluxo de volume, só que um é animado e outro não. Usando este conceito, pode-se demonstrar que a mesma lógica se aplica para raios, tecidos vivos vascularizados, tráfego da cidade e até o fluxo de idéias no planeta.

O autor, conseguiu resumir os conceitos de vida, design e futuro (a evolução) uma nova lei física denominada por ele como sendo a Lei Construtal, formulada em 1996 e atualizada em seu último livro em 2020:

“Para um sistema de fluxo de tamanho finito (não infinitesimal, uma partícula ou subpartícula) persistir no tempo (para viver), ele deve evoluir com liberdade de modo que forneça acesso mais fácil e maior ao que flui” (BEJAN, 2020)

Pela Lei Construtal, o autor define que o tamanho finito significa não infinitesimal, ou seja, nem uma partícula ou subpartícula, isso significa um todo, a configuração (design, desenho) é macroscópica. Segundo Bejan (2020), evoluir e persistir no tempo como um sistema de fluxo com configuração é a definição física de estar vivo. Por outro lado, se nada se move, transforma ou muda, seria a definição da física conhecida como “estado morto” em termodinâmica. A Lei Construtal tem como base a ideia de que os sistemas que possuem escoamento têm um propósito (o objetivo final é manter-se vivo) e que são livres para transformar-se ao longo do tempo (evoluir) sob restrições globais. A forma (estrutura) é o caminho construtivo para transportar fluido, calor, massa, etc., para atingir os seus fins.

Em resumo, de acordo com a Lei Construtal, um sistema para ser dito vivo deve possuir duas características universais [Bejan, 2008]:

- a) Deve fluir (i.e., é um sistema de não equilíbrio em termodinâmica).
- b) Deve se transformar livremente em configurações que permitam que todas as suas correntes fluam com mais facilidade ao longo do tempo.

O autor consegue analisar e verificar que em praticamente todas as áreas da ciência, há uma lista de propostas de otimização (seja para a biologia, economia, engenharia, etc.) que demonstram a necessidade de colocar os fenômenos de evolução na ciência e que estas propostas são manifestações da tendência natural única que é expressa pela Lei Construtal.

2.3 Estado da arte

Do trabalho efetuado por Sehn (2018), verificou-se que na literatura disponibilizada até o momento, foram realizados vários estudos tratando de escoamentos de fluidos em canais bifurcados, sendo que estes, iniciaram-se nas primeiras décadas do século XX, com Hess e Murray, com a constatação que estas estruturas ocorriam na natureza e com Schroter e Sudlow (1969)) demonstrando nos seus trabalhos em finais da década de 60 ocorrência das mesmas na árvore brônquica humana. Nas décadas seguintes, estudos experimentais realizados na árvore brônquica humana demonstraram que a aplicação de perfis de velocidade convencionais não poderiam ser aplicados, devido à complexidade do sistema

Bejan (2000), baseado na sua formulação da Lei Construtal, teve êxito ao comprovar os resultados Hess e Murray (BEJAN ; LORENTE, 2008); (BEJAN *et al.*, 2000). Estudos realizados posteriormente, entre 2006 e 2015, verificaram que, com base na Lei de Hess-Murray seria possível estender os conceitos estudados que eram aplicados somente à dutos circulares, à outras geometrias de formas arbitrárias, aplicando a Lei ao design de chips eletrônicos. Além disso também se verificou que a aplicação da Lei de Hess-Murray poderia ser utilizada para artérias pequenas e médias, (PAINTER *et al.*, 2006) visto que, no caso real, o escoamento é pulsátil e não constante como se pensava até então. Outros estudos também constataram que para o caso de grandes artérias e ramificações, a mesma lei não poderia ser aplicada.

Nos estudos que se realizaram nesse período em escoamentos biológicos como o do sangue, por exemplo, verificou-se que havia um aumento da área total das junções bifurcadas na transição dos vasos grandes para os menores (SOCHI, 2015), tendo por consequência a desaceleração do escoamento na direção das bifurcações. Outro ponto que surgiu desses estudos foi a importância de considerar a reologia de fluidos não-newtonianos, pois ela introduziu padrões mais complexos de bifurcações que por sua vez tiveram como consequência a possibilidade de alteração da localização, distribuição e magnitude das tensões cisalhantes. Sehn (2018), concluiu que as perdas de energia, apesar de insignificantes, podem ter sua importância aumentada ao analisar o desenvolvimento de escoamentos complexos com escoamentos turbulentos e vórtices estacionários.

Em 2009, buscou-se desenvolver uma generalização para a Lei de Hess-Murray (REVELLIN *et al.*, 2009) com aplicação específica em escoamentos de fluidos não-newtonianos utilizando como estudo de caso, o sangue. Conseguiu-se demonstrar que a lei clássica de Hess-Murray permaneceu válida, independentemente do comportamento do fluido (n), desde que a função custo tivesse o volume como limitação, o que não ocorreu quando se utilizou a área da

superfície. Neste caso, os valores ótimos para as variáveis em estudo tornaram-se dependentes do comportamento do fluido. Além disso, demonstrou-se também que a entropia gerada nos dutos filhos era maior do que a entropia gerada no duto pai, e finalmente, que a diferença da geração de entropia entre os vasos pais e os vasos filhos eram menores para fluidos não-newtonianos do que para fluidos newtonianos.

Em 2014, buscou-se determinar de forma analítica, as razões ótimas para escoamentos laminares em dutos lisos ramificados e para escoamentos turbulentos em dutos lisos e rugosos (KOU *et al.*, 2014), baseados nos estudos de Bejan *et al.* (2000) e Bejan e Lorente (2008). Como resultados principais, obteve-se que a resistência adimensional ao escoamento é sensível aos parâmetros geométricos das estruturas, sendo que a minimização da resistência foi obtida entre valores da razão dos diâmetros β^* , satisfazendo a igualdade $\beta^* = N^k$, onde N era o nível da bifurcação (2, 3, 4, etc.) e k uma constante. Para os escoamentos, obteve-se os seguintes valores de k : laminar, $k = -1/3$; turbulentos-tubo liso-, $-3/7$ e para tubos rugosos, $-7/17$.

Entre 2015 e 2016, Miguel (2015), com base no Design Construtal, efetuou diversos estudos analíticos que envolviam estruturas de escoamento bifurcadas com paredes porosas e trabalhos com a natureza bifásica do sangue, pois este, se tratava de uma suspensão sólida em um fluido. Miguel (Miguel, 2015; Miguel, 2016a; Miguel, 2016b; Miguel, 2016c) conseguiu obter a razão ótima entre os diâmetros e os comprimentos de dutos, de forma que as resistências ao escoamento fossem mínimas, constatando que esta razão dependia da porosidade da parede. Além disso, utilizando o método dos multiplicadores de Lagrange, obteve expressões para as dimensões das ramificações de vasos pai e filhos e pôde determinar que, quando o sangue é tratado como um fluido newtoniano, a Lei Hess-Murray continua valendo. Outro trabalho importante realizado pelo autor foi examinar o grau de irreversibilidade em um sistema de escoamento bifurcado com um fluxo de calor constante na parede de dutos. Assumiu que o escoamento era laminar e plenamente desenvolvido e o fluido avaliado foi newtoniano e não newtoniano, sendo que este foi descrito através do método de Power Law. Com este estudo, investigou-se algumas características de escoamento, como por exemplo, a variação da geometria dos dutos da estrutura ramificada, a existência de obstrução na rede, características dos fluidos e os efeitos térmicos e do atrito na geração de entropia. Em outro trabalho realizado também em 2016, Miguel investiga o escoamento laminar de fluidos newtonianos e não newtonianos, utilizando Power Law, em redes de escoamento bifurcadas simétricas e assimétricas. Determinou, com base na Lei Construtal, a dependência do índice de comportamento do fluido, bem como do grau de assimetria da estrutura, para a relação funcional que existe entre os dutos pais e

filhos. Constatou também neste estudo, que há uma constância na resistência ao escoamento em cada ramo da rede bifurcada.

Também em 2016, Souza (2016), investigando a arquitetura de dissipadores de calor por redes de microcanais, apresentou o seu desenvolvimento e análise, caracterizando configurações geometricamente por múltiplas ramificações no escoamento, e variando as escalas de comprimento e diâmetro hidráulico em cada nível de bifurcação. Constatou neste trabalho, utilizando a Lei Construtal, que as redes construtais permitiam uma redução significativa na queda de pressão em relação às redes fractais com os mesmos níveis de ramificação e demonstrou também, que a rede bifurcada com razão de diâmetros segundo a Lei de Hess Murray não era apropriada para a dissipação de calor em dispositivos miniaturizados.

Em 2018, Cao (CAO *et al.*, 2018) através do uso de modelos numéricos multidimensionais, analisou a performance da distribuição de escoamento em estruturas com bifurcações consecutivas. Para este estudo, utilizou a água como fluido de trabalho. Como resultados principais, verificou que a uniformidade da distribuição do escoamento se deteriora com o aumento do ângulo de bifurcação, sendo que o decréscimo da performance atinge seu valor máximo quando o ângulo de bifurcação é de 90° . Observou-se também que a máxima queda de pressão ocorria quando o ângulo da bifurcação era de 90° e quando o comprimento dos dutos era menor.

Saqr *et al.* (2018), realizou estudos de dinâmica dos fluidos computacional (CFD) da hemodinâmica intracraniana examinando a hipótese aceita até então, de que os efeitos não-newtonianos poderiam ser negligenciados no escoamento sanguíneo intracraniano. Dos valores e resultados obtidos, ele verificou que o erro entre os modelos newtonianos e não newtonianos variaram de 27 a 30%, e que essa diferença poderia afetar a interpretação física destes estudos. O trabalho ainda conclui que o uso da suposição newtoniana para este tipo de análise poderia ser inadequado para investigar a hemodinâmica intracraniana.

Em 2019, Amiri *et al.* (2019), realizou um estudo através de uma simulação da interação fluido-estrutural (FSI) do escoamento sanguíneo da artéria femoral com pequena oclusão (restrição de área do vaso). Para este trabalho, assumiu como condição de entrada um pulso dependente do tempo, utilizando um modelo de escoamento não-newtoniano. O escoamento sanguíneo foi considerado não linear e incompressível e como modelo reológico do sangue, utilizou-se o modelo de Carreau. Como resultado, tomando em consideração a geometria real do vaso e a fluidez do sangue, ele obteve que havia uma diferença significativa na distribuição de velocidade e tensão de cisalhamento dependendo se a interação fluido-estrutura era considerada como fluido newtoniano ou não-newtoniano. E como conclusão, os resultados demonstraram que ao empregar fluidos newtonianos como modelo para o escoamento sanguíneo, verificou-se

uma diferença de 12% na velocidade, e que para os valores da tensão máxima de cisalhamento de parede, a diferença alcançava 50% e assim comprovou-se que para esta geometria de vasos, o modelo newtoniano não apresentava valores representativos no escoamento do sangue.

Referente ao uso de modelos newtonianos para analisar escoamentos sanguíneos, Zain, e Ismail (2019), realizaram um estudo do escoamento sanguíneo em artérias bifurcadas com a presença de uma estenose (estreitamento que restringe a abertura do vaso) por sobreposição localizada no lumen (cavidade interna do vaso) das artérias pais sobre a ação de um campo magnético externo. Os autores trataram o sangue como um fluido eletricamente condutor, que exhibe os princípios da magnetohidrodinâmica e caracterizaram este com um fluido newtoniano. Para discretizar as equações governantes, utilizaram a técnica de estabilização de elementos finitos conhecida por mínimos quadrados de Galerkin, e a velocidade máxima e queda de pressão avaliadas no estudo, foram comparadas com os resultados encontrados na literatura e no COMSOL Multiphysics[®]. Os efeitos de parâmetros adimensionais conhecidos como números de Hartmann e Reynolds nos fenômenos de escoamento sanguíneo constante em uma artéria bifurcada com uma estenose sobreposta no lumen das artérias pais foram apresentados neste estudo, e eles concluíram que os efeitos da magnetohidrodinâmica na pressão da parede diminuem quanto maior for o valor do número de Reynolds devido às forças inerciais dominadas pelo fluxo que resistem a qualquer mudança no momento. No ramo filho, os efeitos do número de Reynolds são mais evidentes do que as influências do número de Hartmann. De alguma forma, os efeitos da magnetohidrodinâmica no ramo filho sem constrição são mais óbvios em comparação com a região com 40% de constrição na artéria mãe. O aumento do número de Reynolds promove a ocorrência de reversão do escoamento, estagnação e vórtices no fluxo sanguíneo, que podem induzir a incidência de trombose. As principais limitações observadas pelos autores na conclusão deste estudo, foram que a parede arterial foi considerada rígida e estável e o sangue foi considerado como fluido newtoniano.

Assim, a análise da literatura permite afirmar que há necessidade de maior investigação da performance de bifurcações para escoamentos de fluidos pseudoplásticos. A equação de Carreau é aceita para a modelagem de diversos fluidos pseudoplásticos. A análise do papel dos parâmetros desta equação, os quais representam parâmetros reológicos dos fluidos, na performance de escoamentos em bifurcações, pode ser utilizada tanto como ferramenta de projeto de sistemas térmicos em engenharia quanto para explicar o comportamento de sistemas deste tipo encontrados na natureza. O presente trabalho pretende explorar e apresentar um panorama do papel destes parâmetros reológicos no comportamento e desempenho de sistemas de escoamento bifurcados em forma de Y.

3. METODOLOGIA

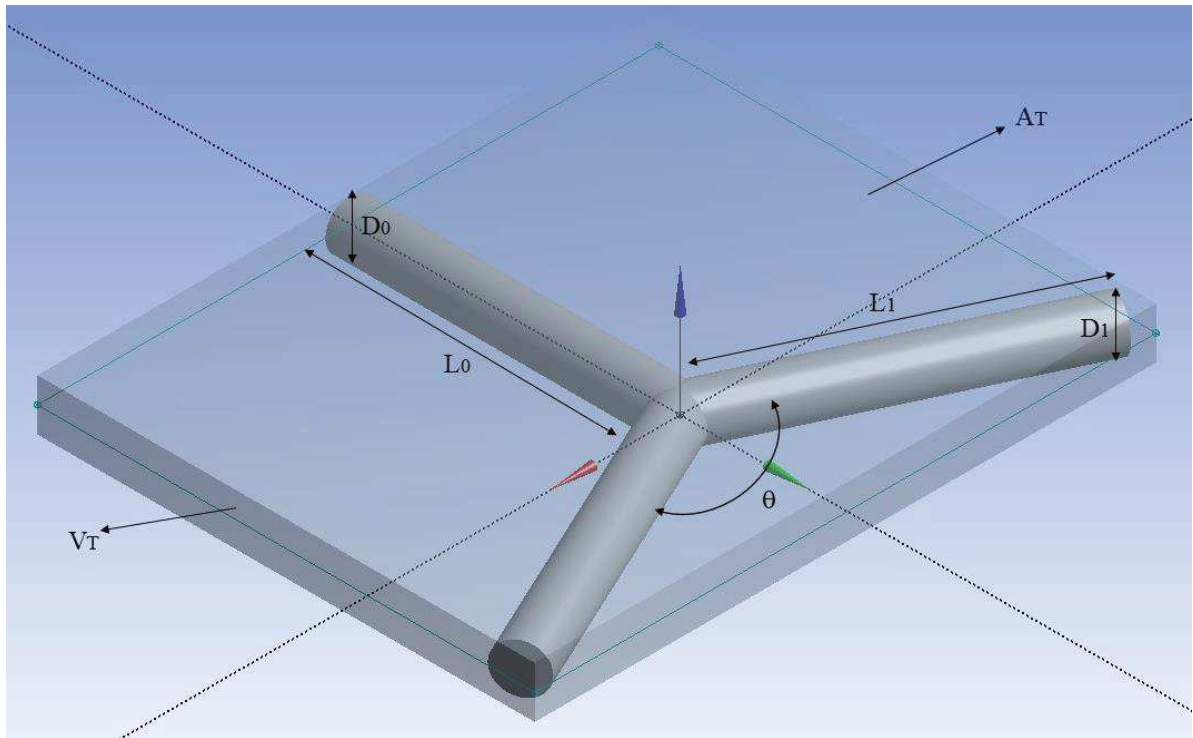
De modo a atingir os objetivos descritos no capítulo 1 desta dissertação, a pesquisa foi realizada segundo as seguintes etapas:

- a) Estabelecimento do problema físico e modelagem geométrica;
- b) Parametrização do modelo e Design Construtal;
- c) Modelagem matemática do problema de escoamento;
- d) Modelagem numérica do problema de escoamento;
- e) Verificação do modelo numérico.
- f) Realização da análise numérica e a verificação da influência das razões entre os comprimentos e diâmetros dos dutos na resistência ao escoamento para fluidos não newtonianos, utilizando o Design Constructal e o modelo de Carreau para a investigação de fluidos não-newtonianos.
- g) Realização da análise numérica do ângulo de bifurcação na resistência ao escoamento.
- h) Identificação de possíveis configurações que possam reduzir a resistência ao escoamento.

3.1 Descrição do problema físico

A Figura 3.1 ilustra o problema do escoamento de um fluido através de uma bifurcação. Considera-se o escoamento entrando no domínio do problema através de um duto pai, de diâmetro D_0 , ramificado em dois dutos filhos de diâmetros, D_1 . O problema está relacionado à vazão que escoar desde a entrada no duto pai até o final dos dutos filhos, com relação à perda de carga medida entre um comprimento L_0 do duto pai e o comprimento L_1 dos dutos filhos. O ângulo de ramificação é denotado por θ .

Figura 3.1. Desenho esquemático de uma bifurcação em formato de Y.



Fonte: Presente autor.

O volume total da geometria é dado por V_T :

$$V_T = D_0 \left(L_0 + L_1 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \left(2L_1 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \quad (3.1)$$

Sendo que o termo $\left(L_0 + L_1 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \left(2L_1 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right)$, representa a área total (A_T) da geometria.

Enquanto que V_D é o volume aproximado dos dutos:

$$V_D = \frac{\pi}{4} (D_0^2 L_0 + 2D_1^2 L_1) \quad (3.2)$$

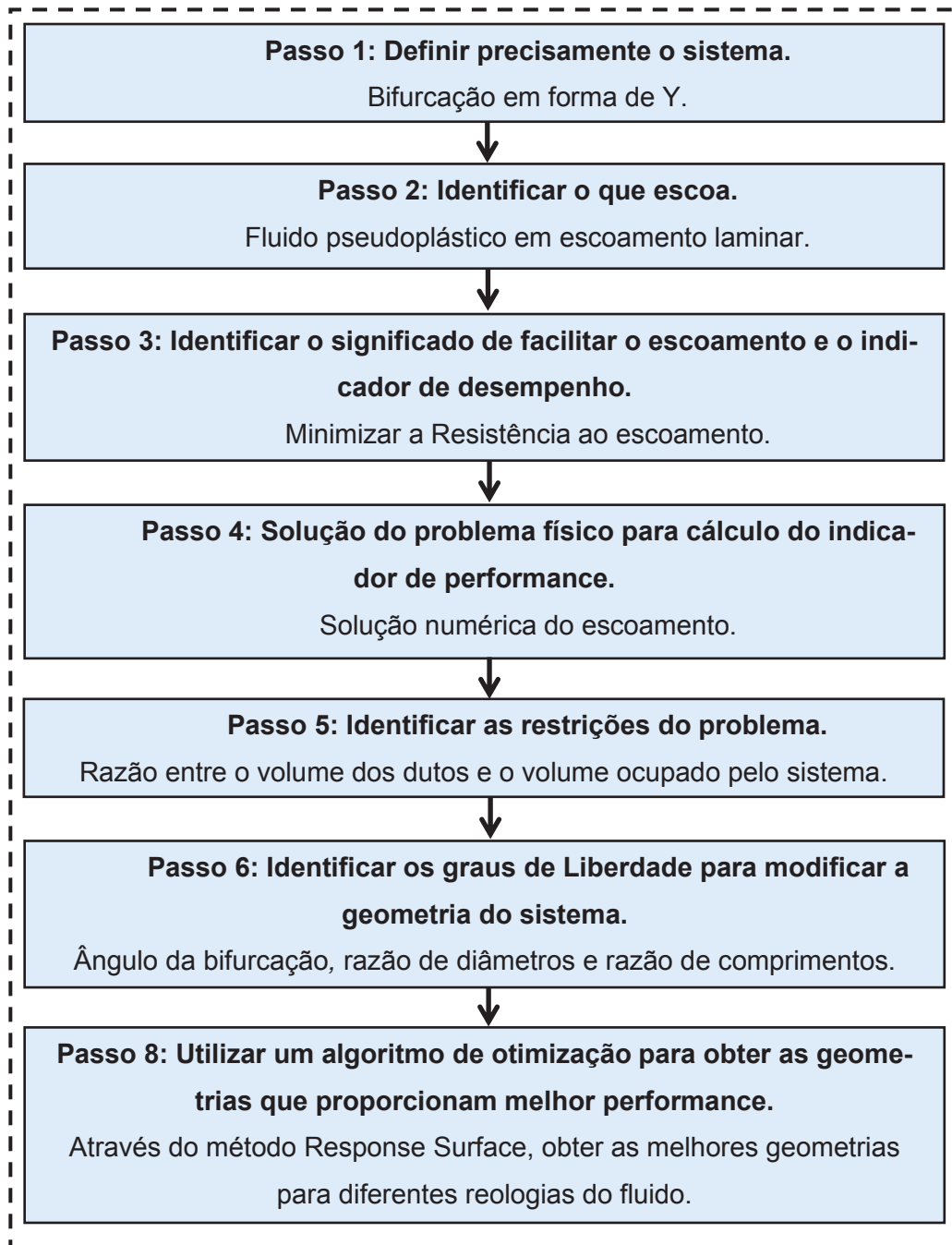
A razão entre o volume dos dutos e o volume total é denotado por ϕ :

$$\phi = \frac{V_D}{V_T} \quad (3.3)$$

3.2 Design Construtal

O método Design Construtal é aplicado de acordo com as etapas demonstradas na Figura 3.2:

Figura 3.2.Etapas do método Design Construtal



Fonte: Rocha et al. (2017), Dos Santos et al.(2017) e Dutra et al.(2020)

No caso do problema descrito no item 3.1, a Tabela 3.1 mostra como é aplicado o Método Design Construtal. Considera-se a bifurcação como o sistema de escoamento a ser estudado, e se avalia a performance deste sistema, dependendo das razões de diâmetros entre os

duto pai e filhos, e também das razões de comprimento entre os mesmos. Assim, seguindo o princípio Construtal de que o volume dos sistemas na natureza é limitado e finito, define-se como restrições o volume total, V_T , e o volume dos dutos, V_D . O parâmetro ϕ é a razão de volumes, que representam adimensionalmente esta restrição. Os graus de liberdade são as razões de diâmetros (DR) e comprimentos (LR). Facilitar o acesso das correntes de escoamento significa diminuir a resistência ao escoamento, que neste caso pode ser calculada pela razão entre a queda de pressão e a vazão mássica através do sistema:

$$R = \frac{\Delta p}{\dot{m}} \quad (3.4)$$

Onde Δp é a queda de pressão \dot{m} é a vazão mássica. Assim, pode ser utilizada uma técnica de planejamento de experimentos ou de otimização para determinar o efeito dos parâmetros geométricos na resistência ao escoamento ou para buscar a geometria de desempenho ótimo. Também é possível utilizar uma técnica de otimização para determinar a geometria ótima para uma dada condição de operação, por exemplo, para um dado número de Reynolds.

No caso do presente trabalho, realizou-se esta análise para diferentes reologias de fluidos pseudoplásticos, variando os parâmetros do modelo de Carreau.

Tabela 3.1. Dados utilizados na análise do escoamento

Bifurcação Y (Tipo de Fluxo)	Direto
Fluido entre a entrada e saída da geometria (Carreau)	$\eta_0, \eta_\infty, \lambda, \gamma, n$
Resistência ao escoamento	$R = \left(\frac{\Delta p}{\dot{m}} \right)$
Volume Total da Geometria (V_T)	$V_T = D_0 \left(L_0 + L_1 \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) \left(2L_1 \sin \left(\frac{\theta}{2} \right) \right)$
Volume Total dos Dutos (V_D)	$V_D = \frac{\pi}{4} (D_0^2 L_0 + 2D_1^2 L_1)$
Razão entre o volume do duto e o volume total (ϕ)	$\phi = \frac{V_D}{V_T}$
$DR = D_1/D_0$	$0.5 \leq DR \leq 1.0$
$LR = L_1/L_0$	$0.5 \leq LR \leq 1.0$
θ	$90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$
Método de Otimização	Superfície de resposta

Fonte: Presente autor.

3.3 Planejamento experimental e método de otimização

Com o intuito de investigar o efeito da reologia de fluidos pseudoplásticos nas geometrias ótimas e na resistência ao escoamento mínima, foi realizado um planejamento fatorial em três níveis para os parâmetros reológicos η^* , n e $\tilde{\lambda}$.

O planejamento fatorial é uma técnica bastante utilizada quando se tem duas ou mais variáveis independentes ou fatores. O método permite que seja feita uma combinação de todas as variáveis em todos os níveis, de forma a se obter uma análise de uma variável que está sujeita a todas as combinações das demais. O planejamento fatorial é muito útil para auxiliar na medição dos efeitos (ou influências) de uma ou mais variáveis na resposta de um processo. A técnica mais usual é realizar um planejamento com dois níveis, ou no máximo três, pois o uso de mais níveis aumentaria em demasia o número de pontos experimentais, fato este que se quer evitar quando se propõe um planejamento. O planejamento fatorial é a única maneira de prever interação entre os fatores, sendo que a representação de um planejamento fatorial em dois níveis é 2^k , onde 2 significa o número de níveis e k o número de fatores. No caso deste estudo utilizou-se um planejamento fatorial de três níveis, ou seja, 3^k . (MONTGOMERY, 2017).

A tabela 3.3 resume as combinações de parâmetros reológicos para análise. Cabe mencionar que foi definido um fluido base, com parâmetros $\eta^*=15$, $n=0.35$ e $\tilde{\lambda}=150$, e estes parâmetros foram variados em torno dos valores para o fluido base.

Tabela 3.2. Planejamento fatorial em três níveis.

Caso	η^*	n	$\tilde{\lambda}$
1	10	0.35	50
2	10	0.35	150
3	10	0.35	300
4	15	0.35	50
5	15	0.35	150
6	15	0.35	300
7	100	0.35	50
8	100	0.35	150
9	100	0.35	300
10	10	0.50	50
11	10	0.50	150
12	10	0.50	300
13	15	0.50	50
14	15	0.50	150
15	15	0.50	300
16	100	0.50	50

17	100	0.50	150
18	100	0.50	300
19	10	0.80	50
20	10	0.80	150
21	10	0.80	300
22	15	0.80	50
23	15	0.80	150
24	15	0.80	300
25	100	0.80	50
26	100	0.80	150
27	100	0.80	300

Fonte: Presente autor.

Para cada um dos 27 casos da Tabela 3.3, foi resolvido um problema de otimização definido da seguinte forma:

Considere um fluido escoando através de uma bifurcação em forma de Y (Figura 3.1).

- *Encontrar o valor mínimo para a resistência ao escoamento, R .*
- *Parâmetros de projeto: razão de diâmetros e razão de comprimentos entre tubo pai e tubos filhos, DR e LR ; ângulo da bifurcação, θ , dentro dos seguintes limites:*
 - a) $0.5 \leq DR \leq 1.0$*
 - b) $0.5 \leq LR \leq 1.0$*
 - c) $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$*
- *Sujeito à restrição de razão entre os volumes $V_D/V_T = 0,1$.*

A solução do problema de otimização foi feita utilizando o método Sparse Grid (MONTGOMERY, 2017), que é um método de Superfície de Resposta.

Segundo Montgomery (2017), em um experimento de superfície de resposta, as variáveis independentes ou fatores podem ser variados em um intervalo contínuo. Segundo o autor, o objetivo é determinar as configurações de fator que produzem uma resposta máxima ou mínima ou mapear a relação entre a resposta e as configurações de fator neste espaço de fator contíguo. No uso prático, se for necessário um estudo aprofundado sobre a relação entre os fatores e a resposta, deve-se fazer muitos experimentos. Por essa razão, projetos de superfície de resposta raramente são conduzidos com mais de seis fatores. Os experimentos de superfície de resposta são normalmente usados no último estágio de experimentação. Os fatores importantes já foram determinados em experimentos anteriores e, neste estágio de experimentação, o

objetivo é descrever em detalhes a relação entre os fatores e a resposta. Geralmente, sabe-se ou presume-se que um modelo linear simples, mesmo com interações, não é bom o suficiente para representar esse relacionamento. Para localizar máximos ou mínimos na resposta em função das configurações do fator, pelo menos três níveis de cada fator devem ser utilizados. (MONTGOMERY, 2017).

Foi utilizada a ferramenta disponível no software ANSYS Design Explorer 19.1 (ANSYS, 2019).

Definiu-se a convergência do método de otimização igual a 10^{-5} , e foram estipulados um mínimo de 20 simulações para cada rodada de otimização.

A tolerância de convergência é baseada no erro relativo. Para cada tipo de campo, a modificação em cada nó entre duas iterações sucessivas é comparada ao valor máximo do campo na iteração atual. No ANSYS Fluent, pode-se controlar a convergência definindo a opção Critérios de convergência como especificado pelo usuário e definir a tolerância de convergência para algo diferente do valor padrão de 0,001. O residual é uma medida do desequilíbrio local de cada equação de volume de controle conservadora, é a medida mais importante de convergência, pois está diretamente relacionada ao fato de as equações terem sido resolvidas com precisão. Considera-se a solução convergente se todos os critérios das definições de relatório ativo e residuais habilitados forem satisfeitos ou qualquer um dos critérios das definições de relatório ativo ou residuais habilitados for satisfeito (MALISKA, 2004; ANSYS, 2019).

Assim, foram realizados 27 estudos de otimização. Em cada otimização, foram realizadas de 101 a 160 simulações do escoamento no sistema, até a convergência. Este número grande de simulações caracterizou uma alta demanda computacional. Ao todo, foram realizadas aproximadamente 1080 horas de simulação para que as 27 otimizações fossem convergidas.

3.3 Modelagem matemática do problema de escoamento

O problema de escoamento consiste em um fluido que entra no domínio pela entrada do duto pai com velocidade média U_m . O fluido escoar em regime laminar e permanente através da bifurcação até o final dos dutos filhos. Assume-se que as paredes do duto são rígidas, impermeáveis e não deslizes.

Assim, os campos de velocidade e pressão no domínio do problema de escoamento na geometria em forma de Y podem ser determinados pela solução das equações de balanço de massa e quantidade de movimento para um fluido newtoniano generalizado.

Para escoamento incompressíveis, a equação da conservação da massa é definida da seguinte forma:

$$\nabla \mathbf{u}_i = 0 \quad (3.5)$$

Onde u_i é o vetor velocidade.

E a equação da quantidade de movimento como:

$$\rho \frac{du}{dt} = -\nabla p + \nabla \tau_i \quad (3.6)$$

Onde ρ é a massa específica do fluido, u , a velocidade do fluido, p , é a pressão e τ é a tensão de cisalhamento. Fazendo a adimensionalização das equações, obtemos:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_i} = 0 \quad (3.7)$$

$$\tilde{u}_i \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}}{\partial \tilde{x}_j} \quad (3.8)$$

Onde \tilde{u} denota o campo de velocidades adimensional, $\tilde{\mathbf{x}}$ o vetor posição adimensional, \tilde{p} a perda de pressão adimensional, $\tilde{\tau}$ o campo de tensores extra vetorial adimensional e Re é o número de Reynolds, tal que:

$$\tilde{u}_i = \frac{u_i}{U_m} \quad (3.9)$$

$$\tilde{x}_i = \frac{x}{D} \quad (3.10)$$

$$\tilde{p} = \frac{p}{\rho U_m^2} \quad (3.11)$$

$$\tilde{\tau} = \frac{\tau_{ij}}{U_m \frac{\eta_c}{D}} \quad (3.12)$$

$$\text{Re} = \frac{\rho U_m V_T^{\frac{1}{3}}}{\eta_c} \quad (3.13)$$

onde ρ é a massa específica do fluido, U_m é a velocidade média na entrada, V_T é o volume total da geometria e η_c é a viscosidade característica.

A equação constitutiva para a tensão extra é a do líquido newtoniano generalizado é:

$$\tau_{ij} = 2\eta(\dot{\gamma})D_{ij} \quad (3.14)$$

onde $\eta(\dot{\gamma})$ é a função viscosidade.

Para um fluido newtoniano, $\eta(\dot{\gamma})$ é constante e igual a μ . Para modelar o comportamento de fluidos pseudoplásticos, empregou-se a equação de Carreau (CHHABRA; RICHARDSON, 2008)

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) \left(1 + (\lambda\dot{\gamma})^2\right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (3.15)$$

Onde η_0 é a viscosidade à taxa de cisalhamento nula, η_∞ é a viscosidade à taxa de cisalhamento infinito, λ , é constante do tempo, e n é o índice de escoamento.

A forma adimensional deste modelo é:

$$\tilde{\eta} = \eta^* + (1 - \eta^*) \left(1 + (\dot{\gamma}^*)^2\right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (3.16)$$

onde

$$\tilde{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0} \quad (3.17)$$

$$\eta^* = \frac{\eta_\infty}{\eta_0} \quad (3.18)$$

$$\dot{\gamma}^* = \frac{\dot{\gamma}}{\lambda} \quad (3.19)$$

Para fluidos newtonianos, o número de Reynolds (equação 3.13) é o grupo adimensional para a similaridade dinâmica, com $\eta_c = \eta_0$. Para escoamentos “shear thinning” os grupos adimensionais para a similaridade dinâmica são o número de Reynolds (equação 3.13) com $\eta_c = 0$ e o número de Carreau ($\tilde{\lambda}$) igual a:

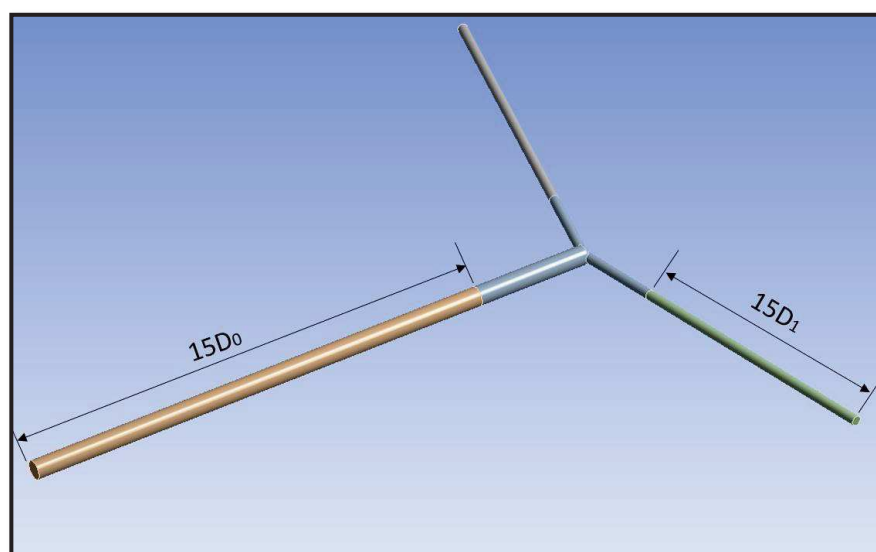
$$\tilde{\lambda} = \frac{\lambda U_m}{V_T^{\frac{1}{3}}} \quad (3.20)$$

Onde $\tilde{\lambda}$ é o número de Carreau, λ é a constante do tempo, U_m é a velocidade média na entrada do sistema e V_T é volume total da geometria em estudo. O número de Carreau é utilizado para avaliar a variação da pseudoplasticidade de um fluido. Esta notação foi introduzida por Kim et al., em 1983, para fazer uma distinção mais clara entre os problemas inelásticos dos viscoelásticos. (Kim *et al.*, 1983).

3.4 Modelagem numérica

Foi construído um modelo computacional para o sistema em estudo. Para garantir o escoamento plenamente desenvolvido na entrada do sistema, bem como garantir que a condição de contorno de saída não afete o escoamento à montante, o modelo foi construído com extensões iguais a 15 diâmetros à montante e à jusante, conforme mostra a Figura 3.3.

Figura 3.3. Desenho esquemático da bifurcação em formato de Y com 15 vezes o diâmetro dos dutos pai e filho.



Fonte: Presente autor.

Considera-se o escoamento em regime permanente e laminar, segundo as equações de balanço de massa e quantidade de movimento (equações 3.5 e 3.6). As condições de contorno para o modelo são a velocidade prescrita na entrada do domínio e pressão prescrita na sua saída, mimetizando uma saída de escoamento plenamente desenvolvido. Nas paredes dos tubos são impostas condições de impermeabilidade e não deslizamento.

Para a resolução do sistema de equações diferenciais parciais, empregou-se o método dos volumes finitos (PATANKAR, 1980), utilizando o código ANSYS FLUENT v. R2 (ANSYS,2019) para o desenvolvimento da modelagem computacional e a solução numérica. Utilizou-se o *pressure-based solver* baseado no método do acoplamento pressão-velocidade e funções de interpolação de segunda ordem para os campos de pressão e velocidade. Todos os cálculos foram representados com dupla precisão para os números reais. O algoritmo iterativo era um falso transiente. Como critério de convergência, foram utilizados os resíduos escalonados de cada equação em uma iteração, comparando-os com critérios de convergência definidos pelo usuário iguais a 10^{-5} .

Para alguns casos de fluidos não newtonianos, foi efetuado uma análise da incerteza da malha, utilizando o método GCI (*Grid Convergence Index*). De acordo com Morais (2004, apud Roache,1993) este método foi apresentado por Roache (1993; 1994 e 1997) sendo que o GCI tem como objetivo principal relacionar o valor do erro numérico entre duas malhas ($\phi_1-\phi_2$) obtido com um estudo de refinamento qualquer usadas com o valor do erro numérico para o

mesmo problema com a mesma malha fina usando os valores de ordem aparente (ou assintótica) e de razão de refino iguais a dois (Roache, 1994). Assim, esta relação é baseada na igualdade das estimativas de erros. Logo, o GCI pode ser demonstrado (Celik et al.,2008) a partir do cálculo da estimativa de erro h da equação (3.21):

$$h = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Delta V_i) \right]^{\frac{1}{3}} \quad (3.21)$$

Onde ΔV_i é o volume, (mas para variáveis de campo, as dimensões da célula local podem ser utilizadas) e N é o número total de células utilizadas.

$$r = \frac{h_{\text{grossoiro}}}{h_{\text{refinado}}} \quad (3.22)$$

Onde r é o fator de refinamento, sendo que pela literatura a recomendação é que seja maior que 1,3. Segundo Celik et al.(2008), este valor é baseado na experiência e não em um derivação formal.

$$p = \frac{1}{\ln(r_{21})} \left| \ln \left| \frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right| + q(p) \right| \quad (3.23)$$

Onde p é a ordem aparente, e $q(p)$ é dado por :

$$q(p) = \ln \left(\frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s} \right) \quad (3.24)$$

$$s = 1. \text{sgn} \left(\frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right) \quad (3.25)$$

$$\varepsilon_{32} = \phi_3 - \phi_2 \quad (3.26)$$

$$\varepsilon_{21} = \phi_2 - \phi_1 \quad (3.27)$$

Onde ε_{32} e ε_{21} denotam a solução para a grade k -ésima.

$$\phi_{\text{ext}}^{21} = \left(\frac{r_{21}^p \phi_1 - \phi_2}{r_{21}^p - 1} \right) \quad (3.28)$$

Onde ϕ_{ext}^{21} denota o cálculo da extrapolação. Para o cálculo do erro relativo aproximado (e_a^{21}) e para o erro relativo extrapolado (e_{ext}^{21}), utilizam-se as equações 3.29 e 3.30 respectivamente.

$$e_a^{21} = \left| \frac{\phi_1 - \phi_2}{\phi_1} \right| \quad (3.29)$$

$$e_{\text{ext}}^{21} = \left(\frac{\phi_{\text{ext}}^{12} - \phi_1}{\phi_{\text{ext}}^{12}} \right) \quad (3.30)$$

Com os valores calculados, pode-se enfim calcular o valor do índice de convergência de grade fina ($GCI_{\text{refinado}}^{21}$), dado pela equação 3.31.

$$GCI_{\text{refinado}}^{21} = \frac{1.25e_a^{21}}{r_{21}^p - 1} \quad (3.31)$$

Os resultados obtidos são demonstrados na tabela 3.3.

Tabela 3.3. Dados para cálculo do GCI.

ITEM	h1<h2<h3	Número de elementos	$\phi(\text{DeltaP})$
	h (Mesh Element Size)		
1	0,008162576	4588271	0,001130846
2	0,011660823	1611372	0,001124191
3	0,016658318	583935	0.001142242

Fonte: Presente autor.

Tabela 3.4. Resultados obtidos do GCI para determinar malha da simulação.

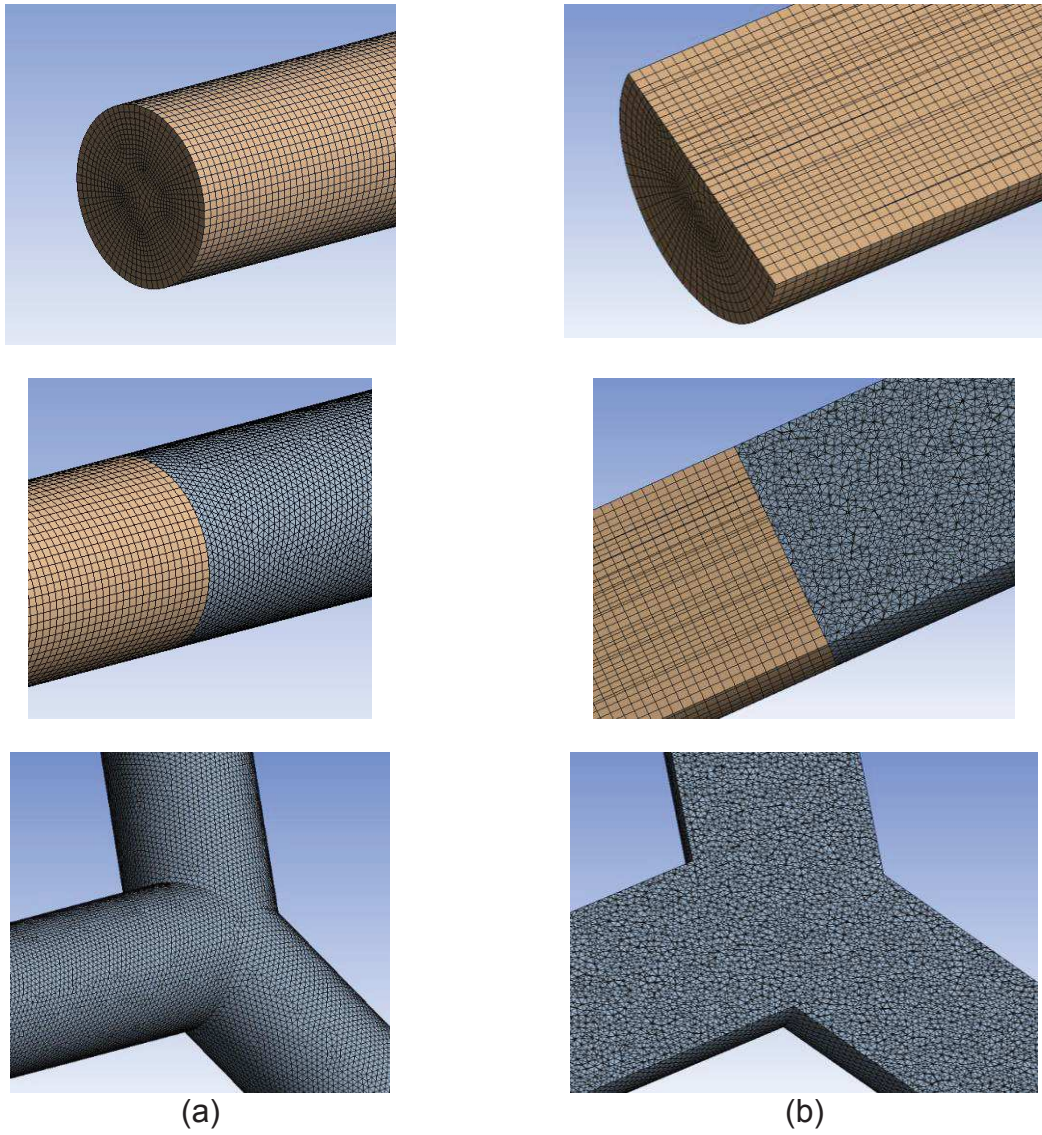
r21	1,428571429
r32	1,428571429
ϵ_{32}	1,80505E-05

ε_{21}	-6,655E-06
p	2,797519002
q(p)	-2,53131E-14
s	-1
ϕ_{ext}^{21}	0,001134733
ϕ_{ext}^{32}	0,00111365
e_a^{21}	0,59%
e_{ext}^{21}	0,34%
e_a^{32}	1,61%
e_{ext}^{32}	0,95%
GCI ²¹	0,43%
GCI ³²	1,17%

Fonte: Presente autor.

Com base nos resultados apurados na Tabela 3.3 e 3.4, procedeu-se com a escolha da malha para a realização das simulações. Assim, com base nos resultados apontados, escolheu-se a o item 1 da tabela 3.3, com 4.588.271 elementos e 1.055.859 nós, pois esta malha é a que apresentou menor valor para o GCI (0,43%). Ainda utilizando os resultados apurados na Tabela 3.3 e 3.4, pôde-se estimar que a incerteza do resultado numérico devido à discretização, quando utilizada a malha 1, é da ordem de 0,43%. A mesma foi utilizada como malha base para as simulações no presente trabalho. A Figura 3.4 ilustra detalhes da malha utilizada, para uma geometria arbitrária (DR=1, LR=1, $\theta=135^\circ$).

Figura 3.4. Detalhe da malha utilizada.(a) Vista da malha em 3D. (b) Vista do corte de seção da região.



Fonte: Presente Autor

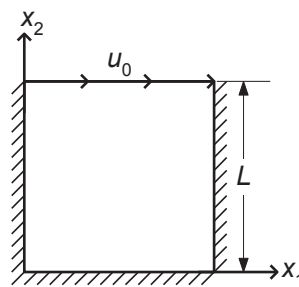
4. RESULTADOS DO TRABALHO

4.1 Verificação do modelo

A verificação da implementação do modelo numérico foi efetuada pela comparação com os resultados de Kim et al. (2016) para o escoamento em uma cavidade quadrada.

O problema do escoamento em cavidade foi construído da maneira usual (Ghia et al., 1982), conforme demonstrado na figura 4.1. As condições de contorno impostas são as condições de impermeabilidade e não-deslizamento nas paredes (linhas hachuradas na figura 4.1) e uma velocidade horizontal conhecida na fronteira superior, u_0 .

Figura 4.1. Esquema simplificado do problema de escoamento em cavidade.



Fonte: Ghia et al. (1982)

Foram analisados o perfil de velocidade horizontal na linha $x_1=0.5L$, e o perfil de velocidade vertical na linha $x_2=0.5L$.

O Número de Reynolds é dado por:

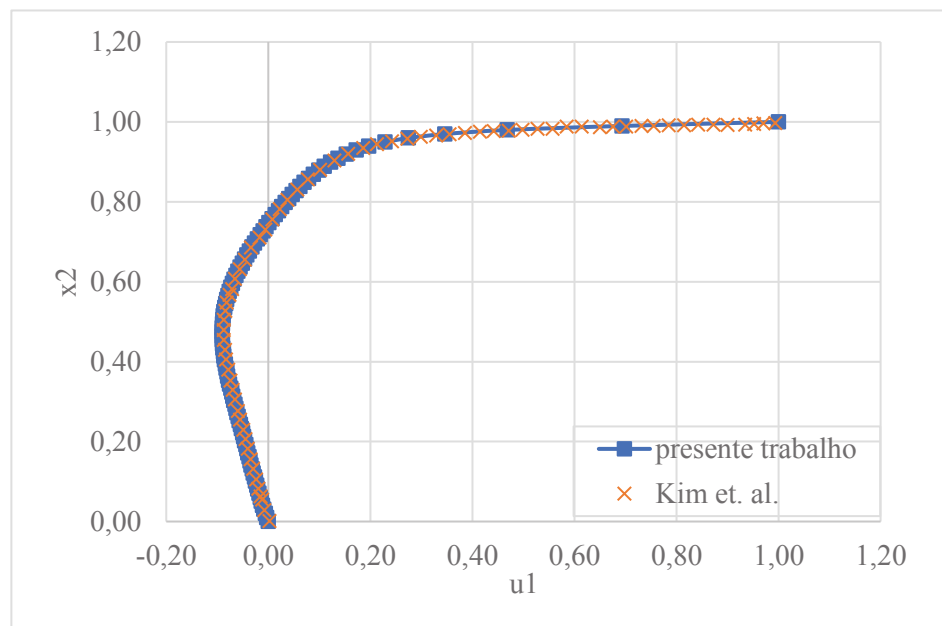
$$\text{Re} = \frac{Lu_0\rho}{\eta_0} \quad (4.1)$$

Onde L é a profundidade da cavidade, u_0 é a velocidade horizontal conhecida na fronteira superior, ρ é a densidade e η_0 é a viscosidade na taxa de cisalhamento zero do modelo Carreau.

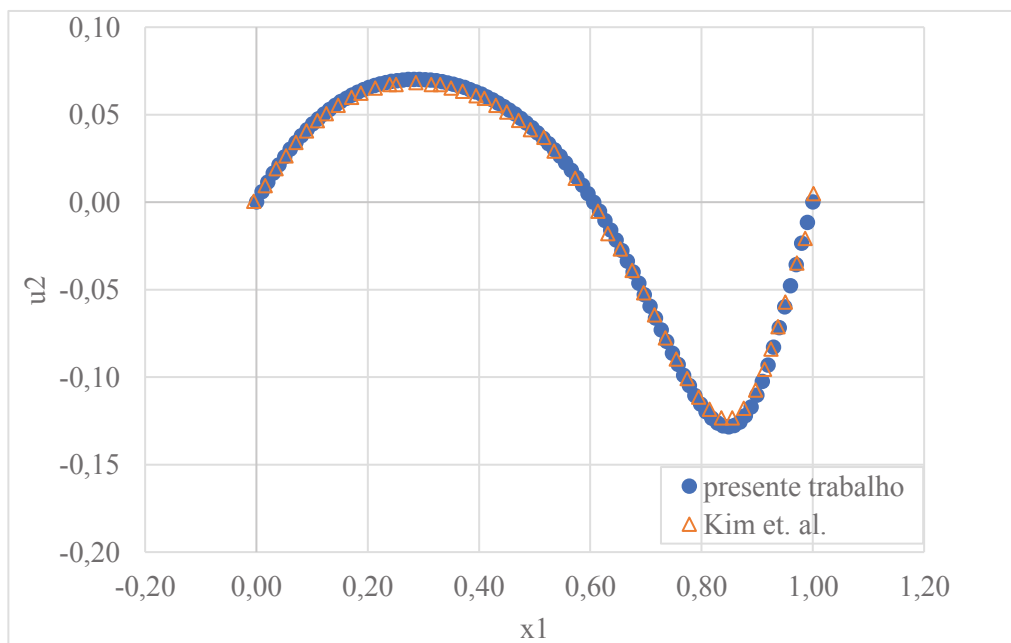
Na Fig. 4.2 são comparados os resultados utilizando a implementação numérica deste trabalho com os resultados publicados por Kim et al. (2016). São avaliados os perfis de velocidade horizontal u_1 versus a posição vertical para x_1 constante, $x_1=0.5L$ e de velocidade vertical

u_2 versus a posição vertical para x_2 constante, $x_2=0,5L$, para $n=0,25$ e $n=75$; com $Re=100$, respectivamente. Observa-se uma ótima concordância dos resultados. Assim, assume-se a verificação do modelo utilizado.

Figura 4.2. (a) Velocidade horizontal u_1 versus x_2 , $Re=100$, $n=0,25$, (b) velocidade vertical u_2 versus x_1 , $Re=100$, $n=0,25$.

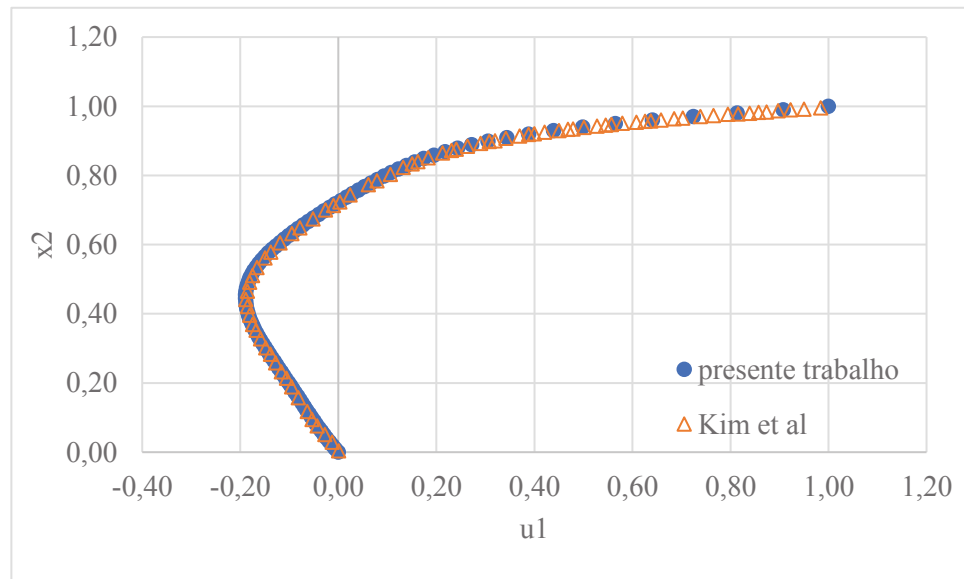


(a)

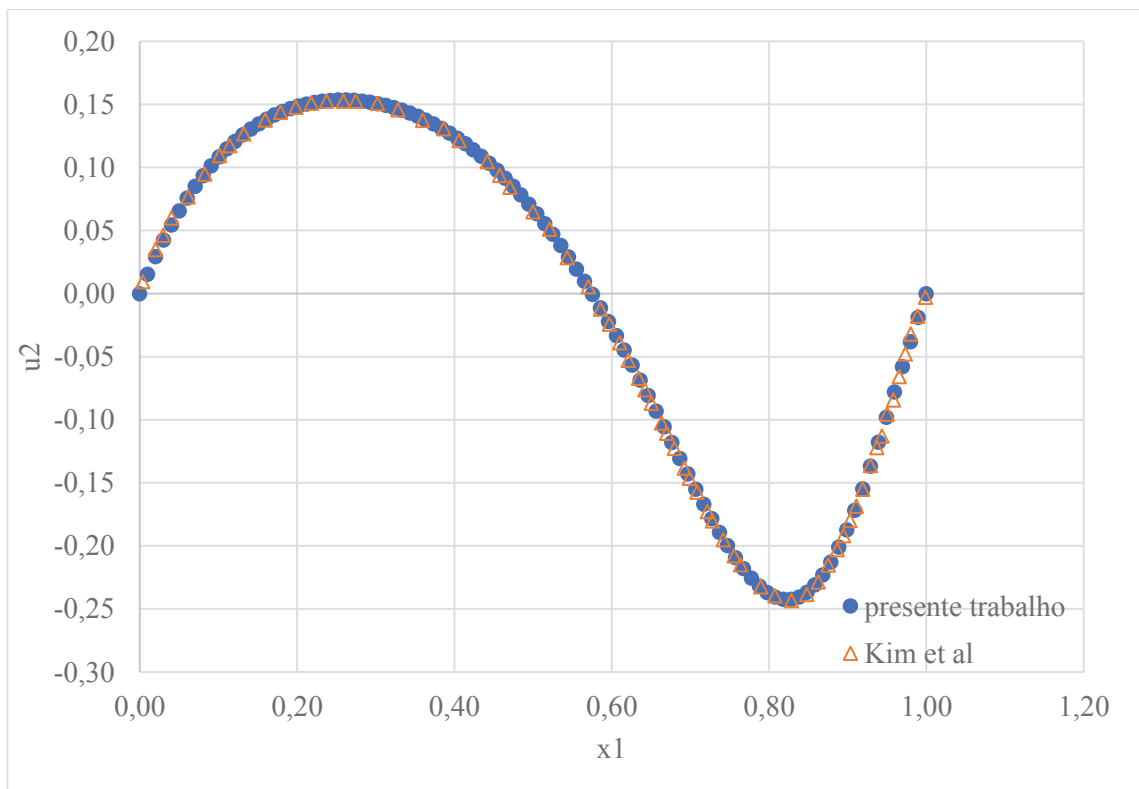


(b)

Figura 4.3. (a) Velocidade horizontal u_1 versus x_2 , $Re=100$, $n=0,75$, (b) velocidade vertical u_2 versus x_1 , $Re=100$, $n=0,75$.



(a)



(b)

Fonte: Presente autor.

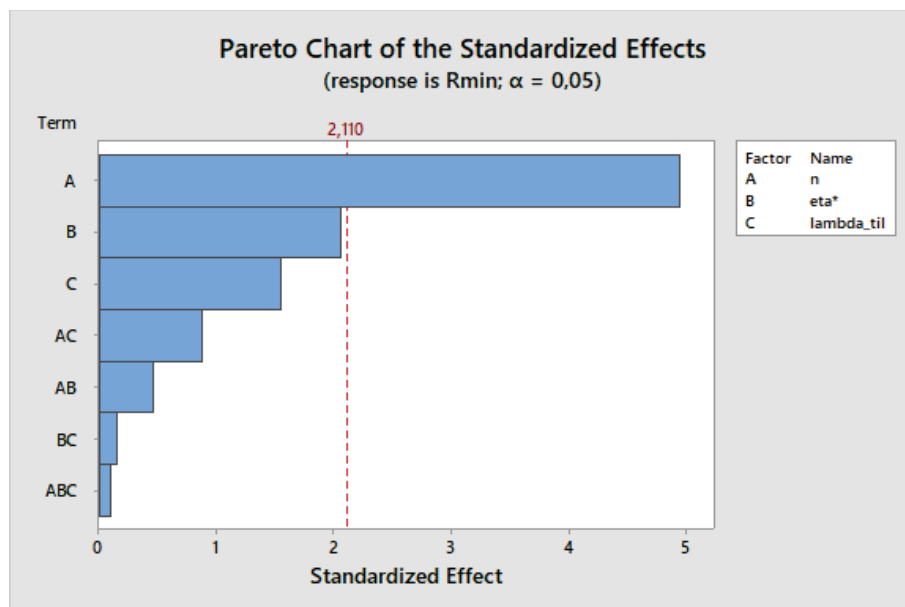
4.2 Resultados e discussão.

Foi realizado um planejamento fatorial para verificar qual dos parâmetros reológicos teria mais efeito na resistência ao escoamento mínima da configuração ótima.

Assim, utilizando 3 níveis para cada parâmetro n , η^* e $\tilde{\lambda}$ (número de Carreau), foram calculados a resistência ao escoamento mínima e verificando o efeito de cada parâmetro e suas combinações no resultado ótimo.

O diagrama de Pareto da figura 4.4 mostra que, para um nível de confiança de 95%, o parâmetro A, ou seja, o índice de escoamento, n , é o parâmetro que tem maior efeito sobre o resultado da resistência mínima ao escoamento. O parâmetro η^* (codificado como B) é o segundo em importância do efeito seguido parâmetro $\tilde{\lambda}$ (codificado como C). Assim, pelo modelo estatístico, somente o índice n apresenta efeito significativo para o nível de confiança escolhido.

Figura 4.4. Diagrama de Pareto para um nível de confiança de 95%, para o índice n .

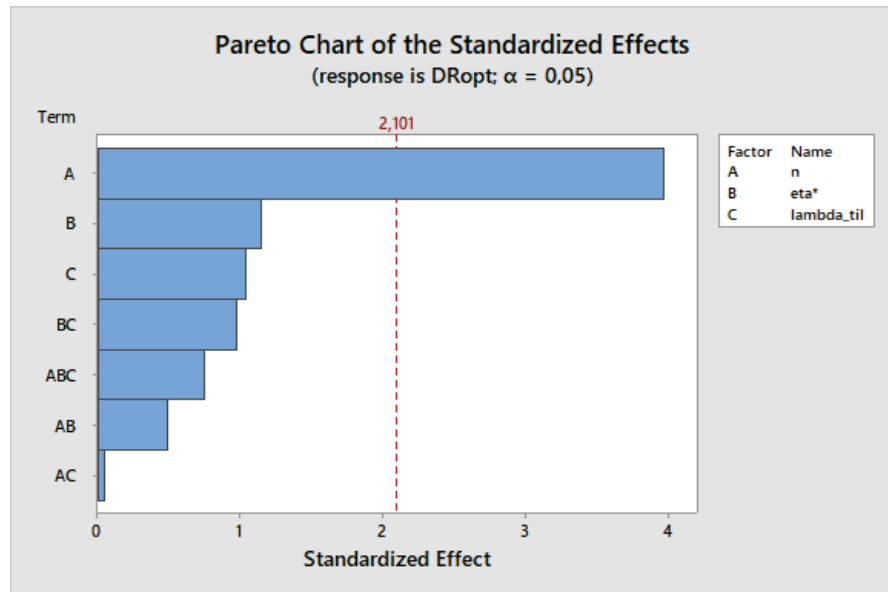


Fonte: Presente autor.

O efeito dos parâmetros n , η^* e $\tilde{\lambda}$ na geometria ótima obtida, ou seja, na razão de diâmetros ótima e na razão de comprimentos ótima, também foi analisada segundo a mesma metodologia de planejamento fatorial em três níveis. O resultado é mostrado no gráfico de Pareto da figura 4.5 e 4.6.

Figura 4.5. Diagrama de Pareto para um nível de confiança de 95%, para o parâmetro geométrico

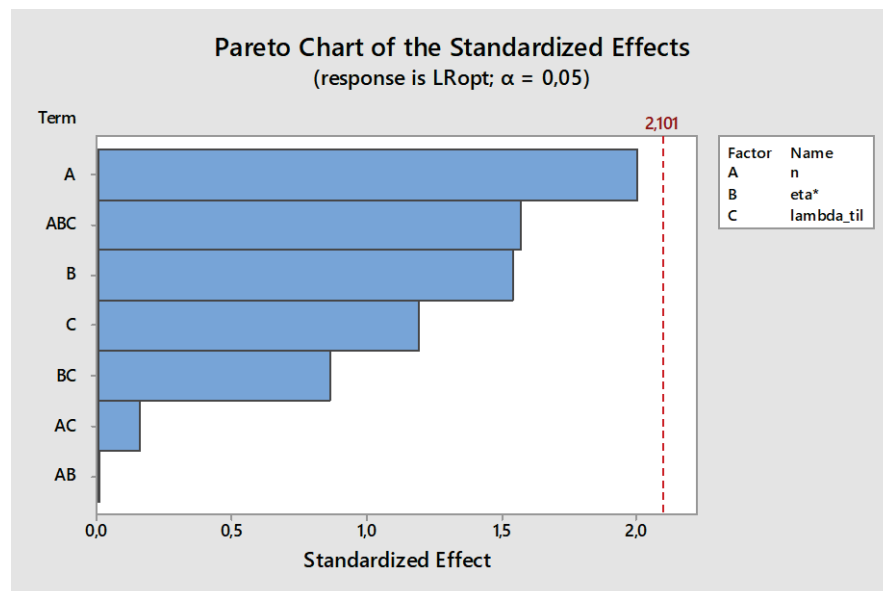
$DR_{opt.}$



Fonte: Presente autor.

Figura 4.6. Diagrama de pareto para um nível de confiança de 95%, para o parâmetro geométrico

$LR_{opt.}$



Fonte: Presente autor.

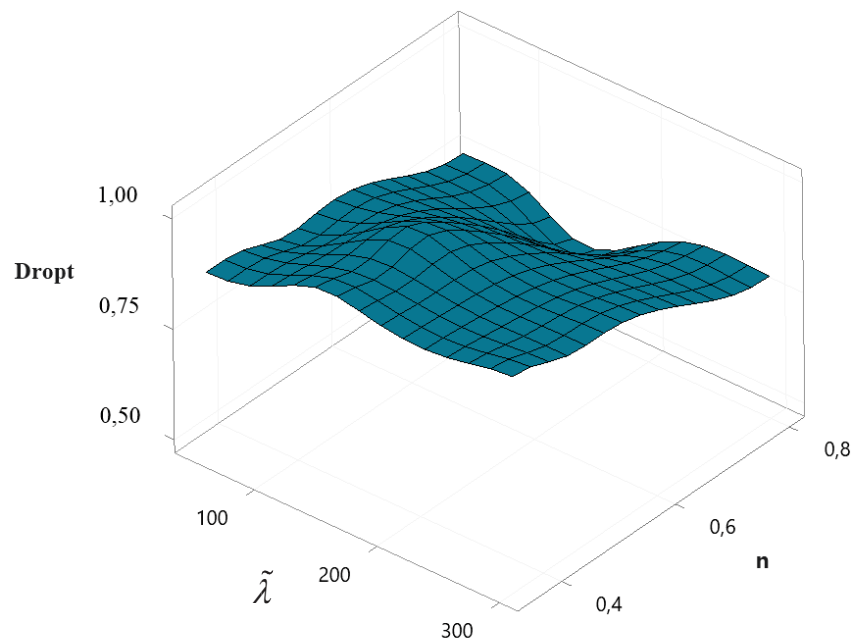
Pode-se observar que o parâmetro n é o que mais apresenta efeito sobre a geometria ótima, afetando tanto a razão de comprimentos quanto a razão de diâmetros para a resistência ao escoamento mínima, mas com efeito significativo somente sobre a razão de diâmetros. Isto pode ser explicado, pois o índice n controla a taxa de decaimento da viscosidade conforme

aumenta a taxa de deformação do escoamento, então a perda de carga ao longo do tubo sofre muito os efeitos deste parâmetro. Um escoamento sujeito ao mesmo número de Reynolds, dado pela equação 4.2:

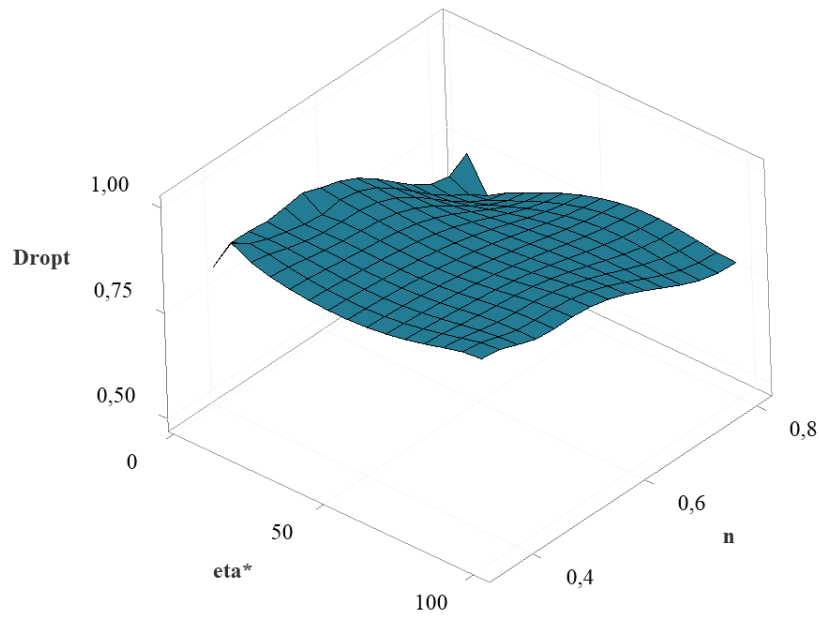
$$\text{Re} = \frac{D_0 U_m \rho}{\eta_0} \quad (4.2)$$

vai ter sua viscosidade reduzida ao longo dos tubos quanto menor for o índice n . A Figura 4.7a mostra a dependência da razão de diâmetros ótima em n e $\tilde{\lambda}$, e a figura 4.7b mostra a dependência de n e η^* . Observa-se que a razão de diâmetros ótima deve ser maior quanto menor o n , independente do $\tilde{\lambda}$ ou do η^* do fluido em praticamente todos os casos. A exceção é o caso no qual η^* é muito pequeno. Neste caso, como a razão de viscosidades é muito pequena, por menor que seja o índice n , não deve haver um decaimento importante da viscosidade, pois não há muita variação entre os patamares de alta e baixa viscosidade, como mostrados nas Figuras 4.8 a 4.10

Figura 4.7 (a) Dependência da razão de diâmetros ótima em n e $\tilde{\lambda}$ e (b) dependência de n e η^* .



(a)



(b)

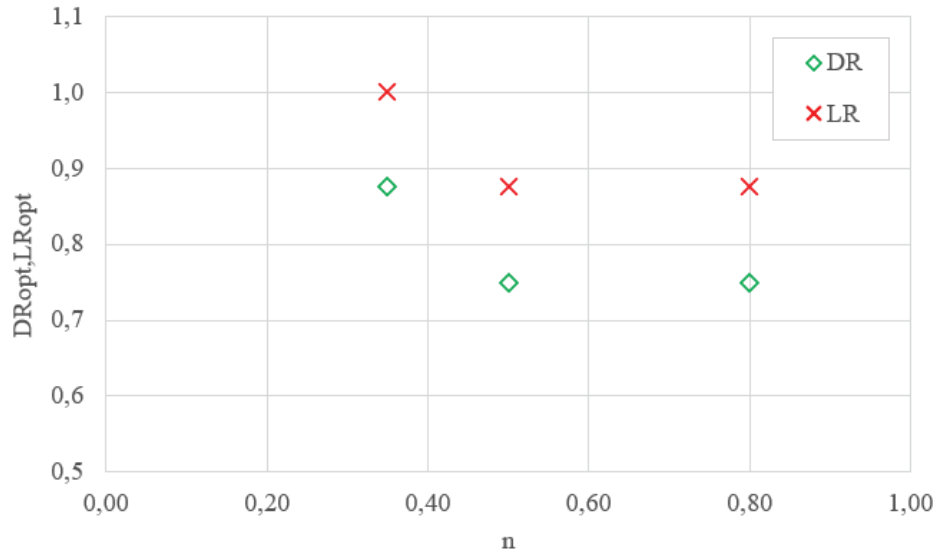
Fonte: Presente autor.

Para o parâmetro θ , ou seja, o ângulo de abertura da bifurcação, em mais de 92,5% dos casos estudados foi obtido o valor ótimo de 135° , corroborando os resultados da literatura de Sehn (2018).

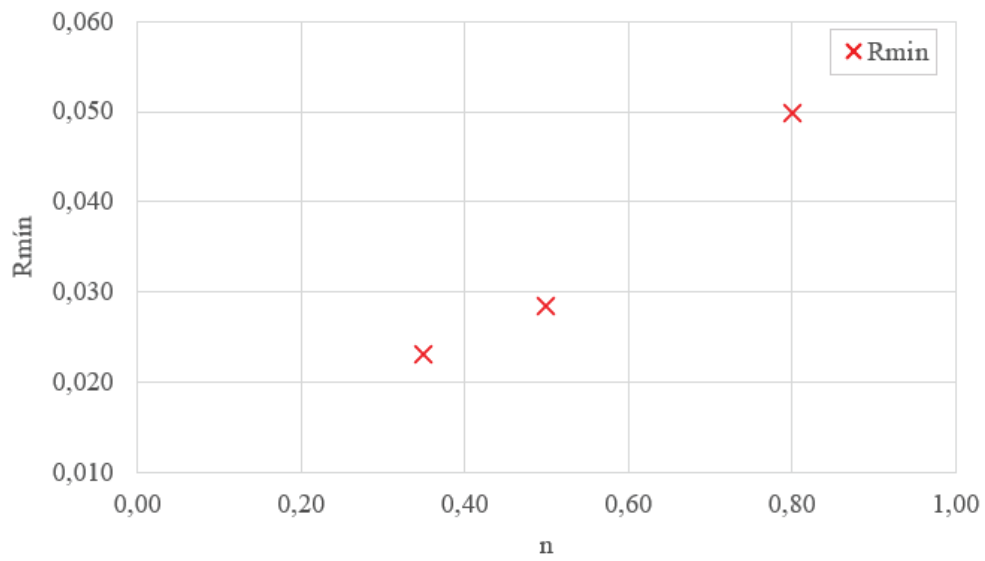
Na sequência, são demonstrados os resultados que foram obtidos para a otimização geométrica da bifurcação em forma de Y, e sua dependência em cada um dos parâmetros reológicos. Cada figura ilustra como a razão de diâmetros ótima e a razão de comprimentos ótima varia com o parâmetro reológico em análise (Figura a), e como a resistência mínima para a melhor configuração varia com tal parâmetro (Figura b).

A Figura 4.8(a) mostra que o DR_{opt} e o LR_{opt} , ou seja, a razão de diâmetros e a razão de comprimentos que minimizam a resistência ao escoamento, R_{min} , variam de forma semelhante, diminuindo conforme n aumenta, e aproximando-se para o valor de um fluido newtoniano, que seria aquele com $n = 1$. A Figura 4.8(b) mostra que a resistência ao escoamento mínima é menor quanto menor o n , pois n representa a taxa de decaimento da viscosidade. Assim, o menor valor de n representa o fluido mais pseudoplástico, que acarreta menos perdas na bifurcação. Observa-se que as razões de aspecto ótimas podem variar na ordem de 20%, enquanto que a resistência ao escoamento mínima varia na ordem de 50% com a variação do índice de escoamento.

Figura 4.8. $\tilde{\lambda}=50$ e $\eta^* = 10$. (a) Razões de aspecto ótimas, DR_{opt} , LR_{opt} , em função do índice de escoamento, n , (b) Resistência ao escoamento mínima, R_{min} em função do índice de escoamento, n .



(a)

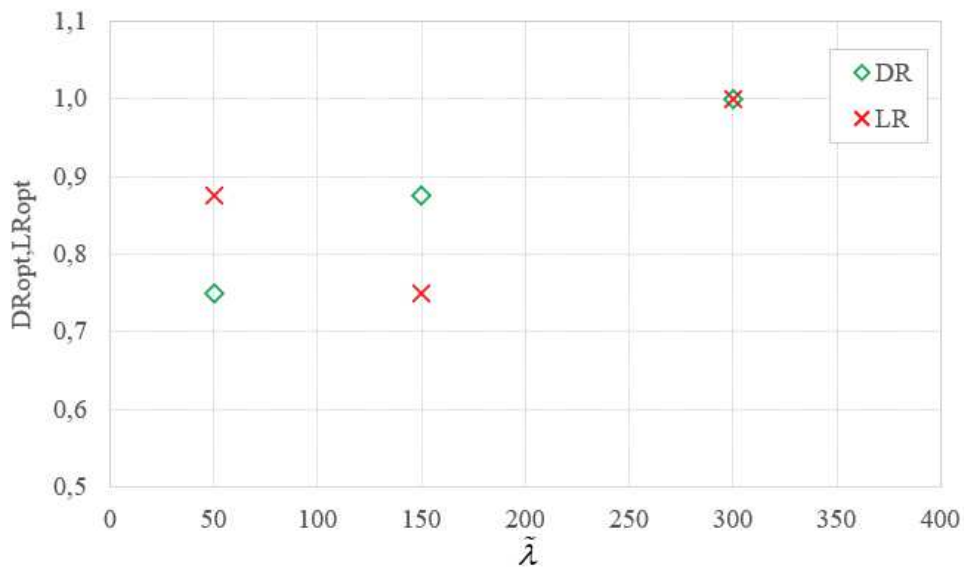


(b)

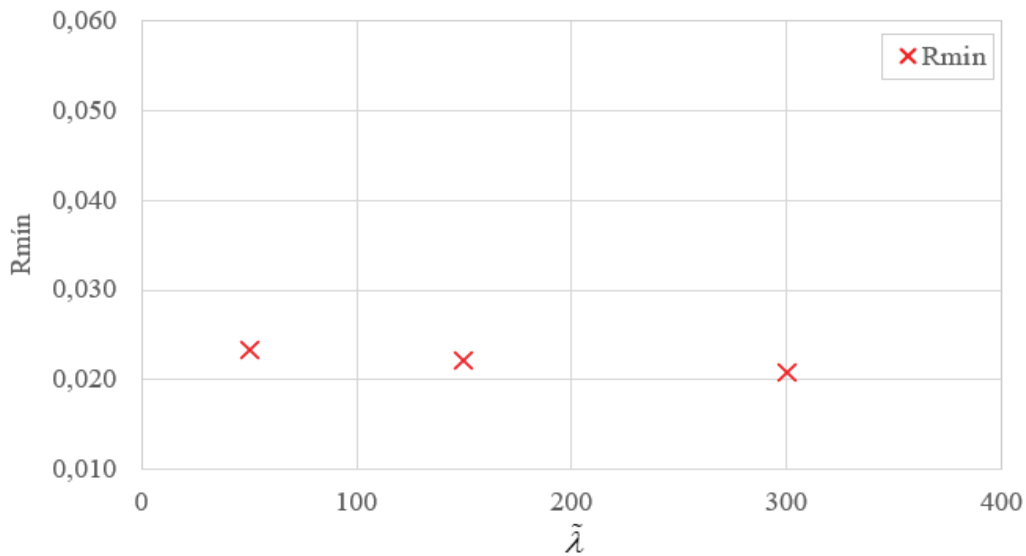
Fonte: Presente autor.

A Figura 4.9(a) mostra o DR_{opt} e o LR_{opt} em função do número de Carreau, $\tilde{\lambda}$, enquanto a Figura 4.9(b) mostra a resistência ao escoamento mínima em função do número de Carreau. Observa-se que efeito do número de Carreau sobre as geometrias ótimas é relevante, no entanto o valor da resistência ao escoamento mínima, R_{min} , é semelhante para os três valores de $\tilde{\lambda}$. Quando o número de Carreau é pequeno, algumas regiões do escoamento não atingem a taxa de deformação para que haja decaimento da viscosidade, ou seja, ficam no platô de viscosidade η_0 . Conforme o número de Carreau aumenta, o platô de η_0 fica mais curto, e toda a região do escoamento experimenta decaimento de viscosidade. Assim, para $\tilde{\lambda}$ suficientemente alto e o uso da geometria otimizada, os resultados são muito semelhantes para a resistência ao escoamento mínima, R_{min} .

Figura 4.9. $n = 0.50$ e $\eta^* = 15$. (a) Razões de aspecto ótimas, DR_{opt} , LR_{opt} , em função do índice de escoamento, n (b) Resistência ao escoamento mínima, R_{min} em função do índice de escoamento n .



(a)

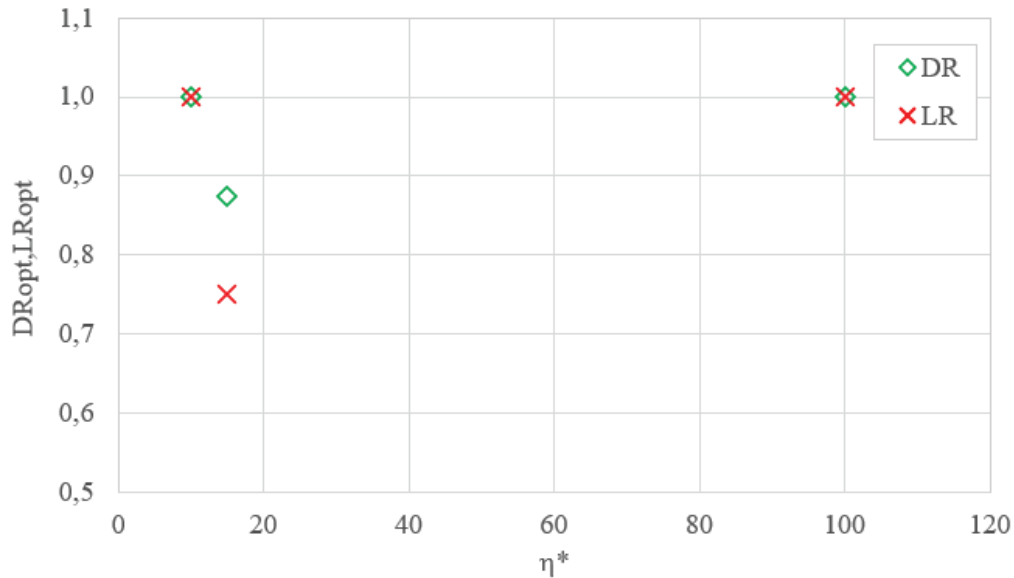


(b)

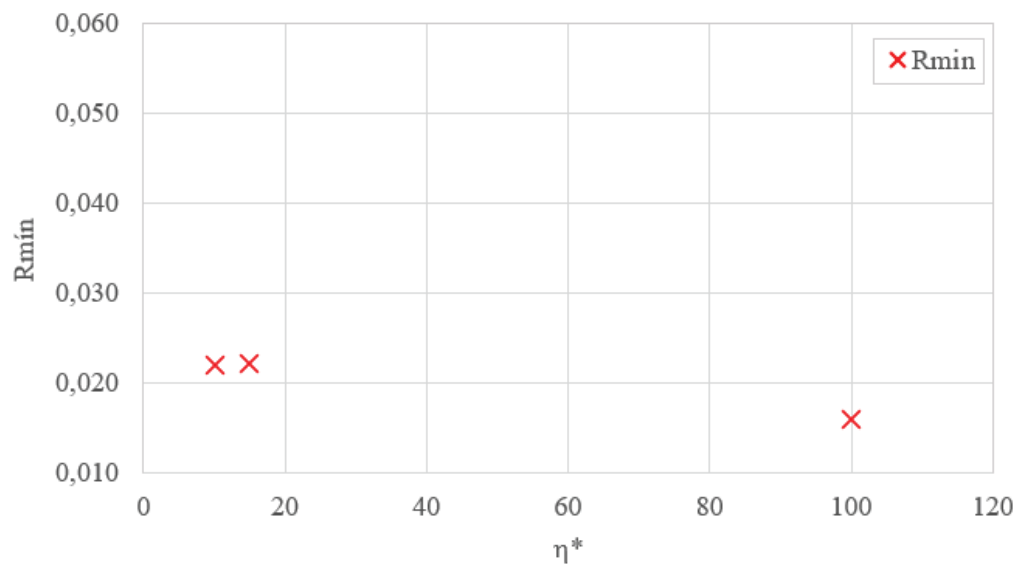
Fonte: Presente autor.

A Figura 4.10(a) mostra o DR_{opt} e o LR_{opt} em função da razão de viscosidades, η^* . A figura ilustra que o comportamento da geometria otimizada com o parâmetro η^* não é linear, experimentando, para ambos os parâmetros, uma queda seguida de um aumento. Isto corrobora a tese de que o desempenho dos sistemas submetidos a escoamentos de fluidos não newtonianos são altamente sensíveis a reologia, e que utilizar leis universais a fim de atingir um bom desempenho pode prejudicar o desempenho do sistema não newtoniano. A Figura 4.10(b) mostra que a resistência ao escoamento mínima, quando empregados os parâmetros geométricos, ótimos, se mantém praticamente constante. Este resultado é bastante importante, pois mostra que se podem manter valores bastante baixos da resistência ao escoamento se forem respeitados os valores ótimos para as razões de aspecto, conforme mostrado na Figura 4.10 (a).

Figura 4.10. $\tilde{\lambda}=150$ e $n=0,5$. (a) Razões de aspecto ótimas, DR_{opt} , LR_{opt} , em função do índice de escoamento, n , (b) Resistência ao escoamento mínima, R_{min} em função do índice de escoamento, n



a)



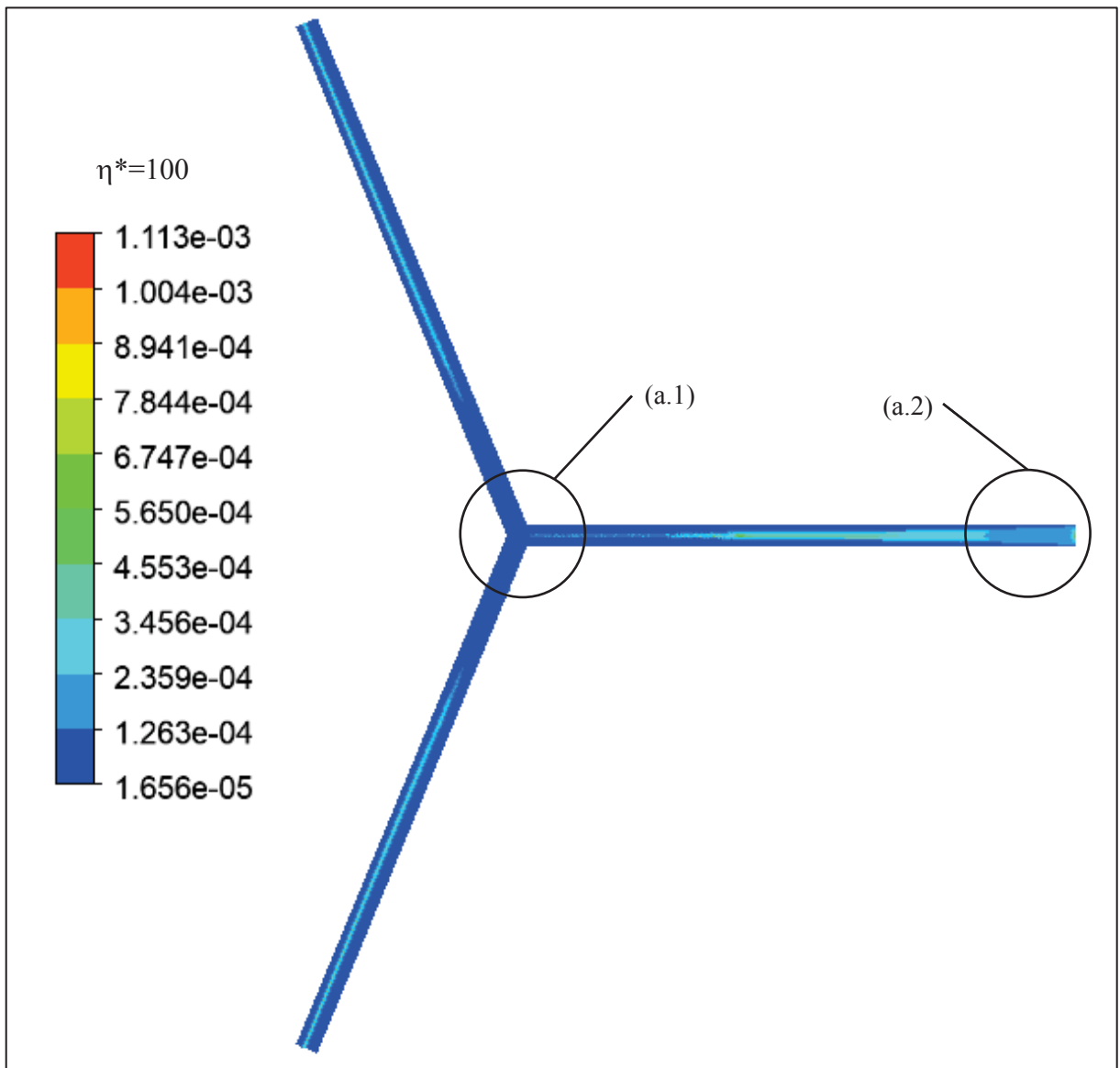
(b)

Fonte: Presente autor.

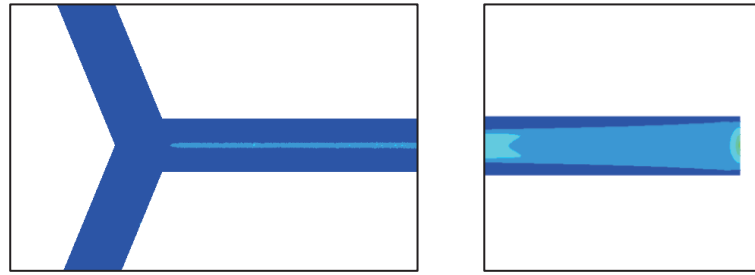
A Figura 4.11 mostra o campo de viscosidades comparando o escoamento sujeito a mesmos valores de η^* e $\tilde{\lambda}$, porém variando o índice de escoamento n de 0,35 a 0,8. A Figura 4.11(a) mostra que a faixa de viscosidades encontrada no escoamento varia de $1,65 \cdot 10^{-5}$ a $1,11 \cdot 10^{-3}$, para o menor valor de $n = 0,35$. Na Figura 4.11(b), a faixa de viscosidade experimenta uma

variação entre $2,37 \cdot 10^{-4}$ e $8,12 \cdot 10^{-4}$, uma faixa de decaimento de viscosidade muito menos expressiva. O maior decaimento da viscosidade para o fluido de menor n explica o motivo de o parâmetro n ter o maior efeito em causar mudanças com relação ao comportamento esperado para o fluido newtoniano.

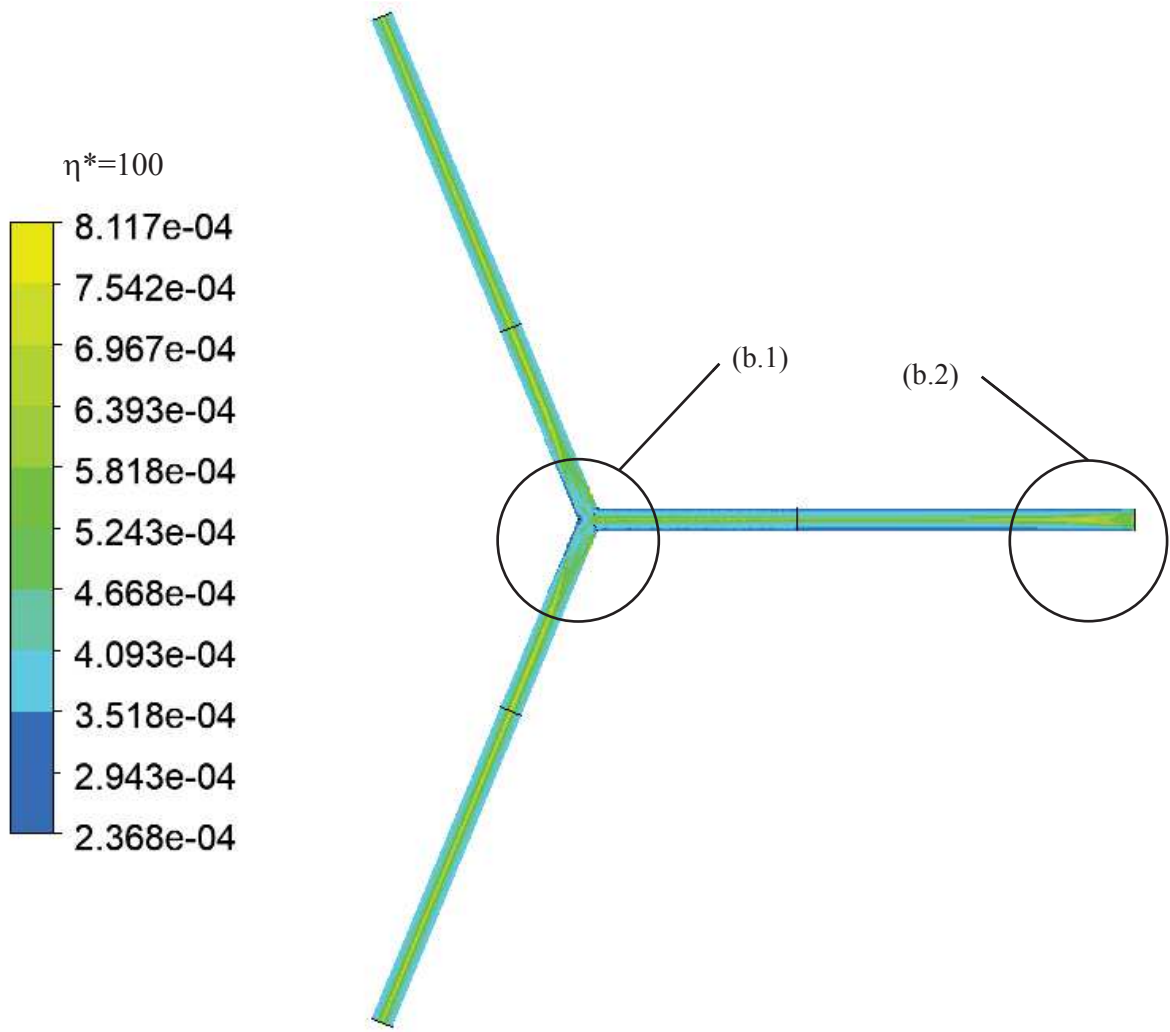
Figura 4.11. Campo de viscosidade para $\tilde{\lambda} = 50$, $\eta^* = 100$. (a) $n = 0,35$. Detalhes em (a.1) e (a.2). (b) $n = 0,80$. Detalhes em (b.1) e (b.2).



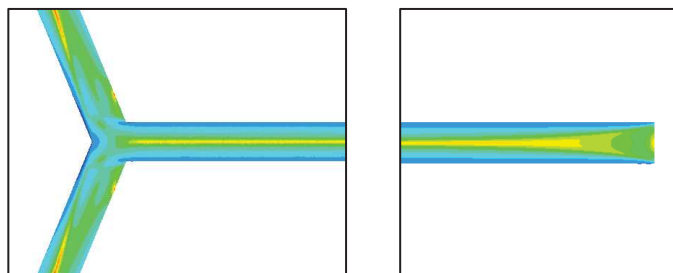
(a)



(a.1) e (a.2)



(b)

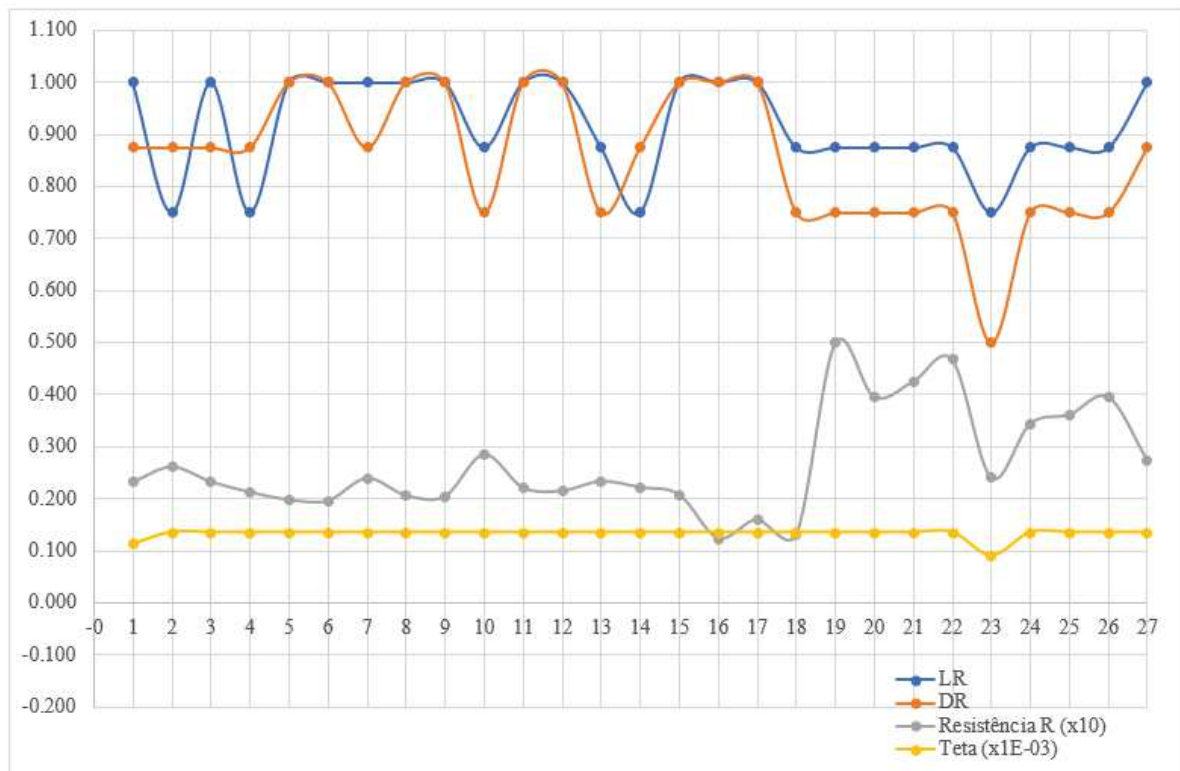


(b.1) e (b.2)

Fonte: Presente autor.

Dos 27 arquivos gerados na simulação (ver Anexo I), utilizando o Response Surface e o modelo do Sparse Grid, pôde-se verificar ao analisar os experimentos efetuados, a influência dos parâmetros reológicos de forma a verificar a minimização da resistência ao escoamento, como é possível observar na figura 4.12.

Figura 4.12. Valores obtidos para LR_{opt} , DR_{opt} , θ e $R_{mín}$ obtidos nas 27 simulações.



Fonte: Presente autor.

Dos dados expostos na Figura 4.12, verificou-se que nos casos analisados, obteve-se uma otimização na resistência ao escoamento significativa para o Caso 16. Pode-se observar também que o ângulo de bifurcação, θ , permaneceu constante em praticamente todos os casos e que a resistência ao escoamento sofre uma influência significativa dos parâmetros LR_{opt} e DR_{opt} . Para possibilitar a análise ajustou-se as escalas para a Resistência e θ . Também pode-se observar dos resultados obtidos que as razões geométricas entre os diâmetros e os comprimentos dos dutos são influenciadas pelos parâmetros reológicos, no caso o modelo de Carreau. Para $\tilde{\lambda} = 50, 150$ e 200 os valores de LR_{opt} e DR_{opt} variaram de 0,75 a 1, diferindo substancialmente das razões obtidas por Sehn (2018) ao utilizar o modelo de Power Law nas simulações.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para este trabalho, foi apresentado um estudo numérico do escoamento tridimensional de fluidos em estruturas bifurcadas em forma de Y, com o objetivo de investigar os efeitos dos parâmetros reológicos no desempenho das geometrias de bifurcações obtidas segundo o Design Construtal. Além disso, também foram objetivos deste trabalho a obtenção dos ângulos, razões dos diâmetros e razões dos comprimentos para minimizar a resistência ao escoamento para diferentes condições de escoamentos de fluidos não newtonianos do tipo Carreau.

Dos resultados obtidos e discutidos no capítulo 4, pôde-se observar que dos parâmetros reológicos estudados, o índice n foi o parâmetro que apresentou maior influência sobre o resultado da resistência ao escoamento mínima, afetando a razão de comprimentos e de diâmetros, mas com efeito significativo somente sobre a razão de diâmetros. Conforme a análise efetuada, o índice n controla a taxa de decaimento das viscosidade à medida em que aumenta a taxa de deformação do escoamento, e com isso, influencia a perda de carga ao longo do tubo.

Dos dados obtidos neste estudo, pode-se cogitar a sua aplicação nas áreas de química e biologia principalmente, pois como demonstrado no capítulo 2, grande parte dos escoamentos estudados são de fluidos não-newtonianos e ainda existem muitos pontos neste tipo de escoamento que necessitam serem estudados.

Como proposta de trabalhos futuros, sugere-se estudar a influência dos parâmetros reológicos em fluxo reverso, bem como o aumento do número de ramificações na estrutura. Também sugere-se a utilização da ferramenta Design Optimization do Ansys® Fluent, de forma a verificar outra possibilidade de otimização. Outra sugestão seria de estudar o comportamento do fluido ao alterar o regime de laminar para turbulento em fluxo reverso.

REFERÊNCIAS

- AMIRI, M. H; KESHAVARZI, A.; KARIMPOUR, A.; BAHIRAEI, M.; GOODARZI M.; ESFAHANI J. A. **A 3-D numerical simulation of non-Newtonian blood flow through femoral artery bifurcation with a moderate arteriosclerosis: investigating Newtonian/non-Newtonian flow and its effects on elastic vessel walls.** *Heat and Mass Transfer*, 2019.
- ANSYS. **Fluent Theory Guide. Release.** Release 2019 R1. Canonsburg, 2019.
- ANSYS. **ACT Customization Guide for DesignXplorer.** Release 2019 R3. Canonsburg, 2019.
- BARNES, H. **A Handbook of Elemental Rheology.** Cambrian Printers, 2000.
- BEJAN, A. **Advanced Engineering Thermodynamics**, third ed., Wiley, 2006.
- BEJAN, A. Constructal Law, Twenty Years After, **THE PUBLISHING HOUSE OF THE ROMANIAN ACADEMY**, Series A, PROCEEDINGS OF THE ROMANIAN ACADEMY Special Issue/2018, pp. 309–311.
- BEJAN, A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume. **International Journal of Heat and Mass Transfer** 40, 799–816, 1997.
- BEJAN, A. **Evolution as Physics: the human & machine species**, *European Review*, 25, 140-149, 2017.
- BEJAN, A. **Freedom and Evolution Hierarchy in Nature, Society and Science** (Springer International Publishing), 2020.
- BEJAN, A. **Shape and Structure, from Engineering to Nature.** Cambridge University Press, 2000.
- BEJAN, A. **The Physics of Life: The Evolution of Everything** (St. Martin's Press), 2016.
- BEJAN, A., AND LORENTE, S. Constructal law of design and evolution: Physics, biology, technology, and society. **Journal of Applied Physics** 113, 6, 2013.
- BEJAN, A., AND LORENTE, S. Constructal theory of generation of configuration in nature and engineering. **Journal of Applied Physics** 100, 041301, 2006.
- BEJAN, A., AND LORENTE, S. **Design with constructal theory** (Hoboken, N.J: John Wiley & Sons), 2008.
- BEJAN, A., AND ZANE, J. P. **Design in Nature: How the Constructal Law Governs Evolution in Biology, Physics, Technology, and Social Organizations** (New York (NY): Anchor), 2013.
- BEJAN, A., ROCHA, L. A. O., AND LORENTE, S. Thermodynamic optimization of geometry: T-and Y-shaped constructs of fluid streams. **International Journal of Thermal Sciences** 39, 949–960, 2000.

BEJAN, A., **Shape and Structure, from Engineering to Nature**, Cambridge University Press, 2000.

BISWAS A. K., CORDEIRO N. V., BRAGE B. P. F. (ed.). **Management of Latin American river basins: Amazon, Plata, and San Francisco. Water resources management and policy series**. United Nations University, New York, 1999.

CAO, J., KRAUT, M., DITTMAYER, R., ZHANG, L., and XU, H. Numerical analysis on the effect of bifurcation angle and inlet velocity on the distribution uniformity performance of consecutive bifurcating fluid flow distributors. **International Communications in Heat and Mass Transfer** 93, 60–65, 2018.

CELIK, I.B., *et al.* Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications. **Journal of Fluids Engineering**, 2008, Vol. 130, pg 078001-1 a 078001-4, ASME.

ÇENGEL, Y. A., AND CIMBALA, J. M. **Mecânica dos fluidos -5.ed.** AMGH Editora, 2015.

CHHABRA, R. P., AND RICHRADSON, J. F. **Non-Newtonian Flow and Applied Rheology**, Butterworth-Heinemann\ICHEMÉ, 2008.

DOS SANTOS, E. D. *et al.* The Constructal Design Applied to Renewable Energy Systems. In: **Sustainable Energy Technologies**. [s.l.] CRC Press, 2017. p. 45–62.

DUTRA, R. F. *et al.* Constructal design of an arterial bypass graft. **Heat Transfer**, n. December 2019, p. htj.21693, 23 fev. 2020.

GAUGHAN C. and PANOS A. L. Anatomy of lungs. In: Salerno TA (ed) **Principles of pulmonary protection in heart surgery**. Springer, New York, pp 3–8', 2010.

HESS, W. R. Über die periphere Regulierung der Blutzirkulation. **Pflüger**, Arch. 168, 439–490, 1917.

IRGENS, F., **Rheology and Non-Newtonian Fluids**. Springer, 2014.

KIM, M. E., BROWN, R.A. and ARMSTRONG, R.C. The roles of inertia and shear-thinning in flow of an inelastic liquid through an asisymmetric contraction. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, 1983 pg. 341–363.

KIM, N. and REDDY, J. N., 3-D least-squares finite element analysis of flows of generalized Newtonian fluids. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, 2019 pg. 143–159.

KIM, N. and REDDY, J. N., A spectral/hp least-squares finite element analysis of the Carreau–Yasuda fluids. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, 2016 pg. 541–566.

KOU, J., CHEN, Y., ZHOU, X., LU, H., WU, F., and FAN, J. Optimal structure of tree-like branching networks for fluid flow. **Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications** 393, 527–534, 2014.

LORENTE S., WECHSATOL W., BEJAN A. (2003) Optimization of tree shaped flow distribution structures over a disc-shaped area. **Int. J. Energy Res** 27:715–723, 2003.

- MALISKA, R. C. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**, 2004.
- MAMDOUH S. **Hydrology of the Nile river basin**. Elsevier, New York, 1985.
- MELTON M. A. A derivation of Strahler's channel-ordering system. **J. Geol.** 67:345–346, 1959.
- MENDES, P. R. DE S. **Dimensionless non-Newtonian fluid mechanics**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, [s. l.], v. 147, n. 1–2, p. 109–116, 2007.
- MIGUEL A. F. Lungs as a natural porous media: architecture, airflow characteristics and transport of suspended particles. In: Delgado J (ed) **Heat and mass transfer in porous media, advanced structured materials series**, vol. 13. Springer, Berlin, pp. 115–137, 2012.
- MIGUEL, A. F. A study of entropy generation in tree-shaped flow structures. **International Journal of Heat and Mass Transfer** 92, 349–359, 2016b.
- MIGUEL, A. F. Fluid flow in a porous tree-shaped network: Optimal design and extension of Hess–Murray's law. **Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications** 423, 61–71, 2015.
- MIGUEL, A. F. Scaling Laws and Thermodynamic Analysis for Vascular Branching of Microvessels. **FMR** 43, 2016a.
- MIGUEL, A. F. Toward an optimal design principle in symmetric and asymmetric tree flow networks. **Journal of Theoretical Biology** 389, 101–109, 2016c.
- MIGUEL, A. F., ROCHA, L. A. O. **Tree-Shaped Fluid Flow and Heat Transfer**. Springer, 2018.
- MONTGOMERY D. C., **Design and Analysis of Experiments**, Eighth Edition, John Wiley & Sons, Inc., 2017.
- MURRAY, C. D. The physiological principle of minimum work applied to the angle of branching of arteries. **The Journal of General Physiology** 9, 835–841, 1926b.
- MURRAY, C. D. The physiological principle of minimum work I. The vascular system and the cost of blood volume. **Proceedings of the National Academy of Sciences** 12, 207–214, 1926a.
- PAINTER, P. R., Edén, P., and Bengtsson, H.-U. **Pulsatile blood flow, shear force, energy dissipation and Murray's Law**. Theoretical Biology and Medical Modelling 3, 31, 2006.
- PANDA-JONAS S, JONAS J. B., JAKOBCZYK M., SCHNEIDER U. **Retinal photoreceptor count, retinal surface area, and optic disc size in normal human eyes**. Ophthalmology 101:519–523.1994.
- PATANKAR, S. V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**, McGraw-Hill, 1980.
- PEPE, V. R., ROCHA, L. A. O., AND MIGUEL, A. F. **Is It Hess-Murray Law Always Valid?**, Proceedings of the Constructal Law Conference 2017, The Publishing House of the Romanian Academy, Bucharest, Romania, pp. 444-455. 2017a.

PEPE, V. R., ROCHA, L. A.O., AND MIGUEL, A. F. Optimal Branching Structure of Fluidic Networks with Permeable Walls. *Biomed Res Int* 2017, 1–12, 2017b.

REVELLIN, R., ROUSSET, F., BAUD, D., and BONJOUR, J. Extension of Murray's law using a non-Newtonian model of blood flow. *Theoretical Biology and Medical Modelling* 6, 7, 2009.

ROCHA, L. A. O.; LORENTE, S.; BEJAN, A. Constructal Theory in Heat Transfer. In: **Handbook of Thermal Science and Engineering**. Cham: Springer International Publishing, 2017. p. 1–32.

ROCHA, L. A. O., LORENTE, S. AND BEJAN, A. (Eds.), **Constructal Law and the Unifying Principle of Design (Understanding Complex Systems)**, Springer, 2013.

SANTOS, E. D., **Exemplos de aplicação do Método Design Construtal em Problemas de Engenharia**, Constructal Law and Second Law Conference, 2019.

SAQR, K.M. et al., Evidence for non-Newtonian behavior of intracranial blood flow, from Doppler ultrasonography measurements, *Medical & Biological Engineering & Computing*, 2019.

SCHROTER, R. C., and SUDLOW, M.F., **Flow patterns in models of the human bronchial airways**. *Respiration Physiology* 7, 341–355, 1969.

SENN, S. M., POULIKAKOS D.. Tree network channels as fluid distributors constructing double-staircase polymer electrolyte fuel cells. *J. Appl. Phys.* 96:842–852, 2004.

SEHN, A., **Estudo numérico e design construtal de escoamentos bifurcados em forma de Y**, Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2018.

SOCHI, T. **Fluid flow at branching junctions**. *International Journal of Fluid Mechanics Research* 42, 2015.

SOUZA, A. L. **Arquiteturas de redes de microcanais para resfriamento de chips eletrônicos**. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016.

UYLINGS, H. B. M. Optimization of diameters and bifurcation angles in lung and vascular tree structures. *Bulletin of Mathematical Biology* 39, 509–520, 1977.

VINOGRADOV, G. V., MALKIN, A.Y., *Rheology of Polymers*, Mir Publishers, Moscou, 1980.

WECHSATOL W., LORENTE S., BEJAN A.. Tree-shaped insulated designs for the uniform distribution of hot water over an area. *Int. J. Heat Mass Transf.* 44:3111–3123, 2001.

YESHAI AHU F.; DEMETRI P.; CHANGHUEI Y. **Optofluidics: Fundamentals, Devices, and Applications**. McGraw-Hill, 2010.

YOUNG T. On the functions of the heart and arteries. *Philos Trans., Royal Soc. Lond.* 99:1–31, 1809.

ZAIN, M. N. e ISMAIL Z., Hartmann and Reynolds Numbers Effects in the Newtonian Blood Flow of a Bifurcated Artery with an Overlapping Stenosis, **MATEMATIKA: MJIAM**, 2019, Volume 35, Number 2, 213–227.

ZORZETTO, L. F. M., Estudo experimental do escoamento de fluidos não-newtonianos em meios porosos não consolidados, Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas, 1991.

ANEXO I - DADOS OBTIDOS NA SIMULAÇÃO

	ρ	1000			DADOS PARA FLUENT				RESULTADO RESPONSE SURFACE (Rmin)			
	μ	0.001003										
	Re	300										
	V_T	1										
item	Arquivo da Simulação	eta*	$\tilde{\lambda}$	ν	Time constant, λ (s)	Power law index (n)	Zero Shear Viscosity (kg/m.s) - η_0	Infinite Shear Viscosity (kg/m.s) - η_∞	DR	LR	TETA	Rmin
1	Arquivo 1	10	50	0.00045	111,111.11	0.35	0.0015	0.000150	0.875	1.000	112.6	0.023159883
2	Arquivo 2	10	150	0.00045	333,333.33	0.35	0.0015	0.000150	0.875	0.750	135.0	0.026070802
3	Arquivo 3	10	300	0.00045	666,666.67	0.35	0.0015	0.000150	0.875	1.000	135.0	0.023243716
4	Arquivo 4	15	50	0.00045	111,111.11	0.35	0.0015	0.000100	0.875	0.750	135.0	0.021225034
5	Arquivo 5	15	150	0.00045	333,333.33	0.35	0.0015	0.000100	1.000	1.000	135.0	0.019752721
6	Arquivo 6	15	300	0.00045	666,666.67	0.35	0.0015	0.000100	1.000	1.000	135.0	0.019564227
7	Arquivo 7	100	50	0.00045	111,111.11	0.35	0.0015	0.000015	0.875	1.000	135.0	0.023889882
8	Arquivo 8	100	150	0.00045	333,333.33	0.35	0.0015	0.000015	1.000	1.000	135.0	0.020606122
9	Arquivo 9	100	300	0.00045	666,666.67	0.35	0.0015	0.000015	1.000	1.000	135.0	0.020406217
10	Arquivo 10	10	50	0.00045	111,111.11	0.50	0.0015	0.000150	0.750	0.875	135.0	0.028487986
11	Arquivo 11	10	150	0.00045	333,333.33	0.50	0.0015	0.000150	1.000	1.000	135.0	0.022082613
12	Arquivo 12	10	300	0.00045	666,666.67	0.50	0.0015	0.000150	1.000	1.000	135.0	0.021474712
13	Arquivo 13	15	50	0.00045	111,111.11	0.50	0.0015	0.000100	0.750	0.875	135.0	0.023323253
14	Arquivo 14	15	150	0.00045	333,333.33	0.50	0.0015	0.000100	0.875	0.750	135.0	0.022138688
15	Arquivo 15	15	300	0.00045	666,666.67	0.50	0.0015	0.000100	1.000	1.000	135.0	0.020751378
16	Arquivo 16	100	50	0.00045	111,111.11	0.50	0.0015	0.000015	1.000	1.000	135.0	0.01232301

17	Arquivo 17	100	150	0.00045	333,333.33	0.50	0.0015	0.000015	1.000	1.000	135.0	0.015982396
18	Arquivo 18	100	300	0.00045	666,666.67	0.50	0.0015	0.000015	0.750	0.875	135.0	0.013008535
19	Arquivo 19	10	50	0.00045	111,111.11	0.80	0.0015	0.000150	0.750	0.875	135.0	0.04993265
20	Arquivo 20	10	150	0.00045	333,333.33	0.80	0.0015	0.000150	0.750	0.875	135.0	0.039574046
21	Arquivo 21	10	300	0.00045	666,666.67	0.80	0.0015	0.000150	0.750	0.875	135.0	0.042578752
22	Arquivo 22	15	50	0.00045	111,111.11	0.80	0.0015	0.000100	0.750	0.875	135.0	0.046708062
23	Arquivo 23	15	150	0.00045	333,333.33	0.80	0.0015	0.000100	0.500	0.750	90.0	0.023985443
24	Arquivo 24	15	300	0.00045	666,666.67	0.80	0.0015	0.000100	0.750	0.875	135.0	0.0344445889
25	Arquivo 25	100	50	0.00045	111,111.11	0.80	0.0015	0.000015	0.750	0.875	135.0	0.036195654
26	Arquivo 26	100	150	0.00045	333,333.33	0.80	0.0015	0.000015	0.750	0.875	135.0	0.039556569
27	Arquivo 27	100	300	0.00045	666,666.67	0.80	0.0015	0.000000	0.875	1.000	135.0	0.027274445

